

압전 감지기/작동기를 포함하는 셸 요소의 개발

Development of Shell Element to Analyze an Intelligent Structure with Piezoelectric Sensor/Actuator

황 우 석* · 오 진 택** · 박 현 철***

Woo Seok Hwang, Jin Taek Oh and Hyun Chul Park

Key Words : Piezoelectric Sensor/Actuator(압전 감지기/작동기), Finite Element Formulation(유한요소 정식화), Shell Element(셸 요소)

ABSTRACT

A new three-dimensional thin shell element for the structure containing an integrated distributed piezoelectric sensor and actuator is proposed. A finite element formulation for the static response of the shell with piezoelectric sensor/actuator is derived. The assumed strain formulation and the bubble function improves the performance of the shell element. The verification through the calculation of the static response for the piezoelectric bimorph beam shows that the results agree with those from the theoretical analysis very well.

1. 서 론

구조물의 증량은 제작 및 유지 비용에 절대적인 영향을 미치므로 구조물에 대한 경량화에 대한 요구가 높다. 최근 들어 해석/실험 기술의 발달로 구조물의 거동에 대한 정확한 예측이 가능해지고, 신소재의 개발로 고강성, 고강도 재료를 사용할 수 있게 됨에 따라 구조물의 경량 설계가 가능하게 되었다. 하지만, 경량화로 인한 유연성의 증가는 예기치 못한 돌발적인 환경에서 구조물의 안정성을 위협할 수 있다. 이에 대비하여 일상적이지 않은 상황을 전제로 과도하게 안전한 구조물을 설계하는 것은 바람직하지 못하다. 또한 위험하지는 않으나 계속적인 미량의 진동으로 인하여 사용자에게 불편감을 주거나 정밀 기계의 정확도를 저해하는 경우도 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 제안된 방법 중의 하나가 구조 제어이다[1].

구조물은 일반적으로 분포계이므로 분포 측정과 제어가

요구된다. 그러나, 현재 사용되는 제어기는 대부분 이산계이며, 이산 제어기가 갖는 단점을 극복하기 위하여 많은 연구가 수행되었다. 그 대표적인 예가 압전 재료로 이용한 구조물의 제어이다. 이는 압전 재료의 순/역방향 압전 효과를 이용하여 압전 재료를 구조물의 일부로 사용하면 감지기/작동기의 역할을 할 수 있도록 고안한 기법이다.

지금까지 압전 감지기/작동기를 이용한 구조물의 제어 기법에 대하여 많은 연구가 수행되어 왔다. 특히 유한 요소 해석 기법을 이용한 모델링과 해석은 그 연구 사례가 많다[2]. 초기 연구는 각 절점마다 전기적 자유도를 부가한 3차원 요소의 개발로 시작되었다. 하지만 이 요소들은 압전 발진기를 해석하는데 널리 사용되었고, 구조적으로 얇은 판의 형태를 갖는 압전 감지기나 작동기를 해석하기에는 한계가 있었다. 박판 형태로 주 구조물의 표면에 부착되는 압전 감지기과 작동기를 모델링할 수 있는 2차원 판 요소가 개발되었다.

최근 들어, 많은 경량 구조물에서 곡률을 가지면서 얇은 셸의 사용이 늘고 있다. 셸의 곡률은 구조적으로 하중을 지지하는데 매우 효율적이어서 셸은 경량화를 위하여 필수적인 구조 형태이다. 셸 구조물을 해석하기 위한 유한 요소의 개발은 2장에서 설명할 여러 가지 문제로 인하여 매우 어려우며, 현재도 효율적이고 정확한 셸 요소를 개발하기 위하여 많은 연구가 수행되고 있다. 마찬가지로 이유로 압전 감지기/

* 대구대학교 자동차·산업·기계공학부
E-mail : whwang@taegu.ac.kr
Tel : (053) 850-6672, Fax : (053) 850-6689

** 포항공과대학교 대학원 기계공학부

*** 포항공과대학교 기계공학부

작동기가 부착된 셸 구조물의 모델링과 해석 분야에서도 압전 셸 요소의 개발에 대한 연구가 아직 미미하다.

본 연구에서는 압전 감지기/작동기가 부착된 박판 셸 구조물을 해석할 수 있는 압전 셸 요소를 개발하였다.

2. 셸 요소의 선정

압전 셸 요소의 개발은 효율적인 구조 셸 요소의 선정이 관건이다.

셸 요소는 형상은 물론 면내 변형 및 굽힘 변형을 포함하는 변형 양상이 매우 복잡하기 때문에 다른 어떤 요소보다 어렵다. 셸 요소는 형상적인 특성으로 인하여 셸의 두께가 얇아질 때, 전단 잠김(transverse shear locking)이나 면내 잠김(membrane locking)이 발생한다. 이를 해결하기 위하여 많은 노력들이 있어왔는데, 대표적인 기법은 선택적 적분(selective integration)이나 제한적 적분(reduced integration), 또는 가정 변형을 정식화(assumed strain formulation) 등이 있다.

본 연구에서는 구조 해석을 위하여 개발된 많은 셸 요소에 대한 문헌 조사를 수행하였다. 형상이나 메쉬 찌그러짐에 민감하지 않고 효율적인 요소이면서, 향후 비선형 해석을 위한 검증이 된 셸 요소를 대상으로 하였다. 본 논문에서는 Park 등이 제안한 4절점 셸 요소[3]를 선정하였다. 잠김 현상을 막기 위하여 가정 변형을 정식화를 사용하였으며, 버블 함수(bubble function)를 도입하였다. 이 요소는 두께 방향 변형이 가능하며, 각 절점마다 6 자유도를 가지고 있고 각 요소는 6개의 내부 자유도를 갖는다. 이 요소를 이용하여 압전 감지기와 작동기의 모델링이 가능하도록 유한요소 정식화를 수행하였다.

3. 정식화

3.1 변위 보간

Fig.1에 있는 4절점 셸요소를 이용하여 압전 셸요소 정식화를 수행하였다.

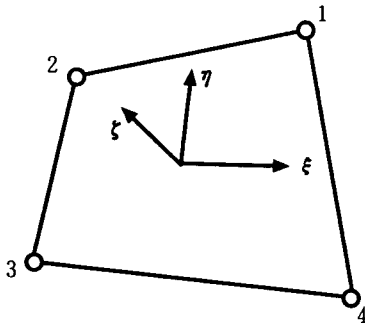


Fig.1 4-Node Shell Element

유한요소 모델링에서, 어떤 요소 내의 위치 벡터 x 는 각 절점들의 위치 벡터 조합으로 다음과 같이 표현된다.

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) (x_o)_i + \xi \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \left(\frac{t}{2} a_3 \right)_i \quad (1)$$

여기서, $N_i(\xi, \eta)$ 는 i -번째 절점에 대한 형상 함수이며, $(x_o)_i$ 는 셸 중립면 상에 있는 i -번째 절점의 위치 벡터이다. a_3 는 셸의 중립면에 수직인 단위 벡터를 나타내며, t 는 셸의 두께이다.

마찬가지로, 변위 벡터 u 는 버블 함수를 포함하여 식(2)와 같이 표현된다.

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) (u_o)_i + \xi \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \left(\frac{t}{2} u_z \right)_i + N_b(\xi, \eta) \left((u_o)_b + \xi (u_o)_b \right) \quad (2)$$

여기서, $(u_o)_i$ 는 셸의 중립면 위에 위치한 점의 변위 벡터이고, $(u_z)_i$ 는 변형 전과 후의 셸 방향 벡터의 차이를 나타내는 벡터이다. $(u_o)_b$ 와 $(u_z)_b$ 는 버블 함수에 해당하는 자유도 벡터이다.

3.2 평형 및 적합 방정식

가상 변형을 가정을 이용한 정식화는 다음의 두 변수 Hellinger-Reissner 범함수로부터 출발한다.

$$\Pi_R = \int_V \left(\epsilon^T C_e \bar{\epsilon} - \frac{1}{2} \epsilon^T C_e \epsilon \right) dV - W \quad (3)$$

여기서, ϵ 은 변위와 독립적인 가정 변형률, $\bar{\epsilon}$ 은 변위로부터 유도되는 변형률이며, W 는 외력에 의한 일이다. 이 범함수의 변분으로부터 구한 정적 조건은 식(4)의 평형 방정식과 식(5)의 적합 방정식이다.

$$\int_V \delta \bar{\epsilon}^T C_e \epsilon dV - \delta W = 0 \quad (4)$$

$$\int_V \delta \epsilon^T C_e (\bar{\epsilon} - \epsilon) dV = 0 \quad (5)$$

3.3 이산화

변위로부터 정의된 실제 변형률은 요소의 변위 벡터를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\epsilon} = B u \quad (6)$$

여기서, B 는 요소 변위 벡터 u 와 변형률 벡터와의 관계를 나타내는 행렬이다. 가정 변형률은 미정의 계수 행렬 α 와 가정 변형률 형상 함수 P 를 이용하여 식(7)과 같이 표현한다.

$$\epsilon = P \alpha \quad (7)$$

식(6)과 (7)을 식(5)에 대입하여 정리하면

$$\delta \alpha^T \left(\int_A P^T C B dA u - \int_A P^T C P dA \alpha \right) = 0 \quad (8)$$

이므로, 이를 간단히 정리하면

$$Gu - Ha = 0 \quad (9)$$

이다. 여기서,

$$H = \int_A P^T CP dA \quad (10)$$

$$G = \int_A P^T CB dA \quad (11)$$

이다. 식(9)로부터

$$a = H^{-1} Gu \quad (12)$$

이다.

식(6)과 (7)을 식(4)에 대입하여 정리하면

$$\delta u^T \int_A B^T CP dA a - \delta u^T F = 0 \quad (13)$$

이므로, 이를 간단히 식(14)와 같이 표현할 수 있다.

$$G^T a = F \quad (14)$$

식(14)에 식(12)를 대입하면

$$G^T H^{-1} Gu = F \quad (15)$$

이다. 식(15)는 변위와 외력과의 관계를 나타내 주므로, 단위 강성벡터는

$$K_e = G^T H^{-1} G \quad (16)$$

이다. 각 요소에 대하여 단위 강성 행렬을 계산한 후 어셈블하면 전체 강성 행렬을 구할 수 있다.

3.4 이산 압전식

압전 재료에서의 탄성장과 전기장을 연계하는 선형 구성 방정식은 순/역방향 압전식으로 표시된다.

$$D = e\epsilon + \epsilon^s E \quad (17)$$

$$\sigma = c\epsilon - e^T E \quad (18)$$

여기서, D , E , ϵ 와 σ 는 각각 전기적 변위, 전기장, 변형률, 응력 벡터이다. c , e 와 ϵ^s 는 각각 탄성, 압전, 유전 상수 행렬이다.

압전 감지식은 식(17)의 순방향 압전식으로부터 유도한다. 주 구조물이 변형하면 이에 부착된 압전 감지기에 변형률이 발생한다. 이는 압전 감지기에 전기적 변위를 유발한다. 전기적 변위를 감지기의 전극 면적에 대하여 적분하면 이는 감지기에 발생하는 전하량이다. 압전 감지기가 z -축 방향으로 얇은 판형이고, 판의 상하에 전극이 있다면 z -방향 전기력 변위만을 고려하면 된다. 즉,

$$q(t) = \int_A D_z dA = \int_A (e\epsilon)_z dA \quad (19)$$

이다. 이를 이산화하면

$$q(t) = \int_A (eB)_z dA u \quad (20)$$

이다. 그러므로, 주 구조물의 변위 u 를 알면 발생하는 전하량을 계산할 수 있고, 이를 전압으로 바꿀 수 있다.

압전 작동식은 역방향 압전식을 이용하여 계산할 수 있다. 압전 작동기에 전기장을 가하면 식(18)로부터 압전 작동기

에 발생하는 변형률을 계산할 수 있다.

$$\epsilon^A = c^{-1} e^T E = dE \quad (21)$$

일반적으로 주 구조물의 표면에 부착되는 압전 작동기는 자신의 인장 혹은 수축으로 주 구조물에 모멘트를 가한다. 모멘트의 크기는 식(22)와 같다.

$$M_A = \int_i c \epsilon^A z dz = \int_i c dE z dz \quad (22)$$

두께가 t 인 판형 작동기에 전압 V 가 두께 방향으로 가해진 경우, 전기장은

$$E = \{ 0 \ 0 \ V/t \}^T \quad (23)$$

이므로, 작동 모멘트는 다음과 같이 전압의 함수로 표시된다.

$$M_A = c_{ij} d_{3j} \bar{z} V \quad (24)$$

여기서, \bar{z} 는 작동기 증립면의 z -좌표이다.

4. 예제

4.1 압전 Bimorph 보의 모델링

프로그램이 압전 셀 구조 해석을 제대로 수행하는지 확인하기 위하여 압전 bimorph 보에 대한 해석을 수행하였다. 압전 Bimorph 보는 가장 간단한 형태의 압전 셀 구조물로서 많은 연구에서 검증용 예제로 사용되고 있다[4-6]. Bimorph 보는 Fig.2에서와 같이 극성이 반대인 두 층의 압전판이 결합되어 압전 효과를 배가시키도록 만들어졌다. 압전 재료의 물성은 Table 1에 있다.

참고 문헌 [4]에서는 압전 감지기/작동기의 전극을 고려한 해석이 중요함을 보여준다. 본 논문에서도 $20 \times 5 \text{mm}$ 크기의 전극이 x -방향으로 5개 설치된 경우를 고려하였다. 압

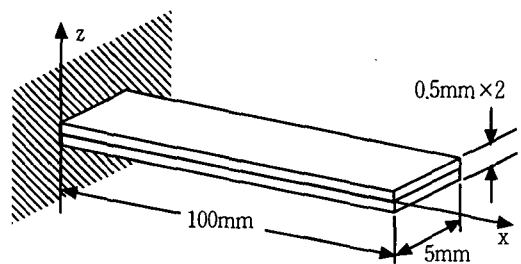


Fig.2 Piezoelectric PVDF Bimorph Beam

Table 1 Material Properties of PVDF

Property	Value
Young's Modulus (E)	$2.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Poisson Ratio (ν)	0.29
Dielectric Coefficient (d_{31})	$2.2 \times 10^{-11} \text{ C/N}$
Piezoelectric Constant (e_{31})	$4.6 \times 10^{-2} \text{ C/m}^2$

전 외팔보의 길이 방향으로 5개와 10개의 셸요소로 각각 모델링하였다. 10개의 요소를 사용한 경우에는 같은 전극하의 요소끼리 선택적 어셈블링을 수행하여 전극 효과를 고려할 수 있도록 하였다.

4.2 변형에 대한 감지 전압 계산

끝단 변위가 10mm인 변형 상태에서 압전 재료에 발생하는 전압을 계산하였다. 이 때, 두 층의 압전 재료는 모두 감지기로 사용된다. 보의 굽힘으로 인하여 발생하는 감지 전압은 굽힘 변형률의 감지기 면적에 대한 적분값에 비례한다. Fig.3에서 외팔보의 이론적 굽힘 변형률과 감지 전압을 비교하였다. 외팔보의 길이 방향으로 5개의 전극마다 발생하는 전압을 계산한 결과이다. 실제로는 식(20)에서 계산한 전하값을 어떤 회로를 사용하여 전압으로 변환하느냐에 따라 이득이 달라지고 전압이 달라진다. 그러므로, 발생 전하의 최대값을 1로 하여 단위화한 결과이다. 10개의 요소로 모델링한 경우, 더 정확한 변형률이 계산되고 따라서 출력 전압도 정확함을 알 수 있다.

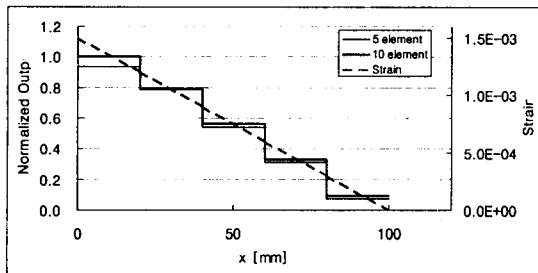


Fig.3 Sensor Output and Strain

4.3 작동 전압에 의한 보의 변형 계산

전압이 가해지면 압전 재료는 변형을 일으키고, 이는 구조물에 제어력을 발생시킨다. 단위 전압 1Volt가 두께 방향으로 가해졌을 때 보의 변형을 계산하였다. 이 때, 두 층의 압전 재료는 모두 작동기의 역할을 한다. 보 이론에 의하여 계산한 변형과 유한요소 해석으로 계산한 변형을 비교하면 Fig.4와 같이 잘 일치함을 볼 수 있다.

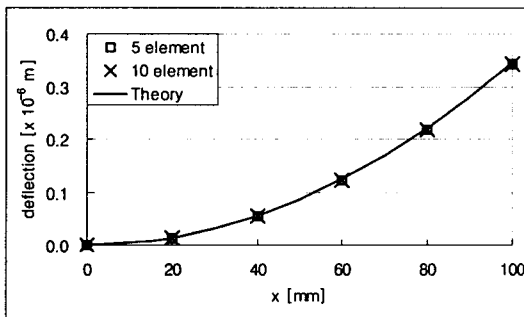


Fig.4 Deflection by Actuator

5. 결론

셀형 박판 구조물에 부착된 압전 감지기와 작동기를 해석하기 위한 압전 셸 정식화를 수행하였다. 사용된 셸 요소는 4절점 요소이며, 가장 변형을 정식화와 버블 함수 기법을 사용하여 셸 요소가 갖는 로킹 문제를 배제하였다.

가장 널리 사용되는 압전 Bimorph 보 예제를 해석하여 프로그램의 타당성을 검증하였다. 계산 결과는 보 이론으로부터 구한 이론치와 잘 일치하므로, 본 논문의 정식화와 프로그래밍이 타당함을 알 수 있다. 셸 구조물과 이에 부착된 박판형 압전 감지기/작동기를 해석할 수 있으면서 자유도가 작은 효율적인 압전 셸 요소가 개발되었다.

셸 구조물중 가장 간단한 판에 대한 검증만을 수행한 상태이므로, 곡률을 갖는 셸에 대한 검증이 수행될 예정이다. 또한 진동 문제에 적용하기 위한 동적 모델링을 수행하여 셸 구조물의 진동 제어에 적용할 계획이다.

후기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(2001-1-30500-003-3)의 지원으로 수행되었음.

참고 문헌

- (1) Leipholz, H.H.E., 1985, Structural Control, Martinus Nijhoff Pub., The Netherlands.
- (2) Benjeddou, A., 2000, "Advances in Piezoelectric Finite Element Modeling of Adaptive Structural Element : A Survey," Computer and Structures, Vol.76, pp. 347~364.
- (3) Park, H.C., Cho, C. and Lee, S., 1995, "An Efficient Assumed Strain Element Model with six DOF per Node for Geometrically Nonlinear Shells," Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.38, pp. 4101~4122.
- (4) Hwang, W.S. and Park, H.C., 1993, "Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators," AIAA Journal, Vol.31, No.5, pp. 930~937.
- (5) Tzou, H.S. and Tseng, C.I., 1991, "Distributed Vibration Control and Identification of Coupled Elastic/Piezoelectric Systems : Finite Element Formulation and Applications," Mechanical System and Signal Processing, Vol.5, No.3, pp. 215~231.
- (6) 조병찬 등, 2001, "박판형 압전 작동기의 작동특성 분석", 춘계학술대회 논문집, 한국항공우주학회, pp. 272~275.