

Waviness 가 존재하며 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트가 작용하는 볼베어링으로 지지된 5 자유도 회전계의 진동해석

Vibration Analysis of 5-DOF Rotor System Supported by Two or More Ball Bearings Considering Centrifugal Force and Gyroscopic Moment of Ball

정성원* · 장건희**

Seong-Weon Jeong and Gunhee Jang

Key Words : Waviness, Ball Bearing(볼베어링), Bearing Vibration(베어링 진동), Hertzian Contact Theory(Hertz의 접촉이론), Race Control Theory(레드론 제어이론), Rotor Dynamics(회전체 역학)

ABSTRACT

This research presents an analytical model to characterize the ball bearing vibration due to the waviness in a rigid rotor supported by multi-row ball bearings considering centrifugal force and gyroscopic moment of ball. The effects of centrifugal force and gyroscopic moment are introduced to the kinematic constraints and force equilibrium equations. The waviness of ball and races is modeled by the superposition of sinusoidal function and it is introduced to position vectors of race curvature center to use the Hertzian contact theory in order to calculate the elastic deflection and nonlinear contact force resulting from the waviness while the rotor has translational and angular motion. They can be determined by solving the nonlinear equations of motion with five degrees of freedom by using the Runge-Kutta-Fehlberg algorithm. The accuracy of this research is validated by comparing with the results of the prior researches. It characterizes the vibration frequencies resulting from the various kinds of waviness in rolling elements, the harmonic frequencies resulting from the nonlinear load-deflection characteristics of ball bearing resulting from the waviness interaction.

1. 서론

볼베어링은 각 구름요소들이 서로 접촉하여 강성을 발생하고 회전체를 지지하게 된다. 그러나 실제 베어링의 구름요소는 기하학적 결함인 waviness를 포함하기 때문에, 베어링의 회전에 따라 접촉력, 접촉각 및 강성이 변화하게 된다. 따라서 볼베어링은 회전계의 지지요소로서 뿐만 아니라, 가진원으로서도 작용하게 된다. 이러한 가진원계 의한 회전체의 진동은 최근 복잡하고 정교한 회전기기의 성능을 저해하는 주요한 원인이 되고 있는데, 절삭기기의 가공정밀도를 저해하는 베어링 진동과 하드디스크 드라이브(HDD)와 같은 정크로장기기의 저장밀도를 저해하는 비반복적 진동 등이 대표적인 예이다.

Wardle^(1,2)은 waviness에 의한 볼베어링의 특성을 해석하기 위하여, 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향이 존재하지 않는 볼베어링에 대한 이론적 모델을 제시하여 waviness의 진폭과 가진력과 관계를 구하고, 실험으로 증명하였으며 접촉력과 탄성변형 간의 비선형 특성에 의한 진동성분을 예측하였다. 정성원과 장건희⁽³⁾는 waviness가

존재하는 볼베어링에 대하여 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향을 고려한 해석모델을 제시하고, 회전속도에 따른 접촉력과 베어링강성의 변화를 해석하였다. 그러나 이상의 연구는 볼베어링단품에 대한 연구로서 계수가진계(parametrically excited system)의 형태로 거동하는 회전계의 다양한 설계변수에 따른 응답을 예측하기는 어렵다.

Waviness에 의한 진동을 회전계에 적용하기 위하여, Yhland⁽⁴⁾는 waviness가 존재하는 볼베어링의 강성행렬을 선형이론으로 계산하였으며, Aktürk 등^(5,6)은 waviness가 존재하는 볼베어링이 강제축을 지지하는 경우에 대한 3 자유도 모델을 제안하였다. 그리고 Jang과 Jeong^(7,8)은 waviness를 가지는 볼베어링으로 지지된 5 자유도 회전계에 대한 가진모델을 제안하고, 접촉력의 비선형성에 의해 발생하는 주파수 성분을 규명하였다. 그러나, 이러한 연구는 볼의 회전에 의해 발생하는 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향을 고려하지 않은 경우에 대한 결과이다. 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트는 구름요소간의 접촉력, 베어링 강성 그리고 waviness에 의한 진동주파수 등의 응답특성을 변화시키기 때문에, 기존의 연구에 의한 회전계의 응답과는 큰 차이를 보일 수 있다.

본 연구에서는 구름요소에 waviness가 존재하며, 볼의 원심력 및 자이로스코픽 모멘트가 작용하는 볼베어링으로 지지된 5 자유도 회전계의 진동을 해석하기 위한 이론적 모델을 제시하였다. 볼의

* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

** 정희원, 한양대학교 정밀기계공학과

E-mail: ghjang@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2290-0431, Fax : (02) 2292-3406

원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향 및 구름요소의 waviness 를 고려하여, 볼베어링의 기하학적 조건과 힘 평형방정식을 구하고, 구름요소간의 접촉력을 계산하여 회전체의 운동방정식에 적용하였다. 볼의 원심력 및 자이로스코픽 모멘트 영향의 유무에 따른 회전체의 진동주파수를 계산하고 기존의 연구결과와 비교하여, 본 연구의 이론적 타당성을 검증하였다. 그리고 waviness 와 회전속도의 변화에 따라 발생하는 회전체 진동의 접촉력 및 진폭변화를 계산하여, waviness 와 볼의 원심력 및 자이로스코픽 모멘트에 의한 회전체 진동특성의 변화를 고찰하였다.

2. 수치해석 모델

2.1 Waviness 모델

Fig.1 은 각접촉 볼베어링의 구름요소를 나타낸 것이다. 볼베어링은 볼, 내륜 그리고 외륜으로 구성이 되고, 예압에 의해 궤도륜과 볼은 접촉각을 이루며 각접촉 되어 강성을 발생한다.

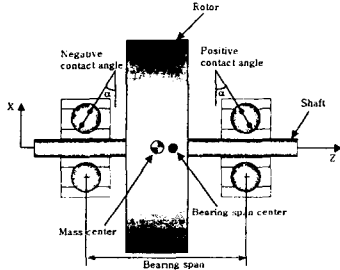


Fig.1 Rigid rotor supported by a pair of ball bearings

볼베어링의 구름요소 표면에 존재하는 기하학적 불완전성은 주기적인 형상의 waviness 와 국소결함으로 나뉘어 진다. 따라서, 내외륜의 waviness 는 정현파 함수로, 국소결함은 이의 조합으로 표현할 수 있다.^(4,7,8) 그러나 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트에 의한 효과를 고려하면, 볼의 내외륜에서 발생하는 접촉각이 달라지므로, 기존연구에서 사용한 모델을 사용할 수 없기 때문에 다음과 같이 내륜과 외륜에 작용하는 waviness 를 나누어 고려하여야 한다.⁽³⁾

$$w_{ij} = \sum_{l=1}^n C_{jl} [\cos(\omega_b l + \gamma_{jl})] \quad (1)$$

$$w_{oj} = \sum_{l=1}^n C_{jl} [\cos\{\omega_b (t + \frac{\pi}{\omega_b}) + \gamma_{jl}\}] \quad (2)$$

여기서, w_{ij} 와 w_{oj} 는 각각 내외륜에 작용하는 볼의 waviness, γ , ω_b , C_{jl} , 는 볼 waviness 의 초기위상각, 볼의 자전속도, 그리고 l 차 볼 waviness 의 진폭을 각각 의미한다.

2.2 Waviness 를 고려한 기하학적 구속조건과 힘평형조건

Fig.2 에서 j 번째 볼이 위치한 궤도륜의 곡률반경중심의 위치벡터를 회전체의 질량중심을 기준으로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\vec{R}_{ij}(t) = R_i \cos \psi_j \vec{i} + R_i \sin \psi_j \vec{j} + a_j \vec{k} \quad (3)$$

$$\vec{R}_{oj}(t) = R_o \cos \psi_j \vec{i} + R_o \sin \psi_j \vec{j} + a_o \vec{k} \quad (4)$$

여기서, ψ_j 는 j 번째 볼의 x - y 평면상 편향각이다.

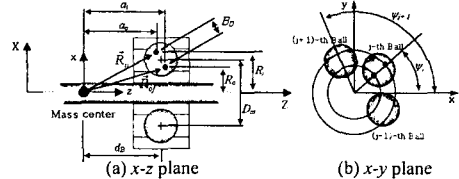


Fig.2 Position vector of groove radius center

Fig.3 은 볼의 원심력, 자이로스코픽 모멘트 그리고 베어링 중심의 변위에 의한 궤도륜 곡률반경중심간의 거리와 볼 중심위치의 관계를 나타낸 것이다. δ_{ij} , δ_{oj} 는 내외륜의 탄성변형, α_{ij} 와 α_{oj} 는 내외륜의 접촉각 그리고 X_{ij} 와 X_{oj} 는 볼 중심위치의 축방향 및 반경방향성분이다. l_{ij} , l_{oj} 는 볼의 중심에서 내외륜의 곡률반경중심까지의 거리로서, Eq.(1), (2)의 waviness, w_{ij} , w_{oj} 와 다른 볼에 비해 특정 볼의 직경이 다른 경우의 효과, h_j 를 적용하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$l_{ij} = r_i - (D + h_j) / 2 - w_{ij} \quad (5)$$

$$l_{oj} = r_o - (D + h_j) / 2 - w_{oj}$$

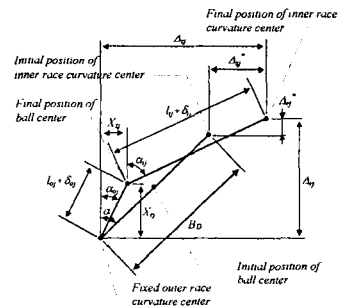


Fig.3 Position of ball center and raceway curvature centers⁽⁹⁾

내륜이 회전하는 베어링의 경우, 오일러 각 (Euler angle)을 사용하여 Eq.(3),(4)를 베어링 중심의 변위 $\{u\} = \{x, y, z, \theta_x, \theta_y\}^T$ 에 대하여 좌표변환하면, 변형 후의 위치벡터가 구해진다. 이 벡터와 외륜 위치벡터와의 차를 구하면 두 곡률반경간 거리가 구해지는데, 각 위치벡터의 반경방향 및 축방향 성분에 내외륜의 waviness 를 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.^(7,8)

$$\Delta_{ij} = (R_i - R_o) + a_i (\theta_y \cos \psi_j - \theta_x \sin \psi_j) + x \cos \psi_j + y \sin \psi_j + (p_{ij} - p_{oj}) + q_j (\theta_y \cos \psi_j - \theta_x \sin \psi_j) \quad (6)$$

$$\Delta_{oj} = (a_i - a_o) + R_i (\theta_x \sin \psi_j - \theta_y \cos \psi_j) + z + (q_j - q_o) + p_{ij} (\theta_x \sin \psi_j - \theta_y \cos \psi_j) \quad (7)$$

여기서, Δ_{ij} 와 Δ_{oj} 는 베어링 중심의 변형과 waviness

에 의한 궤도를 중심간 거리의 반경방향 및 축방향 성분이다. 그리고 p_{ij} 와 p_{oj} 는 내륜과 외륜의 반경방향 waviness 이며, q_{ij} 와 q_{oj} 는 내륜과 외륜의 축방향 waviness 이다.^(11,12)

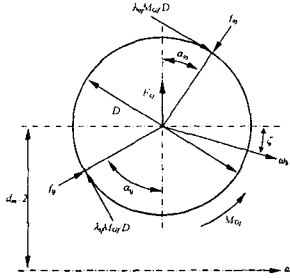


Fig.4 Ball loading at arbitrary azimuth angle, $\psi_j^{(10)}$

Fig.3 에 대하여 피타고라스의 정리를 적용하면 다음과 같은 기하학적 구속조건이 얻어진다.

$$\begin{aligned} (\Delta_y - X_j)^2 + (\Delta_z - X_j)^2 - (l_j + \delta_j)^2 &= 0 \\ X_j^2 + X_j^2 - (l_j + \delta_j)^2 &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Fig.4 는 회전에 의한 볼의 원심력, 자이로스코픽 모멘트 그리고 발생하는 접촉력과의 관계를 나타낸 것으로서, D 는 볼의 직경이다. 그리고 M_{Gj} 와 F_{Gj} 는 각각 회전에 의해 발생하는 자이로스코픽 모멘트와 원심력이며, λ_{ij} 와 λ_{oj} 는 궤도론 제어이론에 의한 상수이다.⁽⁹⁾ 여기서 다음과 같은 힘평형조건을 구할 수 있다.

$$f_{ij} \sin \alpha_{ij} - f_{oj} \sin \alpha_{oj} - \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} \cos \alpha_{ij} + \frac{\lambda_{oj} M_{Gj}}{D} \cos \alpha_{oj} = 0 \quad (9)$$

$$f_{ij} \cos \alpha_{ij} - f_{oj} \cos \alpha_{oj} + \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} \sin \alpha_{ij} - \frac{\lambda_{oj} M_{Gj}}{D} \sin \alpha_{oj} + F_{Gj} = 0$$

Eq. (9)의 접촉력 f_{ij} 와 f_{oj} 는 Hertz의 접촉이론에 따르면 다음과 같다.

$$f_{ij} = K_{ij} \delta_{ij}^{1.5}, \quad f_{oj} = K_{oj} \delta_{oj}^{1.5} \quad (10)$$

여기서 K_{ij}, K_{oj} 는 내외륜의 접촉력 비례상수이다. 또한, 볼의 원심력, F_{Gj} 와 자이로스코픽 모멘트, M_{Gj} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$F_{Gj} = 0.5 m_b d_m \omega_c^2 \quad (11)$$

$$M_{Gj} = I_p \omega_b \omega_c \sin \zeta \quad (12)$$

여기서, m_b 는 볼의 질량, I_p 는 볼의 질량관성모멘트이다. 그리고 d_m, ω_c 그리고 ω_b 는 M_{Gj}, F_{Gj} 와 예압에 의한 피치지름, 케이지 회전속도 그리고 볼의 자전속도이며 내륜이 회전하는 경우에 대하여 다음과 같이 계산된다.⁽¹⁰⁾

$$\omega_c + \omega_o \left(\frac{d_m + D \cos \alpha_{oj}}{d_m - D \cos \alpha_{ij}} \right) \frac{\cos(\alpha_{ij} - \zeta)}{\cos(\alpha_{oj} - \zeta)} = \omega_c \left(1 + \frac{d_m + D \cos \alpha_{oj}}{d_m - D \cos \alpha_{ij}} \right) \frac{\cos(\alpha_{ij} - \zeta)}{\cos(\alpha_{oj} - \zeta)} \quad (13)$$

$$\omega^b = \frac{\omega^o - \omega^c}{D \left[\frac{-\cos(\alpha^o - \zeta)}{d_m - D \cos \alpha_{oj}} + \frac{-\cos(\alpha^c - \zeta)}{d_m + D \cos \alpha_{ij}} \right]} \quad (14)$$

$$(15)$$

$$d_m = d'_m + 2X_j - 2l_j \cos \alpha$$

여기서, d'_m 은 예압이 가해지지 않은 경우의 피치름이며 ω_i 와 ω_o 는 내외륜의 회전속도이다.

Eq.(10)-(15)를 Eq.(9)에 대입하고 Eq(8)과 (9)를 연립하면, 궤도론 및 볼의 waviness 를 고려한 비선형 연립대수방정식이 $\delta_{ij}, \delta_{oj}, X_{ij}, X_{oj}$ 에 대하여 구해지며, Newton-Raphson 반복법 등에 의해 해석할 수 있다. 여기서 내외륜 접촉각의 정현 및 여현값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{oj} &= \frac{X_{oj}}{l_j + \delta_{oj}}, \quad \sin \alpha_{oj} = \frac{X_{ij}}{l_j + \delta_{oj}} \\ \cos \alpha_{ij} &= \frac{\Delta_j - X_{ij}}{l_j + \delta_{ij}}, \quad \sin \alpha_{ij} = \frac{\Delta_j - X_{oj}}{l_j + \delta_{ij}} \end{aligned} \quad (16)$$

Eq(9)의 $\lambda_{ij}, \lambda_{oj}$ 와 Eq(12)의 ζ 는 궤도론 이론에 따라 외륜제어인 경우, 다음과 같이 쓸 수 있다.⁽⁹⁾

$$\zeta = \tan^{-1} \left(\frac{d_m \sin \alpha_{oj}}{d_m \cos \alpha_{oj} + D} \right), \quad \lambda_{ij} = 0, \quad \lambda_{oj} = 2 \quad (17)$$

2.3 볼베어링 가진원에 의한 회전계 운동방정식
내륜이 회전하는 경우, 회전체에 미치는 힘과 모멘트는 다음의 식으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{j=1}^Z \left(f_{ij} \cos \alpha_{ij} + \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} \sin \alpha_{ij} \right) \cos \psi_j \\ F_y &= \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{j=1}^Z \left(f_{ij} \cos \alpha_{ij} + \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} \sin \alpha_{ij} \right) \sin \psi_j \\ F_z &= \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{j=1}^Z \left(f_{ij} \sin \alpha_{ij} - \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} \cos \alpha_{ij} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} M_x &= \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{j=1}^Z \left(f_{ij} \tau_{ij} - \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} e_{ij} + \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} r_i \right) \sin \psi_j \\ M_y &= - \sum_{k=1}^{N_b} \sum_{j=1}^Z \left(f_{ij} \tau_{ij} - \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} e_{ij} + \frac{\lambda_{ij} M_{Gj}}{D} r_i \right) \cos \psi_j \end{aligned}$$

여기서, r_i 는 내륜의 곡률반경이며, N_b 는 회전체를 지지하는 볼베어링의 개수이며, τ_{ij} 와 e_{ij} 는 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$e_{ij} = R_j \sin \alpha_{ij} - a \cos \alpha_{ij}, \quad \tau_{ij} = R_j \cos \alpha_{ij} + a \sin \alpha_{ij} \quad (19)$$

식(18)의 접촉력과 모멘트를 사용하여 힘 및 모멘트 평형식에 적용하면, 회전계의 운동방정식이 구해지고, 성분별로 나누어 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + F_x &= 0 \\ m\ddot{y} + F_y &= 0 \\ m\ddot{z} + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$I_x \ddot{\theta}_x + I_x \Omega \dot{\theta}_x + M_x = 0$$

$$I_z \ddot{\theta}_z - I_z \Omega \dot{\theta}_z + M_z = 0$$

여기서 m, I_x, I_z, Ω 는 각각 회전체의 질량, 반경축 질량관성모멘트, 질량 극관성 모멘트, 그리고 회전축의 회전각속도를 각각 의미한다. 외륜이 회전하는 경우의 가진력은 Eq.(4)를 좌표변환하여 동일한 과정에 의해 유도할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

3.1 해석모델 및 수치해석

본 연구에서는 Fig.1 과 같이 서로 반대방향의 접촉각을 가지는 한쌍의 볼베어링으로 지지된 강체 회전계에서 waviness 에 의해 발생하는 베어링 진동을 계산하였고, 볼베어링과 회전체의 사양을 Table 1 과 2 에 나타내었다. 해석에 사용된 볼베어링은 내륜회전형이며, 3.2~3.4 장의 계산에서는 회전체의 질량중심과 베어링 스펜(span)중심은 서로 일치하며, 좌우 베어링의 반경방향 waviness 의 위상차는 0°, 축방향 waviness 의 위상차는 180° 라고 가정하였다. 이 경우는 회전체의 각변위가 발생하지 않기 때문에 두 베어링에서 발생하는 축방향 접촉력은 서로 상쇄되어 축방향 변위가 발생하지 않는다. 따라서, 접촉력의 시간응답을 주파수변환하여 진동주파수를 계산하였다.

Radial mass moment of inertia, I_r	3.9853×10^{-4} [kg-m ²]
Polar mass moment of inertia, I_p	7.5339×10^{-4} [kg-m ²]
Mass, M	8.673×10^{-1} [kg]
Bearing span	8.5×10^{-3} [m]
Number of bearing	2

Table 1 Specification of spindle system

Number of ball, Z	16
Ball diameter, D	22.23×10^{-3} [m]
Pitch diameter, d_m	125.26×10^{-3} [m]
Preload, F_p	10 [kN]
Groove radius of inner race, r_i	11.63×10^{-3} [m]
Groove radius of outer race, r_o	11.63×10^{-3} [m]
Diametral clearance, P_d	0.43×10^{-3} [m]
Waviness amplitude	1×10^{-3} [m]

Table 2 Specification of ball bearing⁽²⁾

각 시간간격에 대하여, 각 볼에 작용하는 waviness 와 위치벡터가 계산 되면, 기하학적 구속 조건과 힘평형조건을 Newton-Raphson 방법에 의해 해석하여 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트에 의한 볼의 위치와 탄성변형량을 계산하였는데, Newton-Raphson 방법의 수렴오차는 1×10^{-10} %로 두었다. 이 결과로부터 회전계에 미치는 접촉력과 모멘트를 구하여 회전계의 운동방정식에 적용하였다. Runge-Kutta-Fehlberg 방법에 의해 회전계의 운동방정식의 해를 구하였는데, 초기 시간간격과 허용오차는 각각 1×10^{-10} sec 와 10^{-5} % 로 두었다. 임의의 작은 감쇠(이론적 감쇠계수의 약 10^{-5})를 추가하여, 고유진동수에서 해의 발산을 방지하였다.⁽¹²⁾ 접촉력과 변위에 대한 가변시간영역 계산결과를 선형보간 하여, 주파수 변환하고 그 결과를 고찰하였다.

3.2 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트에 의한 진동주파수의 변화

본 연구에서 제안한 모델의 이론적 타당성을 검증하기 위하여, 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향유무에 따라 회전체에 작용하는 접촉력

의 시간응답을 주파수 변환하여 기존의 연구와 비교하였다. Table 3 은 회전속도가 10000rpm 인 경우, 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트가 존재하지 않는 경우에 대한 결과로서, 기존연구^(1,2,4)의 베어링 단품에서 발생하는 베어링 진동의 기본주파수와 본 연구모델에 의한 회전체에서 발생하는 진동의 기본주파수 성분을 비교한 것이다. 두 결과는 정확히 일치하고 있다.

Type	Waviness order	Principal frequencies [Hz]		Type of motion
		Proposed model	Prior model ^(1,4)	
Cage rotating frequency		72.06	71.63	
Ball spinning frequency		461.11	460.30	
Outer race	15	1149.52	1146.10	radial
	16	1149.52	1146.10	axial
	17	1149.51	1146.10	radial
Inner race	15	1350.48	1353.90	radial
	16	1517.15	1520.57	axial
	17	1680.81	1687.24	radial
Ball		850.07	848.97	radial
	2	994.39	992.23	axial
		922.23	920.60	radial

Table 3 Comparisons of cage rotating frequency, ball spinning frequency and principal vibration frequencies between the proposed model and prior model (without considering F_G and M_G)

Fig.5 는 볼의 waviness 차수가 2 인 경우, 내륜이 $\Omega=10000$ rpm ($f=\Omega/60$ Hz)로 회전하는 회전체에 미치는 접촉력의 진동주파수를 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향을 고려하여 각각 계산한 결과이다. 케이지 회전주파수와 볼의 자전주파수는 $f_c=76.7$ Hz 와 $f_b=500.1$ Hz 로 계산되고, 축방향 주파수는 1002.2 Hz($2f_b$)이며 반경방향 주파수는 $926.3, 1079.0$ Hz($2f_b \pm f_c$)로 계산된다. 이 결과는 기존연구⁽³⁾와 정확히 일치하고 있으며, 기존의 연구^(1,7,8)를 통해 밝혀진 탄성변형-접촉력의 비선형 특성에 의한 조화성분($2if_b=2004.4$ Hz..., $2if_b \pm f_c=1923.3, 2077.1$ Hz..., $i=2,3,4...$)을 확인할 수 있다.

다양한 waviness 에 대하여 베어링 단품에 대한 기존연구결과⁽³⁾와 본 연구모델에 대한 결과를 비교하여 Table 4 에 나타내었는데, 정확히 일치하는 것을 확인할 수 있고, Table 3 과 비교해 보면, 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향으로 베어링 진동의 주파수가 변화한다는 것을 확인할 수 있다. 이는 볼의 원심력과 자이로스코픽 영향을 고려한 기존의 베어링 단품에 관한 연구결과⁽³⁾와도 일치하는 현상이다.

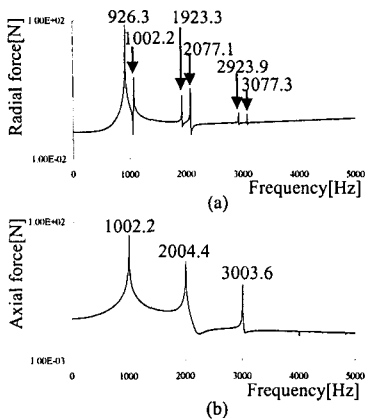


Fig.5 Principal frequencies and its harmonics due to ball waviness of order 2 considering F_{ej} and M_{Gj}

Type	Waviness order	Principal frequencies [Hz]		Type of motion
		Proposed model	Prior model ⁽³⁾	
Cage rotating frequency		76.7	76.7	
Ball spinning frequency		500.1	500.9	
Outer race	15	1227.8	1277.6	radial
	16	1227.8	1227.6	axial
	17	1227.8	1227.6	radial
Inner race	15	1273.0	1272.4	radial
	16	1439.5	1439.1	axial
	17	1606.2	1605.7	radial
Ball	2	926.3	925.1	radial
		1002.2	1001.8	axial
		1079.0	1078.5	radial

Table 4 Comparisons of principal vibration frequencies due to the waviness of the rolling elements(considering F_{ej} and M_{Gj})

3.3 회전속도 증가에 따른 접촉력의 진폭변화

Fig.6 은 회전속도의 증가에 따라 회전하는 내륜에 작용하는 축방향 및 반경방향 접촉력 기본주파수 성분분의 진폭변화를 나타낸 것으로서 waviness 가 2 일때, 접촉력 기본주파수 진폭의 변화를 나타낸 것이다.

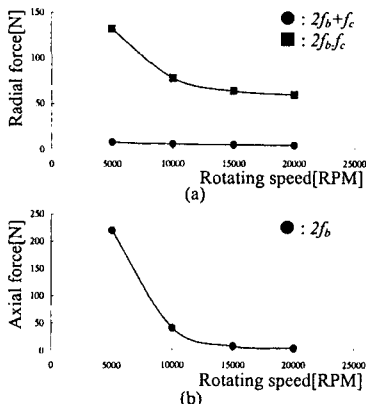


Fig.6 The amplitude of force due to ball waviness of order 2 considering F_{ej} and M_{Gj}

회전속도의 증가에 따라, 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트에 의해 구름요소간의 탄성변형이 증가하여, 반경방향 및 축방향 접촉력 기본주파수의 진폭이 감소하는 것을 알 수 있다. 이는 내륜 회전의 경우, 회전속도가 증가함에 따라 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트의 영향이 증가하여 내륜과 볼에 의해 발생하는 탄성변형량이 줄어들게 되고, 따라서 회전하는 궤도륜과 회전체의 회전축에 미치는 접촉력이 감소하기 때문에 발생하는 현상이다. 또한, 회전속도의 증가에 따라 내륜 접촉각이 증가하기 때문에 접촉각 방향으로 발생하는 접촉력의 감소는 반경방향 성분보다 축방향 성분이 더 커지게 되고, 따라서 축방향으로 작용하는 힘의 감소경향이 반경방향보다 급격하게 나타나게 된다. Fig.7 과 8 은 내륜의 waviness 가 15 인 경우와 16 인 경우, 반경방향 및 축방향 접촉력의 진폭변화를 각각 나타낸 것으로서 Fig.6 과 동일한 경향을 보이고 있다. 외륜의 waviness 에 의한 접촉력도 동일한 경향을 보임을 확인하였다

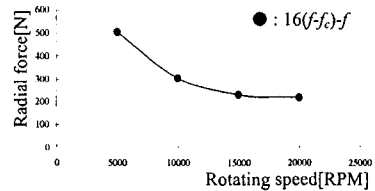


Fig.7 The amplitude of force due to inner race waviness of order 15 considering F_{ej} and M_{Gj}

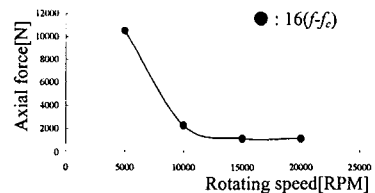


Fig.8 The amplitude of force due to inner race waviness of order 15 considering F_{ej} and M_{Gj}

Fig.9 는 Table 1 과 2 의 회전축계 사양을 사용하여 회전속도의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 계산한 결과이다. 이 결과에서 볼 수 있듯이 Fig.6-8 에서 고찰한 주파수 성분들은 모두 1700Hz 미만인데 비하여 회전축계의 고유진동수는 모두 4800Hz 이상에서 존재하기 때문에 가진 성분과 고유진동모드와의 공진에 의한 영향은 받지 않는다고 할 수 있다.

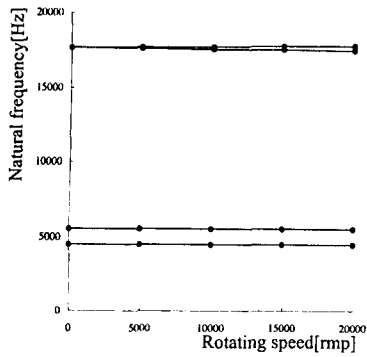


Fig.9 Natural frequencies of spindle system with respect to rotating speed

3.4 베어링간 waviness의 특성차이에 의한 진동

일반적으로 실제 회전계를 지지하는 다수의 볼 베어링은 각각의 결합특성이 동일하지 않다. 따라서, 회전계를 가진하는 성분은 볼베어링 단품에 의한 해석과는 차이를 보일 수 있다. 즉 Fig.10은 두개의 각접촉 볼베어링으로 지지된 회전계의 경우, 두개의 베어링이 가지는 waviness의 특성이 다른 경우에 대하여 해석한 결과로서, 좌측의 베어링에 존재하는 내륜 waviness의 차수가 15이며, 우측베어링에는 waviness가 존재하지 않는 경우, 회전체의 질량중심에 미치는 힘과 모멘트를 계산하였다.

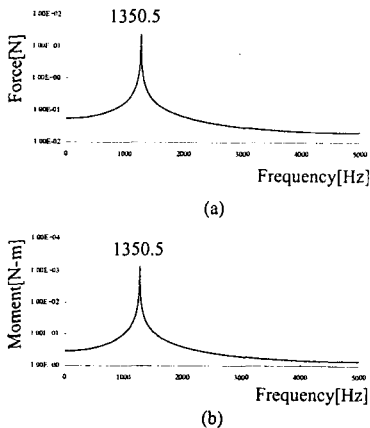


Fig.10 Net radial force and moment acting on the mass center of rotor(inner race waviness order of left bearing=15, right bearing=0); (a) net radial contact force, (b) net moment

이 결과로부터 좌우측베어링에서 발생하는 접촉력의 차이에 의해 각변위를 유발하는 모멘트가 발생하며, 그 주파수는 동일함을 알 수 있다. 그리고

그리고 Fig.11은 좌측베어링의 내륜 waviness 차수가 15이며, 우측베어링의 내륜 waviness 차수가 16인 경우 회전체의 질량중심에 작용하는 힘을 계산한 결과이다.

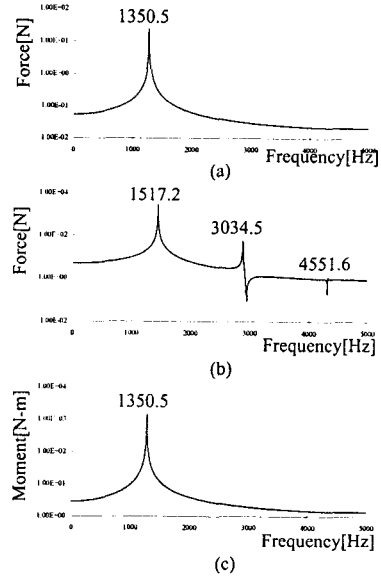


Fig.11 Net radial forces and moment acting on the mass center of rotor(inner race waviness order of left bearing=15, right bearing=16); (a) net radial contact force, (b) net axial contact force, (c) net moment

이 경우는 축방향 및 반경방향 가진력과 두 베어링간의 반경방향 접촉력의 차이에 의한 모멘트가 발생하는 것을 볼 수 있고, 기존의 연구^(1,7)에서 예측하였던 탄성변형과 하중간의 비선형 특성에 의한 축방향 진동의 조화성분을 Fig.11(b)에서 확인할 수 있다.

3.5 회전체 질량중심 위치에 따른 각운동 해석

동일한 성질의 waviness를 포함한 두개의 베어링으로 지지된 회전체가 회전할 때 베어링 스펙의 중심과 회전체의 질량중심이 일치하게 되면, 축방향 접촉력은 서로 상쇄되고, 반경방향 접촉력의 차이가 발생하지 않아서 모멘트도 발생하지 않으므로 반경방향의 진동만이 존재하게 된다. 그러나 3.4 절의 경우와 마찬가지로 실제 회전구조물에 있어서 이러한 구조를 가지게 되는 경우는 매우 드물기 때문에 일반적으로 베어링의 스펙중심과 회전체의 질량중심이 일치하지 않게 된다.

Fig.12는 내륜 waviness의 차수가 15일 때 회전체의 질량중심이 베어링 스펙중심에 비하여 1cm 우측으로 치우쳐 위치하여 10000rpm으로 회전하

는 경우, 우측베어링과 좌측베어링에서 발생한 모멘트의 변화가 회전체의 질량중심에 미치는 영향을 시간영역에서 표시한 것이다. 우측의 경우보다 좌측에서 발생한 모멘트의 변화량이 더욱 큰 것을 볼 수 있다. 이 경우 두 변화량은 서로 반대방향의 위상을 가지고 있어서 회전체에 미치는 전체 모멘트의 변화량은 감소할 것으로 예상할 수 있지만 상쇄되지는 않는다. 따라서 이러한 두 모멘트의 합은 회전체에 작용하여 진동을 유발하게 된다.

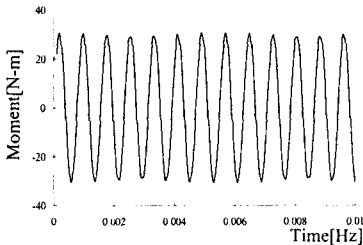


Fig.12 Moment of each bearing supporting spindle system

이 경우의 반경방향 작용력과 모멘트의 주파수는 Fig.10 과 동일하며, 모멘트의 크기만 다소 증가하게 된다.

4. 결론

고속으로 회전하거나, 볼의 질량에 의한 원심력과 자이로스코픽 모멘트를 무시할 수 없는 경우, 진동의 기본주파수와 조화성분은 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트를 고려하지 않은 예측과는 큰 차이를 보일 수 있다. 그리고 내륜이 회전하는 경우, 회전속도의 증가에 따라 볼의 원심력과 자이로스코픽 모멘트가 증가하므로 내륜의 탄성변형과 회전축에 미치는 접촉력이 감소하여, 회전계의 고유진동 모드와는 관계없이 진동의 진폭 또한 감소하는 경향을 가진다. 구름요소에 waviness 를 포함한 볼베어링으로 지지된 회전계는 각 베어링에 존재하는 waviness 의 종류가 달라지면, 각운동 방향 및 축방향 진동을 발생하며, 각운동 방향의 진동 주파수는 반경방향의 진동주파수와 동일하다. 또한 회전체의 질량중심과 베어링의 스핀중심이 일치하지 않는 경우도 모멘트를 발생하게 되는데 이는 모두 반경방향 접촉력의 불균형으로부터 기인하는 것이다. Waviness 에 의한 회전계의 진동문제는 회전계의 지지강성이 시간에 따라 변화하는 계수가진계(parametrically excited system)이다. 이는 Hill 방정식으로 알려진 비자율계(non-autonomous

system)의 일반적인 형태이므로, 기존의 선형 고유치 해석으로는 회전계의 고유진동형에 의한 모든 계수영역에서의 안정성 여부를 판별하기가 매우 어렵다. 따라서 이에 관한 연구가 향후과제로 요구된다.

참고문헌

- (1) Wardle, F.P., 1988a, "Vibration Forces Produced by Waviness of the Rolling Surfaces of Thrust Loaded Ball Bearing, Part 1: Theory", Proc. IMechE, Vol.202, No.C5, pp.305-312
- (2) Wardle, F.P., 1988b, "Vibration Forces Produced by Waviness of the Rolling Surfaces of Thrust Loaded Ball Bearing, Part 2: Experimental Validation", Proc. IMechE, Vol.202, No.C5, pp.313-319
- (3) 정성원, 장건희, 2001, "구름요소의 waviness 를 고려한 볼베어링의 해석이론", 한국소음진동공학회지, 제 11 권, 제 7 호, 게재예정
- (4) Yhland, E., 1992, "A Linear Theory of Vibrations Caused by Ball Bearings with Form Errors Operating at Moderate Speed", ASME, J. of Tribology, Apr, Vol.114, pp.348-359
- (5) Aktürk, N., Uneeb, M., Gohar, R., 1997, "The Effects of Number of Balls and Preload on Vibrations Associated with Ball Bearings", ASME, J. of Tribology, Oct, Vol.119, pp.747-753
- (6) Aktürk, N., 1999, "The Effect of Waviness on Vibrations Associated with Ball Bearings", ASME, J. of Tribology, Oct, Vol.121, pp.667-677
- (7) 정성원, 장건희, 2001, "다수의 각접촉 볼베어링으로 지지된 5 자유도계 회전계에서 볼베어링의 waviness 에 의해 발생하는 비선형진동 해석모델", 한국소음진동공학회지, 제 11 권, 제 2 호, pp.336-345
- (8) Jang, G.H., Jeong, S.W., 2001, "Nonlinear Excitation Model of Ball Bearing Waviness in a Rigid Rotor Supported by Two or More Ball Bearings Considering Five Degrees of Freedom", ASME, J. of Tribology, will be published.
- (9) Jones, A.B., 1960, "A General Theory of Elasticity Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitrary Load and Speed Conditions", ASME J. Basic Eng., Vol. 82, pp.309-320
- (10) Harris, T.A., 1991, Rolling Bearing Analysis, 3rd Ed., John Wiley & Sons, INC.
- (11) Hamrock, B.J., Dowson, D., 1981, "Ball Bearing Lubrication - The Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts", John Wiley & Sons, INC.
- (12) Krämer, E., 1993, Dynamics of Rotors and Foundations, Springer-Verlag.