

# 외란 추정기를 이용한 유연 매니플레이터의 선단 위치제어

## Tip Position Control of Flexible Manipulator Using Disturbance Estimator

김상열\* 최승복\*\*

S. Y. Kim, S. B. Choi

**Key Words :** Sliding Mode Control(슬라이딩모드 제어), Disturbance Estimator(외란 추정기), Flexible Manipulator(유연 매니플레이터), Tip Position Control(선단 위치제어).

### ABSTRACT

An accurate tip position control of a single-link flexible manipulator subjected to torque disturbance is achieved by utilizing so called sliding mode controller with disturbance estimation (SMCDE). After formulating the governing equation of motion in the state space representation, a stable sliding surface is designed via the LQR method. The SMCDE is then synthesized by integrating equivalent sliding mode controller with the disturbance estimator which is featured by an integrated average value of the imposed disturbance over a certain sampling period. The regulating tip motion of the flexible manipulator is evaluated by employing the proposed SMCDE.

### 1. 서론

최근의 로봇은 생산성 향상 및 경제적인 이유로 고속화 및 경량화가 요구되어지고 있다. 이러한 로봇의 고속화, 경량화는 필연적으로 링크의 진동을 유발하게 되므로 이를 강건하게 제어할 수 있는 다양한 제어기들이 연구되고 있는데, 비교적 제어 알고리즘이 간단하고 불확실성에 대한 강건성이 보장되는 슬라이딩모드 제어기가 널리 연구되고 있다[1-5]. 그러나 대부분의 SMC 설계에 있어 불확실성에 대한 한계(upper-bound)를 미리 알고 있다고 가정하기 때문에 과도한 설계(over-conservative design)가 이루어 지고 있으며, 이로 인한 떨림(chattering) 현상 증가로 종종 시스템 제어 성능의 급격한 저하를 초래한다. 따라서 이를 극복 하고자 불확실성을 예측하기 위한 여러 기법들이 제안되고 있다. 특히 제어입력과 직접 연계되어 있는 외란의 정확한 예측을 위하여 여러 종류의 외란 관측기(혹은 추정기)가 사용되고 있다[7-11].

본 연구에서 제안한 외란 예측방법은 Elmalí 와 Olgac 이 제안한 Sliding Mode Control with Perturbation Estimation : SMCPe[10, 11] 와 그 형태가 매우 유사하나 예측기법이 상이하다. SMCPe 기법은 시스템의 상태방정식에서 외란(혹은 perturbation)을 제외한 모든 항을 알고 있다고 가정하여 간단한 대수연산을 통하여 예측하는 방법으로서 다른 외란 관측 방법들과 비교하여 신뢰할 수 있는 외란 관측값에 대한 수렴시간과 위상차가 거의

없다고 볼 수 있다. 그러나 SMCPe 는 이론 전개 과정에서 몇 가지 가정과 특징때문에 본 연구에서 제안하는 방법에 비해 상대적인 단점이 존재한다. 예를 들어, SMCPe 는 외란을 계산할 때 시스템의 상태 방정식에서 미분항을 알아야 하기 때문에 이로 인한 오차발생이 불가피하다. 또한 시스템 상태방정식의 미분항은 차수가 높을수록 잡음(noise)이 많아지고 불연속적인 값이 나오는 경향이 있어 오차가 더욱 더 증가하게 된다. 물론 필터를 사용하여 이에 대한 문제점을 해결할 수 있지만 이로 인한 제어성능 저하가 발생할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 단점을 해결하기 위하여 상태 방정식의 미분항 대신 일정기간 동안의 외란 적분 평균값을 사용하여 외란을 정확히 예측하는 방법을 제안하였다.

제안된 외란 추정기의 성능을 확인하기 위하여 단일 링크 유연 매니플레이터의 선단 위치제어에 적용하였다. 먼저, 유연 매니플레이터의 운동방정식과 상태공간모델을 유도하고 시스템에 존재할 수 있는 외란을 고려하여 외란 추정기를 갖는 슬라이딩모드 제어기(SMCDE)를 설계하였다. 또, 적절한 모델을 선정해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 외란 추정기의 성능을 확인하였다.

### 2. 시스템 모델링

일반적으로 Fig. 1 과 같은 단일 링크 유연 매니플레이터의 운동방정식은 운동에너지와 위치에너지에 해밀턴(Hamilton)의 법칙을 적용하여 다음과 같은 4 차의 편미분 운동방정식과 경계조건을 구할 수 있다.

\* 인하대학교 대학원 기계공학과

\*\* 인하대학교 기계공학과

E-mail : seungbok@inha.ac.kr

Tel : (032) 860-7319, Fax : (032) 872-7925

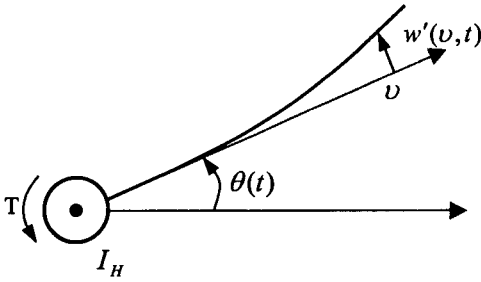


Fig. 1 A single-link flexible manipulator

$$EI \frac{\partial^4 w(\nu, t)}{\partial \nu^4} + \rho \frac{\partial^2 w(\nu, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^2 w(\nu, t)}{\partial \nu^2} \Big|_{\nu=0} + T(t) - I_H \ddot{\theta}(t) &= 0 \\ w(0, t) &= 0 \\ EI \frac{\partial^2 w(\nu, t)}{\partial \nu^2} \Big|_{\nu=l} &= 0 \\ EI \frac{\partial^3 w(\nu, t)}{\partial \nu^3} \Big|_{\nu=l} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $I_H$  는 허브의 관성모멘트,  $\theta(t)$  는 고정된 기준축  $o\nu'$  으로부터 접선까지 허브가 회전한 각도,  $\rho$  는 유연 링크의 단위 길이당 질량을 나타낸다.  $w(\nu, t) = w' + \nu\theta$  와  $T(t)$  는 각각 유연 매니퓰레이터의 전체 운동 변위와 모터의 토크이며  $EI$  는 유연 링크의 굽힘 강성이다. 위의 운동방정식에 모드가정법(assumed-mode method)과 라그랑지(Lagrange) 방정식을 적용하면 다음과 같은 각 모드에 대한 비연계 상미분방정식을 얻을 수 있다.

$$(\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i) = \frac{1}{I_t} \phi_i'(0) T(t), \quad i = 0, 1, \dots, \infty \quad (3)$$

여기서 길이의 함수  $\phi_i(\nu)$  와 시간의 함수  $q_i(t)$  는 각각  $i$  번째 모드의 고유함수와 시스템의 일반화 모달좌표이다. 또,  $\omega_i$  는  $i$  번째 모드의 고유진동수이고  $\zeta_i$  는 감쇠계수를 나타내며,  $I_t$  는 모터 허브와 유연 링크의 전체 관성 모멘트이다. 감쇠계수  $\zeta_i$  는 비례담핑으로 가정하여 첨가되었다. 따라서, 강제모드와  $n$  개의 진동모드를 제어모드로 가정하면 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{BT} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [q_0 \quad \dot{q}_0 \quad q_1 \quad \dot{q}_1 \quad \dots \quad q_n \quad \dot{q}_n]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{2n+2}]^T \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ & & 0 & 1 & & \\ & & -\omega_1^2 & -2\zeta_1 \omega_1 & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & -\omega_n^2 & -2\zeta_n \omega_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{I_t} [0 \quad 1 \quad 0 \quad \phi_1'(0) \quad \dots \quad 0 \quad \phi_n'(0)]^T$$

$$\mathbf{y} = [y_t \quad y_\theta]^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \phi_1(t) & 0 & \dots & \phi_n(t) & 0 \\ 1 & 0 & \phi_1'(t) & 0 & \dots & \phi_n'(t) & 0 \end{bmatrix}$$

위 식의 시스템 행렬에서 출력벡터  $y_t$  는 유연링크의 선단 위치를,  $y_\theta$  는 허브각도를 각각 나타낸다.

위의 시스템에서 모터의 불균일한 축마찰이나 코깅현상 혹은 입력신호에 포함된 노이즈 등은 액츄에이터에 포함된 외란이라고 할 수 있다. 따라서 이러한 외란을 포함하는 임의의 외란  $d(t)$  를 모터에 포함시킬 수 있다. 이러한 외란을 포함하는 시스템을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{B}(T + d) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (5)$$

### 3. 외란 추정기를 갖는 슬라이딩 모드

#### 제어기의 설계

#### 3.1 안정한 슬라이딩 서피스 설계

시스템 (5)의 제어입력이 허브의 모터 토크 하나이므로 다음과 같은 단일 슬라이딩 서피스를 설정한다.

$$s = \sum_{i=1}^{2n+2} c_i e_i, \quad e_i = x_i - x_{di} \quad (6)$$

여기서,  $x_{di}$ 는 각 상태의 요구 궤적이고  $e_i$ 는 실제 상태와 요구 궤적간의 오차이다. 또, 위 시스템을 정착제어로 가정한다면 일반성을 잃지 않고  $x_{di} = 0$ 로 설정할 수 있다. 따라서 슬라이딩 서피스는 시스템의 상태변수를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s = \sum_{i=1}^{2n+2} c_i e_i \\ = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{2n+2}] [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{2n+2}]^T \quad (7) \\ = \mathbf{G}\mathbf{x}$$

여기서  $\mathbf{G}$ 는 슬라이딩 서피스의 상수 구배 벡터이다. 따라서  $\dot{s} = 0$ 를 만족하는 등가 제어를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$T_e = -(\mathbf{G}\mathbf{B})^{-1} \mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x} \quad (8)$$

결과적으로 슬라이딩모드 운동방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{I} - (\mathbf{G}\mathbf{B})^{-1} \mathbf{G}] \mathbf{A}\mathbf{x} \\ = \mathbf{A}_e \mathbf{x} \\ s = \mathbf{G}\mathbf{x} = 0 \quad (9)$$

위의 식으로부터 슬라이딩모드 운동중 시스템이 안정하도록, 즉,  $\text{Re}(\mathbf{A}_e) < 0$ 를 만족하도록 서피스 계수  $c_i$ 를 설계해야 한다.

### 3.2 외란 추정기의 적용

외란 추정기를 적용하기 위하여 식 (5)를 강제 코드와 첫번째 진동모드를 고려하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{1}{I_t} u(t) + \frac{1}{I_t} d(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = -\omega_1^2 x_3(t) - 2\zeta_1 \omega_1 x_4(t) + \frac{\phi_1'(0)}{I_t} u(t) + \frac{\phi_1'(0)}{I_t} d(t) \quad (10)$$

여기서,  $u(t)$ 는 모터에 인가되는 토크  $T(t)$ 이다.

식 (10)에 3.1 절에서 설계된 슬라이딩 서피스를 적용하고 외란 예측항이 포함된  $s(t)$ 의 동적 모델을 고려하면 다음과 같다.

$$\dot{s}(t) = c_1 x_2(t) - c_4 \omega_1^2 x_3(t) + (c_3 - 2c_4 \zeta_1 \omega_1) x_4(t) \\ + \left( \frac{c_2 + c_4 \phi_1'(0)}{I_t} \right) (u_{eq}(t) - k \text{sgn}(s(t)) + d(t) - d_{estimated}(t)) \quad (11)$$

상기 식을 이용하여 임의의 시간  $T - \delta$ 에서  $T$  동안 적분한 후 정리하면 다음과 같다.

$$\int_{T-\delta}^T d(t) dt = \frac{I_t}{c_2 + c_4 \phi_1'(0)} (s(T) - s(T - \delta)) \\ + \delta \cdot k \text{sgn}(s(T - \delta)) + \delta \cdot d_{estimated}(T - \delta) \\ - \int_{T-\delta}^T \left( \frac{I_t}{c_2 + c_4 \phi_1'(0)} (c_1 x_2(t) - c_4 \omega_1^2 x_3(t) \right. \\ \left. + (c_3 - 2c_4 \zeta_1 \omega_1) x_4(t)) + u_{equ}(T - \delta) \right) dt \quad (12)$$

일반적으로 상기식 좌변의  $d(t)$ 를 정확히 알아내는 것은 매우 힘들며, 이를 알 수 있다고 하여도  $T - \delta$ 에서  $T$  사이에 어떤 값을 사용하여 외란추정에 사용해야 하는가에 대한 문제가 남는다. 따라서 아래의 조건을 만족하는  $d_{average}(T)$ 를 정의한다.

$$\int_{T-\delta}^T d_{average}(T) dt = \int_{T-\delta}^T d(t) dt \quad (13)$$

$T - \delta$ 에서  $T$  시간 동안의  $d(t)$ 의 적분값과  $d_{average}(T)$ 의 적분값은 같다고 할 수 있다. 따라서 외란 평균값은 다음과 같다.

$$d_{average}(T) = \int_{T-\delta}^T d(t) dt / \delta \quad (14)$$

식 (14)을 식 (12)의 좌변 항에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$d_{average}(T) = \frac{It}{c_2 + c_4\phi_1'(0)} \frac{s(T) - s(T-\delta)}{\delta} + k \operatorname{sgn}(s(T-\delta)) + d_{estimated}(T-\delta) - \frac{1}{\delta} \int_{T-\delta}^T \left( \frac{It}{c_2 + c_4\phi_1'(0)} (c_1x_2(t) - c_4\omega_1^2x_3(t) + (c_3 - 2c_4\zeta_1\omega_1)x_4(t)) + u_{equ}(T-\delta) \right) dt \quad (15)$$

식 (15)의 우변에서 마지막 항은  $\delta$ 가 매우 작으므로  $u_{equ}(T-\delta)$ 와

$\frac{It}{c_2 + c_4\phi_1'(0)} (c_1x_2(t) - c_4\omega_1^2x_3(t) + (c_3 - 2c_4\zeta_1\omega_1)x_4(t))$ 가 완전히 상쇄된다는 가정에서 발생하는 오차를 보정하는 역할을 하며, 이를 정확히 계산하기는 매우 어렵다. 따라서 다음과 같은 근사값을 적용한다.

$$X_c(T) = -(u_{equ}(T) - u_{equ}(T-\delta))/2 \quad (16)$$

식 (16)을 식 (15)에 대입하면  $d_{average}(T)$ 의 최종 형태를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d_{average}(T) = \frac{It}{c_2 + c_4\phi_1'(0)} \frac{s(T) - s(T-\delta)}{\delta} + k \operatorname{sgn}(s(T-\delta)) + d_{estimated}(T-\delta) - X_c(T) \quad (17)$$

이렇게 구한  $d_{average}(T)$ 값은  $T-\delta$ 에서  $T$ 사이 들어온 외란의 적분 평균값이라고 할 수 있으며,  $d_{average}(T)$ 로 외란의 함수 형태를 예측하여 다음 시간대에 제어입력에 들어갈 외란 추정값  $d_{estimated}(t)$ 를 구할 수 있다. 여기서 외란의 예측 방법으로서 다음과 같이 Tayer 전개를 이용한다.

$$d_{estimated}(t) = \sum_{i=0}^n \delta^i \cdot d_{average}^{(i)}(T)/i! \quad (18)$$

따라서 본 연구에서 제안한 SMCDE를 적용한 제어입력  $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u(t) = u_{equ}(t) - k \operatorname{sgn}(s(t)) - d_{estimated}(t) \quad (19)$$

여기서,

$$d_{estimated}(t) = \sum_{i=0}^n \delta^i \cdot d_{average}^{(i)}(T)/i!$$

$$d_{average}(T) = \frac{It}{c_2 + c_4\phi_1'(0)} \frac{s(T) - s(T-\delta)}{\delta} + k \operatorname{sgn}(s(T-\delta)) + d_{estimated}(T-\delta) - X_c(T)$$

Table 1. Model parameters of the flexible manipulator

Parameters	Value
Length of the flexible link	0.525 m
Thickness of the flexible link	0.0012 m
Width of the flexible link	0.03 m
Mass per unit length	0.0762 kg/m
Young's modulus	64Gpa
Moment of the inertia of the hub	0.003kg m <sup>2</sup>
First-mode damping ratio	0.02
First-mode natural frequency	5.666Hz

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

제안된 외란 추정기의 성능을 입증하기 위하여 Table 1로 주어지는 모델 변수를 갖는 단일 링크 유연 매니퓰레이터를 고려하였다.

슬라이딩 서피스의 기울기는 시스템이 안정하도록 LQG 방법을 이용하여 설계하였고 불연속 게인  $k$ 와 외란  $d$ 의 크기는 각각 0.2, 0.25로 가정하였다. 일반적인 슬라이딩모드 제어기에서는  $k > |d|$ 를 만족하여야 하지만 제안된 외란 추정기는 외란의 상한을 알 필요가 없으므로 위와 같이 서로의 크기와 상관없이 시스템의 성능에 따라 설계할 수 있다. 또, 외란은 정현파 형태를 가지며 시스템의 첫번째 진동모드의 고유주파수와 같은 주파수를 갖도록 하여 시스템에 미치는 영향을 극대화 하였다. 시뮬레이션은 허브의 초기각도 0도에서 40도로의 정차제어를 5초간 수행하였다.

Fig.2는 시스템의 강제모드만을 고려하여 제어를 설계하고 외란 추정기를 적용한 결과이다. 강제모드만을 고려했기 때문에 유연링크에 의한 진동은 존재하지만 외란 추정기를 갖고 있는 경우 외란의 영향에는 매우 둔감함을 볼 수 있다. 제어입력은 외란 추정기를 적용한 경우가 추정된 외란을 보상하기 위하여 더 큰 토크를 요구하게 된다.

Fig. 3은 시스템의 강제모드와 첫번째 진동모드 모두를 고려하여 제어를 설계하고 외란 추정기를 적용한 결과이다. 강제모드만 고려한 경우에 발생했던 유연링크 선단의 진동이 제어된 것을 알 수 있다. 특히 외란 추정기를 갖고 있는 경우 외란을 완벽히 추정하여 보상함으로써 선단위치와 허브각도 모두에서 진동이 거의 제거된 것을 볼 수 있다.

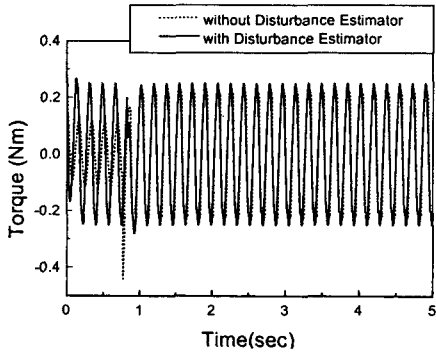
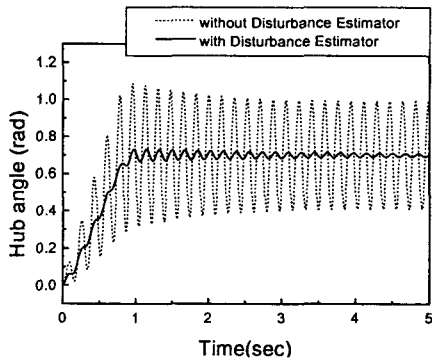
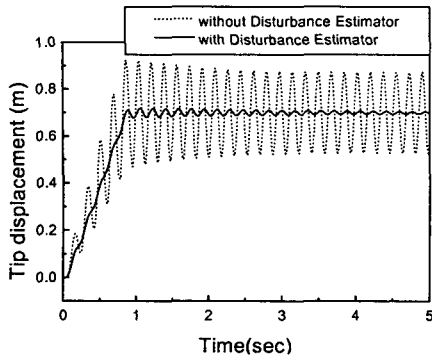


Fig. 2 Controlled responses with rigid mode only

### 5. 결론

본 연구에서는 외란 추정기를 갖는 슬라이딩모드 제어기를 제안하고 이를 단일 링크 유연 매니플레이터에 적용하여 외란 추정기의 성능을 확인하였다. 시뮬레이션 결과 강체모드만 고려한 경우와 강체모드와 첫번째 진동모드를 고려한 경우 모두 우수한 외란 추정 성능을 나타내었으며, 따라서 보다 정확한 정착제어가 수행되었음을 입증하였다. 향후 이에 대한 실험적 연구가 계속 진행될 것이다.

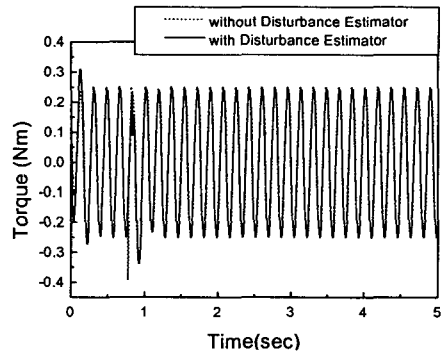
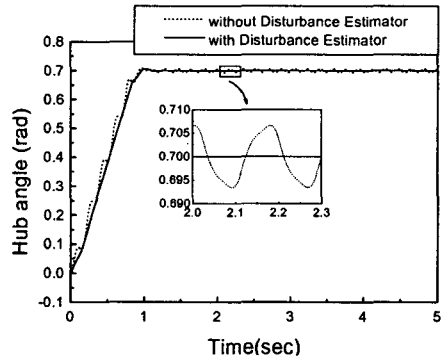
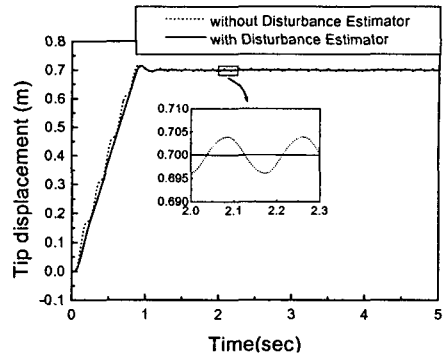


Fig. 3 Controlled responses with rigid mode and first flexible mode

### 참고문헌

- (1) Choi, S. B., Cheong, C. C. and Shin, H. C., 1995, "Sliding Mode Control of Vibration in a Single-Link Flexible Arm with Parameter Variations", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 179, No. 5, pp. 737-748.
- (2) Nathan, P. J. and Singh, S. N., 1991, "Sliding Mode Control and Elastic Mode stabilization of a Robotic Arm with Flexible Links", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 113, pp. 669-676.
- (3) Qian, W. T. and Ma, C. C. H., 1992, "A New Controller Design Using for Flexible One-Link

Manipulator”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 1, pp. 132-137.

(4) Yeung, K. S. and Chen, Y. P. , 1990, “Sliding Mode

Controller Design of a Single-Link Manipulator under Gravity”, *International Journal of Control*, Vol. 52, No. 1, pp. 101-117.

(5) Yeung, K. S. and Chen, Y. P., 1991, “Sliding Mode Control of Multi-Link Flexible Manipulators”, *International Journal of Control*, Vol. 54, No. 2, 257-278.

(6) Yazdanpani, M. J., Khorasani, K. and Patel, R. V., 1998, “Uncertainty Compensation of a Flexible-Link Manipulator Using Nonlinear  $H_{\infty}$  Controller”, *International Journal of Control*, Vol. 69, No. 6, pp. 751-771

(7) Kozek, M., Puchhammer, G. and Jorgl, M. P., 1994, “A MIMO Sliding Mode Control for a High Speed EMS MAGLEV-Vehicle using Disturbance Estimation” *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 587-592.

(8) Lu, Y. S. and Chen, J. S., 1995, “Design of a PerturbationEstimator Using the Theory of Variable-Structure Systems and Its Application to Magnetics Levitation Systems”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 42, No. 3, pp. 281-289.

(9) Liu, C. S. and Peng, H., 2000, “Disturbance Observer Based Tracking Control”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 122, No. 2, pp. 332-335.

(10) Elmali, H. and Olgac, N., 1992, “Sliding Mode Control with Perturbation Estimation (SMCPE) : A New Approach”, *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 4, pp. 923-941.

(11) Elmali, H. and Olgac, N., 1996 , “Implementation of Sliding Mode Control with Perturbation Estimation (SMCPE)”, *IEEE Transaction on Control System Technology*, Vol. 4, No. 1, pp. 79-85.