한국소음진동공학회 2001년도 추계학술대회논문집, pp. 419~426.

설계변수 및 물성치의 공차영역을 고려한 강건설계

Robust Design considering Tolerance Bands of Design Variables and Material Properties

안병철*·이종수**

Byeongcheol Ahn, Jongsoo Lee

Key Words : Robust design(강건설계), Tolerance band(공차영역), Feasible region(가용영역), Worst case(최악경우), Optimum value(최적해)

ABSTRACT

Industrial products determined by fixed size posses definite limits variety by manufacture tolerance in existence. The optimum value solved by deterministic approaches do not account of tolerance bands of design variables and material properties. If we examine optimum value considering tolerance bands of design variables and material properties, it might be useless, owing to exist infeasible region. We have two ways to prevent being useless value. The one is to minimize tolerance band, the other is to consider tolerance band in optimum design. The former needed more accuracy during manufacturing process require higher production cost, the letter is more appropriate to consider tolerance band. In this research, we consider the tolerance bands of all variables, which might have the tolerance bands used in the problem, based on optimum value of deterministic approaches. Orthogonal arrays are used to minimize the number of trial. Tolerance bands are supposed discretionary according to design variable. Appropriateness suggested by this research is examined through two examples. Mathematical problem is investigated only in terms of tolerance bands of design variables, and cantilever beam problem is explained through tolerance bands of design variable, material properties and loading conditions. It is proved that values from the presented method are satisfactory for tolerance bands of variables.

1. 서론

결정론적 방법(deterministic approach)으로 구한 최적해는 설계변수와 물성치(material properties), 하중조건의 변동을 무시하고 있다. 실제 설계에서 사용되는 설계변수의 값은 자체 변동 값이나 제작 공차를 내포하고 있으며, 물성치 및 하중조건 또한 설계변수의 변동처럼 일정의 변동량을 가지고 있다. 이러한 변동량을 고려시, 기존의 최적설계 기법으로 구한 최적해는 무의미한 해가 될 수도 있다. 따라서 설계시 설계변수 및 물성치를 포함하는 파라미터(parameter)의 변동을 고려하여, 최적해가 항상 제한조건을 만족하는 강건해의 필요성이 요구된다.

강건설계(robust design)는 생산품이나 생산과정에서 제거될 수 없는 자원의 변동으로 인해 발생하는 결과의 변화를 최소화하는 설계기법으로 정의되고 있다[1]. 대부분의 강건설계에서는 제한함수의 강건성과 목적함수의 강건성을 고려하고 있다[2]. 제한함수의 강건성은 설계변수가 공차영역(tolerance band)에서 변동하더라도 항상 제한조건의 가용범위(feasible region)에 존재하도록 설계하는 것을 의미하며, 목적함수의 강건성은 설계변수의 변동으로 인해 발생하는 목적함수의 변화를 최소화하는 것이다.

지금까지 일반적인 강건설계의 접근방법은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 하나는 설계단계에서 제한함수의 구배를 이용한 벌칙항(penalty term)을 추가하여, 최적화 과정에서 설계변수의 변화를 고려하는 방법[3,4]이다. 또 하나는 결정론적 방법으로 구한 최적해를 기초로 최적설계의 후처리 과정으로 강건해를 구하는 방법[5]이다. 하지만 이런 방법은 설계변수의 변동만 고려할 뿐 파라미터의 변동은 고려하지 않고 있다.

본 연구에서는 설계변수 및 파라미터의 변동을 고려한 강건설계기법을 제시한다. 접근방법은 최적설계의 후처리로 강건해를 구하는 방법을 사용한다. 목적함수의 강건성은 제한조건을 만족함을 선행조건으로 목적함수의 변동을 고려하는 것이다. 분야에 따라서는 목적함수의 변동이 우선시되는 경우도 있겠지만, 목적함수의 결과값이 망소특성(smaller-the-better characteristics) 또는 망대특성(larger-the-better characteristics)을 요구하는 경우, 목적함수의 강건성은 설계의 결과값을 설계자가 원하지 않는 방향으로 증가시키는 결과로 나타난다. 따라서 본 연구에서 목적함수에 대한 강건성은 고려하지 않는다.

접근방법의 실효성은 수학적 문제와 외팔보 구

* 연세대학교 기계공학과

** 연세대학교 기전공학부
E-mail : jleej@yonsei.ac.kr
Tel : (02) 2123-4474, Fax : (02) 362-2736

조최적화 예제를 사용하여 최적해와 강건해의 결과값의 변화를 비교 검토하고, 이 경우 두 해가 존재 가능한 최악의 경우도 검토한다.

2. 본론

2.1 배경

일반적인 최적설계 문제는 목적함수 $f_i(x,p)$ 와 제한함수 $g_j(x,p) \le 0$로 구성되며, 아래와 같이 식(1)로 표현된다.

$$\begin{aligned} &Minimize \quad f(x_i,p) \qquad i=1,2,\cdots,n \\ &Subject\ to \quad g_j(x_i,p) \le 0 \quad j=1,2,\cdots,m \\ &\qquad x_i^l \le x_i \le x_i^u \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 i 는 설계변수의 개수, j 는 제한조건의 개수, x_i^l 및 x_i^u 는 설계변수 x_i 의 하한 값(lower bound) 및 상한 값(upper bound)을, p 는 물성치를 포함하는 파라미터(parameter)이다.

식(1)의 결과는 일반적인 최적화방법에 의해 x_i^* 의 최적해로 구해진다. 식(1)이 제한함수 2, 설계변수 2 를 가진 임의의 함수라 가정하고, 그래프로 도시하면 Fig 1 과 같이 목적함수, 제한함수, 가용영역 및 최적해 A 로 표시할 수 있다.

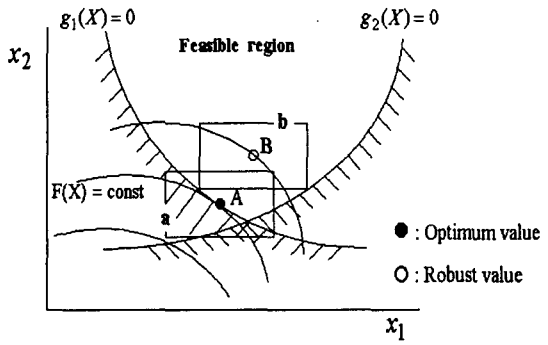

Fig 1. Contour Plot Optimum and Robust Values

최적해 A 가 실제 구조물이나 제품생산에 사용되는 결과값이라 볼 때 이 최적해 A 는 자체 변동값이나 제작공차를 보유하게 된다. 이러한 설계변수의 공차를 정규분포(normal distribution)라 가정하고 설계 변수 x_i 의 공차영역의 분포를 그래프로 나타내면 Fig 2 와 같이 표시된다. T_i는 설계변수 x_i 가 최대 발생할 수 있는 공차의 크기이다. 이 경우 $T_i = 3\sigma_{x_i}$ 로 가정한다면, 설계변수 x_i 가 공차영역 $x_i - T_i$ 와 $x_i + T_i$ 사이에서 존재하게 될 확률은 99.74%를 만족하여 항상 공차영역에서 존재한다고 볼 수 있다.

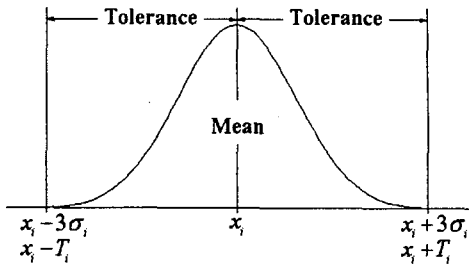

Fig 2. Tolerance Band

식(1)의 최적해 A 를 이 해가 존재할 수 있는 영역으로 표시하면, Fig 1 에서 사각형 a 로 나타난다. 사각형 a 의 영역 중 왼쪽아래 빗금 부분은 가용영역이 아닌 비가용영역에서 최적해가 존재하는 영역이다. 따라서 최적해 A 는 공차영역을 고려할 경우 무의미한 최적해가 된다. 이에 따라 최적화 기법에 의해 구해진 최적해가 해가 존재할 수 있는 모든 공차영역에서도 제한조건을 만족시킬 수 있는 새로운 최적해 즉, 강건해를 필요로 하게 된다.

식(1)에서 이러한 조건을 만족하는 임의의 강건해를 구하고 이 강건해의 공차영역을 표시하면, Fig 1 에서 강건해 B 와 사각형 b 로 표현할 수 있다. 이 강건해는 해가 존재할 수 있는 공차영역에서 어떠한 값으로 존재하더라도 항상 제한조건을 만족시키고, 목적함수를 최소화하는 최적해임을 Fig 1 을 통해 알 수 있다.

2.2 강건설계 접근방법

앞에서 언급한 것처럼 최적해로부터 구해지는 새로운 강건해를 $\overline{x_i}$ 라 둔다. $\overline{x_i}$ 는 가용영역(feasible region)에 존재하는 x_i중에서 x_i의 변동으로 발생하는 최악의 경우가 가용영역에 존재하면서 목적함수를 최소로 만족하는 x_i 가 된다. 이러한 강건해를 구하는 과정을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

결정론적 방법으로 구한 최적해가 설계변수 및 파라미터의 공차범위에서 강건성을 위배할 경우 새로운 해를 구하기 위한 식은 식(2)와 같다.

$$x_i^{*new} = x_i^* + \alpha \cdot S \tag{2}$$

S 는 새로운 해를 찾기 위한 탐색방향(search direction)을 의미하고, α 는 탐색방향 S 를 따라 이동하게 될 이동거리(step size)를 의미한다. 상첨자 new 는 탐색방향과 이동거리에 의해 구한 새로운 해를 나타낸다. 탐색방향의 결정은 식(3)과 같다.

$$S = x_i^* - x_i^{worst} \tag{3}$$

탐색방향 S 는 x_i^{worst} 에서 최적해로 향하는 방향 벡터로 결정한다. x_i^{worst} 는 x_i^* 의 공차영역에서 제한함수가 가장 큰 값을 가지게 되는 조건의 설계변수의 값이다. 식(3)에서 결정되는 방향은 x_i^{worst} 에서 목적함수의 증가를 최소화 시키면서 새로운 해를 구하게 되는 방향이다.

탐색방향을 결정하기 위해 사용된 x_i^{worst} 는 식(4)에서 구할 수 있다.

$$x_i^{worst} = \max[g_j(x_i^k, p^q)] \tag{4}$$

x_i^k 는 최적해 x_i^* 가 공차영역에서 양 및 음의 방향으로 최대 및 최소값을 가질 경우의 설계변수 값이다. 또한 p^q 는 파라미터 p 가 파라미터의 공차영역에서 양 및 음의 방향으로 최대 및 최소로 가질 수 있는 파라미터 값이다.

최적해 x_i^* 및 파라미터 p 의 최소 및 최대값을 가지는 경우는 식(5)와 같다.

$$\begin{aligned} x_i^k &= x_i^* + (-1)^k T_i \qquad k = 0,1 \\ p^q &= p + (-1)^q \Delta p \qquad q = 0,1 \end{aligned} \tag{5}$$

x_i^k 는 x_i^* 의 최대 공차량을 T_i 라 가정할 때, x_i^* 가 가질 수 있는 최악의 설계변수 값으로 $x_i^* - T_i$ 와 $x_i^* + T_i$ 의 두 가지 경우가 된다. 상첨자 k 는 0 또는 1 의 값으로 0 인 경우는 양의 방향으로 최대값을 가지는 경우, 1 인 경우는 음의 방향으로 최소값을 가지는 경우이다. p^q 는 최적해의 공차영역과 동일한 의미를 나타내는 파라미터로 Δp 는 파라미터 p 의 최대 공차량을 의미하고, q 는 k 처럼 0 또는 1 을 나타낸다.

강건성을 판단하기 위한 항은 식(6)과 같다.

$$\max[g_j(x_i^k, p^q)] \le 0 \tag{6}$$

최적해 x_i^* 에서 이 해의 가장 최악의 경우인 x_i^k 를 파라미터의 변동을 고려한 모든 제한조건에 대입한다. 발생할 수 있는 경우 중에서 제한조건을 최대값으로 하는 설계변수 및 파라미터의 조건을 찾아 식(6)의 만족여부를 판단한다. 식(6)을 만족함은 강건성을 만족함을 의미하게 된다. 식(6)을 만족하지 않으면 최소한의 영역에서 제한조건을 위배하는 경우가 발생하는 것으로 강건성을 위배하고 있음을 판단한다.

지금까지 구해진 탐색방향을 따라 이동거리를 결정하는 것은 식(7)과 같다.

$$\alpha = \min \left| x_i^{worst} - g_j(x_i) \right| \tag{7}$$

이동거리 α 는 탐색방향 S 를 따라 x_i^{worst} 에서 활성화제한조건(active constraint)까지의 거리가 된다. 이것은 x_i^* 가 강건성을 최대로 위배하는 경우를 활성화제한조건으로 만들어 줌으로써 강건성을 위배하는 경우를 점차적으로 줄여주게 된다.

식(6)에서 발생하는 모든 경우의 수를 고려한다면, 실험의 횟수는 설계변수 및 파라미터의 개수가 증가함에 따라 급격하게 증가하게 된다. 모든 발생 가능한 경우의 수를 실험조건으로 하여 검토한다는 것은 사실상 불가능하다. 이에 따라 실험횟수를 최소화하기 위해 실험계획법(design of experiments)의 직교배열표(table of orthogonal arrays)를 사용한다[6,7].

직교배열표의 구성은 설계변수를 내측배열(inner array)에 위치시키고, 파라미터를 외측배열(outer array)에 위치시킨다. 수준결정은 설계변수 및 파라미터를 모두 2 수준으로 결정하여 설계변수 및 파라미터의 수에 따라 $L_{2^m}(2^{2^m-1})$ 인 직교배열표를 사용한다 최초 설계변수 및 파라미터는 문제구성에서 제시된 제한조건들을 만족하는 결과에서 구해지는 값이다. 강건성의 판단기준은 설계변수 및 파라미터가 공차영역에서 제한조건의 위배여부이다. 따라서 설계변수 및 파라미터가 가지는 최소 및 최대값에서 제한조건의 위배여부를 판단하면 된다. 수준결정은 음의 방향으로 최소값을 0 수준, 양의 방향으로 최대값을 1 수준으로 결정한다.

지금까지 제시된 접근방법에 의해 최적해가 강건성을 위배할 경우 설계변수는 새로운 해를 찾게 되고 이에 따라 새로운 공차영역도 결정된다. 반면 파라미터는 순환과정을 거치는 동안에도 동일한 값과 동일한 공차영역을 가진다.

각 조건에 따른 실험은 두가지 방법을 통해 비교 실시한다. 수치 문제에서는 그래프를 통해 나

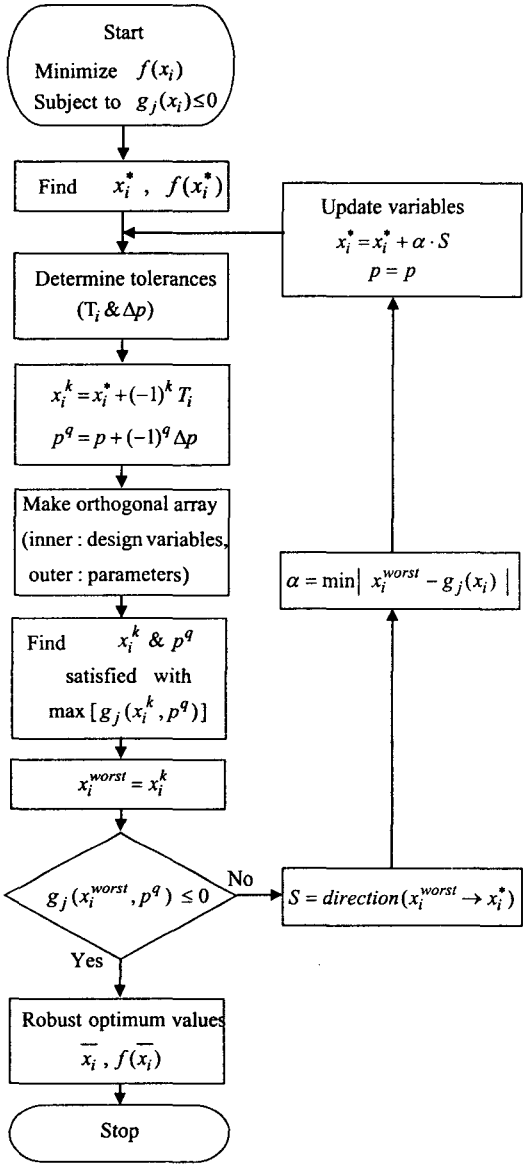

Fig 3. Algorithm for Robust Design

타난 결과를 바탕으로 정확한 해를 구하는 계산방식과 프로그래밍을 통해 계산하는 방식이다. 외팔보 구조최적화 문제는 상용 프로그램인 GENESIS[8]를 사용해 해석한 결과와 직접 프로그래밍하여 해석한 결과이다.

식(1)의 최적해의 결과에서 식(2)~식(7)까지의 접근방법을 통해 강건해를 구할 수 있다. Fig 3은 접근과정을 도시한 것이다.

2.3 예제

지금까지의 접근방법을 수학적 예제와 외팔보 구조최적화 예제에 적용하여 타당성을 검증한다.

(1) 수학적문제

수학적 예제에 있어서 최대 공차량은 최적해의 10%로 가정하였다. 이것은 그래프상에서 공차영역의 변동을 쉽게 표현하여 중간과정의 값의 변화를 쉽게 이해하기 위해서다.

$$
\begin{aligned}
&\textit{Minimize} && f(x_1,x_2)=(x_1-1.437)^2+x_2 \\
&S.T && g_1 : \frac{1}{4}x_1^2 - x_2 + 1 \le 0 \\
& && g_2 : -x_1 + \frac{1}{4}(x_2-4)^2 + 1 \le 0 \\
& && 1 \le x_1 \le 3,\ 1 \le x_2 \le 4
\end{aligned}
\tag{8}
$$

문제구성은 식 (8)과 같고 그래프로 도식하면 Fig 4 로 나타난다. 이 경우의 최적해는 점 A 로 (x_1,x_2)가 (1.95, 2.05)일때 목적함수 $f(X)=2.313$ 값으로, 제한조건 g_2가 활성화조건을 만족하는 위치가 된다.

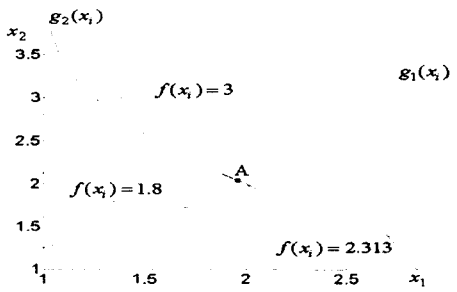

Fig 4. Contour Plot of Equation

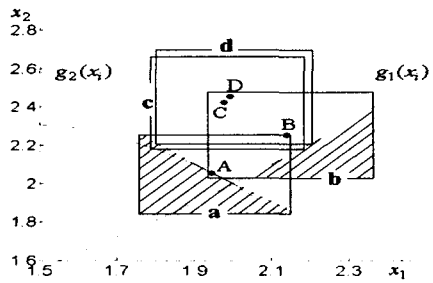

Fig 5. Contour Plot of Tolerance Band

Table 1. Table of Orthogonal Arrays

Experiment Number	Controllable Factors		
	X_1	x_2	
1	0	0	Y_1
2	0	1	Y_2
3	1	0	Y_3
4	1	1	Y_4

Table 2. Decision of Initial Levels

	0 Level	1 Level
All variables	Initial value - Tolerance	Initial value + Tolerance

가정한 것처럼 최적해 A 가 10%의 공차영역을 가질 때 이 영역을 표시하면, Fig 5 에서 사각형 a 의 내부영역이 최적해 A 가 존재할 수 있는 영역이 된다. 사각형 a 에서 빗금이 그어진 부분은 제한조건을 위배하는 영역으로 이 영역의 존재는 강건성을 위배함을 나타낸다. 본 연구에서 제시한 연구방법에 의해 강건해를 구하면 다음과 같다. 먼저 최악의 경우를 판단하기 위해 직교배열표를 구성하면 Table 1 과 같다. 최초 수준결정은 Table 2 와 같다. 수치 문제에서는 설계변수만 2 개 존재하고 파라미타가 없으므로 내측배열 $L_4(2^3)$ 만 사용한다. Table 1 에서 알 수 있듯이 강건해 A 의 공차영역으로 인해 발생하는 설계변수의 양 및 음의 방향으로 최대 및 최소의 경우는 4 가지이다. 이 경우는 Fig 5 에서 사각형 a 의 각 모서리가 된다. 4 가지 조건 중에서 $\max[g_j(x_i^k)]$ 조건을 만족하는 경우는 1 번 실험조건으로 Fig5 에서 사각형의 왼쪽 아래모서리 (x_1,x_2) 가 (1.755,1.845)인 경우이다. 이 경우의 제한조건 위배여부를 판단하면 $g_2(x_i^{worst}) = 0.406$ 으로 제한조건을 위배하여 강건성을 만족하지 못함을 알 수 있다. 따라서 새로운 해를 찾기 위해 식(3)와 식(7)에서 설명되어진 것처럼 이동방향과 이동거리를 결정하게 된다. 이동방향은 x_i^{worst} 에서 최적해 A 방향으로 결정되며 S=[0.195,0.205]이다. 이동거리는 탐색방향 S 를 따라 x_i^{worst} 에서 제한조건 $g_2(x_i)$ 의 활성화 조건까지 거리인 α =0.283 이 된다. 이동방향과 이동거리로부터 새로운 해 B 를 구하게 된다. 최적해 A 로부터 구해진 새로운 해 B 도 최적해 A 와 동일한 과정을 통해 강건성 여부를 판단한다. $g_1(x_i^{worst})$ =0.358 로 새로운 해가 강건성을 만족하지 않고 있으며, 이에 따라 새로운 해 C 를 구하게 되고, 최종적으로 새로운 해 D(2.000, 2.454)를 구하게 된다. 새로운 해 D 에 대한 x_i^{worst} 의 제한조건 위배여부는 $g_2(x_i^{worst}) = -0.377$ 로 강건성을 만족하여 새로운 해 D 가 강건해가 됨을 알 수 있다. 최적해 A 에서 강건해 D 를 구하는 중간과정의 값은 Table 3 에 나타나있다. Fig 5 에서 사각형 d 는 강건해 D 의 공차영역으로, 강건해 D 가 항상 제한조건을 만족시킴을 그림으로 알 수 있다.

Table 3. Robust Value & Process Values

		x_1	x_2	$f(x_i)$
Optimum value	A	1.950	2.050	2.313
Process values	B	2.145	2.255	2.756
	C	1.984	2.424	2.723
Robust value	D	2.000	2.454	2.771

Table 4. Comparison of Solutions Between Graphic Method & Present Study

	x_1	x_2	$f(x_i)$
Graphic Method	2.000	2.454	2.771
Present Study	2.000	2.446	2.773

Table 4 에서 제시되고 있는 것은 그래프를 통해 정확한 해를 구한 결과와 본 연구에서 제시하고 있는 과정을 프로그램한 결과를 비교하고 있다. 결과값에서 차이를 보이는 것은 그래프를 통해 구한 결과는 유효숫자를 소수점 셋째 자리까지 계산함으로 인해 발생하는 차이이다. 따라서 두 결과는 동일한 결과임을 알 수 있다.

(2) 외팔보 구조최적화 문제

외팔보 구조최적화 예제는 최대 공차량을 1%로 가정하여 강건해를 구하였다. 추가적으로 공차량을 1%에서 10%까지 점차적으로 증가시켰을 때 결과값의 증가를 비교하였다.

경계조건은 Fig 6 처럼 보의 왼쪽 끝단이 고정되고, 오른쪽 끝 부위에 하중이 작용한다. 단면은 길이방향으로 동일하다. 물성치는 탄성계수(modulus of elasticity) E = 7.00 E + 10Pa이며, 포아송비(poisson's ratio) υ = 0.33, 질량밀도(mass density) ρ = 2710 kg/m^3 하중조건은 500N 이다.

Table 5. Table of Orthogonal Arrays

Experiment Number	Inner Array ($L_8(2^7)$)				Uncontrollable Factors	Outer Array ($L_4(2^3)$)			
						Experiment Number			
						1	2	3	4
					E	0	0	1	1
	Controllable Factors				ν	0	1	0	1
	t_1	t_2	b	h	Load	0	1	1	0
1	0	0	0	0		Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}
2	0	0	0	1		Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}
3	0	1	1	0		Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_{34}
4	0	1	1	1		Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}	Y_{44}
5	1	0	1	0		Y_{51}	Y_{52}	Y_{53}	Y_{54}
6	1	0	1	1		Y_{61}	Y_{62}	Y_{63}	Y_{64}
7	1	1	0	0		Y_{71}	Y_{72}	Y_{73}	Y_{74}
8	1	1	0	1		Y_{81}	Y_{82}	Y_{83}	Y_{84}

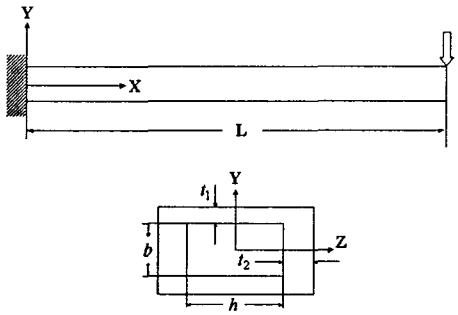

Fig 6 Cantilever Beam

문제구성은 식(9)와 같이 목적함수, 제한조건 및 설계변수의 범위가 정해진다. 식(9)를 바탕으로 최적해를 구하면 설계변수 t_1=1.000E−3m, t_2=1.047E−3m, b=1.630E−1m, h=9.446E−2m 인 경우, 목적함수 $Mass$=1.431Kg 을 갖는 결과를 구할 수 있다[9]. 이 경우 최대 발생응력은

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \mathrm{Mass}(t_1,t_2,b,h) \\ &\text{S.T} \quad -0.002\,\mathrm{m} \le \text{displacement} \le 0.002\,\mathrm{m} \\ &\quad -2.0\mathrm{E}+07\,\mathrm{Pa} \le \text{stress} \le 2.0\mathrm{E}+07\,\mathrm{Pa} \\ &\quad 0.001\,\mathrm{m} \le t_1 \le 0.01\,\mathrm{m},\ 0.001\,\mathrm{m} \le t_2 \le 0.01\,\mathrm{m} \\ &\quad 0.05\,\mathrm{m} \le b \le 0.3\,\mathrm{m} \quad ,\ 0.05\,\mathrm{m} \le h \le 0.3\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{9}$$

1.983E+7Pa 로 나타난다. 하지만 실제 이런 부재가 존재할 경우는 자체 변동값이나 제작공차 등 많은 요인에 의해 변동량이 발생한다. 파라미터인 물성치와 하중조건 또한 변동을 가지는 값으로 공차영역에 의한 결과값의 변동을 고려하여야 한다.

외팔보 구조최적화 문제도 모든 공차를 정규분포로 가정한다. 먼저 강건성을 판단하기 위해, 구해진 최적해를 기초로 설계변수 및 파라미터의 변동으로 발생할 수 있는 양 및 음의 방향 최대 및 최소의 경우가 제한조건을 위배하는지 판단하여야 한다. 최악의 경우를 판단하기 위해 연구방법에서 제시한 것처럼 직교배열표를 이용한다.

직교배열표의 구성은 Table 5 와 같다. 직교배열표의 내측배열(inner array)은 설계변수를 $L_8(2^7)$ 직교배열표를 사용하여 배치한다. 반면, 외측배열(outer array)은 물성치 및 하중조건을 $L_4(2^3)$ 직교배열표를 사용하여 배치한다. 이때 수준결정은 Table 2 와 동일하게 최초값에서 음의 방향으로 최소값을 0 수준, 양의 방향으로 최대값을 1 수준으로 결정한다.

직교배열표의 실험조건에 따라 실험을 실시하여, 결과값에서 설계변수 및 물성치가 어떤 경우에 제한조건을 가장 크게 위배할 것인가를 판단할 수 있다.

식(9)에서 구한 최적해의 경우는 설계변수 및 탄성계수가 모두 0 수준이고, 포아송비 및 하중조건은 1 수준인 Y_{12} 실험에서 최악의 경우가 발생된다. 이 조건의 값은 탄성계수 6.93E+10Pa, 포아송비 0.3333, 하중조건 505N, 설계변수 t_1=9.900E−4m, t_2=1.036E−3m, b=1.614E−1m, h=9.352E−2m. 이고 응력은 최대 발생 응

력이 $2.0639E+7Pa$ 로 제한조건을 위배하고 있음을 알 수 있다.

새로운 해를 찾기 위해 탐색방향 및 이동거리를 결정하면 각 설계변수에 $t_1=6.565E-7m$, $t_2=6.972E-7m$, $b=1.070E-4m$, $h=6.202E-5m$ 만큼 증가시킨다.

Table 6. Normal Case & Worst Case

		Optimum value	Robust Value
Normal Case	t_1	1.000E-3	1.010E-3
	t_2	1.047E-3	1.058E-3
	b	1.630E-1	1.648E-1
	h	9.446E-2	9.547E-2
	Mass	1.431	1.461
	Maximum Stress	1.983E+7	1.921E+7
Worst Case	t_1	9.900E-4	1.000E-3
	t_2	1.036E-3	1.047E-3
	b	1.614E-1	1.631E-1
	h	9.352E-2	9.452E-2
	Maximum Stress	2.064E+7	2.000E+7

Table 6 은 식(9)의 최적해 와 강건해, 그리고 두 해가 가지는 최악의 경우를 나타내었다. 강건해는 최적해보다 목적함수 즉 질량이 2.1% 증가하는 경향이 있다. 하지만 이 강건해는 최악의 경우도 제한조건을 만족함을 알 수 있고, 최적해는 위배됨을 볼 수 있다. Table 6 은 본 연구에서 제시하고 있는 강건설계기법을 이용하여 구한 두 가지 결과이다. 첫번째 경우는 본 연구에서 제시하고 있는 과정과 실험을 하나의 프로그램으로 작성하여 실행한 결과이고 다른 하나는 직교배열표를 이용하여 구한 각각의 실험조건을 상용프로그램인 GENESIS 를 이용하여 구한 결과이다. 결과값에서 $0.000049Kg$ 의 차이가 발생한다. 이것은 상용프로그램의 자료입력 공간이 설계변수마다 8 자리의 유효숫자만을 제공함으로 인해 발생하는 오차이다, 따라서 두 결과는 동일한 결과임을 알 수 있다.

Fig 7 은 물성치와 하중조건의 공차는 1%로 고정하고, 설계변수의 공차를 1%씩 증가시켜 10%까지 변화할 때 결과값의 변화를 비교한 것이다. 공차의 크기가 증가함에 따라 최적해의 존재 가능한 영역이 증가되어 질량이 증가하는 결과로 나타남을 알 수 있다.

Table 7. Comparison of solutions between Present Study & Genesis

	Present Study	GENESIS
t_1 (m)	1.011E-3	1.011E-3
t_2 (m)	1.058E-3	1.058E-3
b (m)	1.648E-1	1.648E-1
h (m)	9.547E-2	9.547E-2
Mass (Kg)	1.461454	1.461503

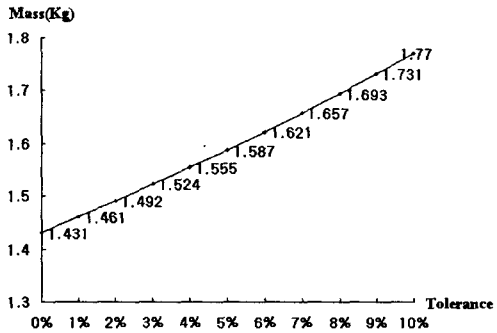

Fig 7. Variety of Tolerance Band

3. 결 론

본 연구에서는 공차를 가질 수 있는 설계변수와 물성치를 포함하는 파라미터의 공차영역을 고려한 강건설계기법을 제시하였다. 외팔보 구조최적화 문제에서 나타난 결과에서 알 수 있듯이 기존의 일반적인 최적설계기법으로 구한 최적해 $1.431Kg$ 보다 강건설계기법을 적용한 강건해 $1.461Kg$ 는 2.1%의 질량증가로 나타났다. 이 결과는 강건설계기법으로 구한 결과가 기존의 결과보다 비경제적인 결과를 초래한다. 하지만 설계변수 및 물성치, 하중조건 등이 보유하게 되는 공차영역으로 인해 초래하게 될 불확실성에 대하여, 항상 주어진 제한조건을 만족시키는 안전한 설계를 보장해 주고 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단지정 최적설계신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Fowlkes, William. Y., 1995, Engineering methods for robust product design, Addison-Wesley.

(2) 이권희, 박경진. 1997. , "설계변수의 공차를 고려한 구조물의 강건 최적설계", 대한기계학회 논문집(A) 제 21 권 제 1 호, pp.112~123.

(3) Balling R. J., and Free J. C., Parkinson R., 1986, " Consideration of Worst-Case Manufacturing Tolerance in Design Optimization", Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design, Transactions of the ASME, Vol. 108, pp.438~441.

(4) Bennett J. A., Lust R. V., 1990, "Conservative Methods for Structural Optimization", AIAA Journal, Vol. 28, No. 8, pp.1491~1496.

(5) A. Parkinson, 1995, "Robust Mechanical Design Using Engineering Models", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Transactions of the ASME, Vol. 117, pp.47~53.

(6) 박성현, 1995, 현대실험계획법, 민영사.

(7) Phadke, Madhav Shridhar, 1989, Quality Engineering using Robust Design, Prentice-Hall

(8) GENESIS®Manual 6.0, VMA Engineering.

(9) James M. Gere, 2001, Mechanics of Materials, BPOOKS/COLE.