

## 부분구조합성법에 의한 동력전달기의 진동해석에 관한 연구

**A Study on the Vibration Analysis of a Power Transmission**

**by Substructure Synthesis Method**

박석주\* · 박성현\*\* · 박영철\*\*\*

S. C. Park, S. H. Park, Y. C. Park

**Key Words :** 감도해석(Sensitivity Analysis), 최적구조변경법(Optimum Structural Modification), 중량최소화(Weight Minimization), 주파수응답함수(Frequency Response Function), 부분구조합성법(Substructure Synthesis Method)

### Abstract

This study intends to reduce the weight of structure without changing the dynamic characteristics.

At first, the Vibration analyses by the Substructure Synthesis Method and FEM using the ANSYS are performed for the engine speed converter to confirm the reliability of the analyzing tools. Weight minimization is performed by the Sensitivity Analysis and the Optimum Structural Modification.

To decrease the converter weight ideally, the parts with low sensitivity are to be cut mainly, and the changing quantity of the natural frequency by the cut is to be recovered by the weight modification of the parts with high sensitivity.

As the unique mathematical solution for the homogeneous problem( i.e. 0 object function problem) does not exist, the converter is redesigned with much thinner initial thickness. The goal of this study is to recover the dynamic characteristics of redesigned structure to those of the original one. To say in the other words, the modified structure has the same dynamic characteristics and the more lighter weight to compare with the original one.

In this analysis, the modification was performed with the redesigned initial thickness of 60 mm and 70 mm. And the numbers of the interesting natural frequencies are 1, 2, 4 respectively. Consequently 27% of weight reduction effects were earned.

### 1. 서 론

일본 등 조선 선진국에서는 미래형 선박의 개발을 위해 거액을 투자하여 끊임없는 연구를 계속하고 있으며 국내에서도 소음, 진동,

비용, 외형 등 선박의 모든 분야에서 보다 우수한 특성을 가지는 선박의 개발을 위해 많은 연구와 투자를 하고 있다. 특히 소형 선박의 경우 동력전달 변환기(이하 변환기)가 차지하

\*한국해양대학교, 교수

\*\*목포해양대학교, 교수

\*\*\*일본 규슈대학교, 박사과정

는 중량의 비가 상대적으로 크기 때문에 이의 중량 최소화는 것은 제작비를 절약시킬 뿐만 아니라, 선박의 중량을 감소시키므로 운항시 연료의 절감효과를 이를 수 있다. 그러나 단순한 경량화는 더 큰 진동을 유발시킬 위험이 크므로 본 연구에서는 변환기의 진동레벨은 그대로 두고 변환기의 중량을 최소화하는 최적 구조변경을 이루고자 한다.

여기에서 해석에 채택한 변환기는 저자들이 새로 설계하여 국산화한 것으로 이 연구는 이의 설계 개선을 목적으로 이루어졌다.

## 2. 감도해석법<sup>(1)-(6)</sup>

감도해석은 구조물의 치수나 재료의 변경 등으로 인한 정적·동적 특성의 변화율을 구하는 것이다. 즉, 수학적으로 감도란 반응값의 설계변수에 대한 미분치로 정의된다. 고유진동수와 고유진동형의 감도를 구하는 방법은 많으나 여기에서는 Fox의 방법<sup>(3)</sup>을 이용하기로 하고 다음과 같은 운동방정식을 고려하기로 한다.

$$\begin{aligned} (-\omega^2[M] + [K])\{X\} &= \{0\} \\ (-\lambda[M] + [K])\{X\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (1)$$

이 고유치 문제의  $r$ 차의 고유치  $\lambda_r$ 에 대한 고유진동모드 벡터를  $\{\phi_r\}$ 이라 하고, 설계변수  $r$ 가  $r_0$ 에서 미소량  $\Delta r$ 만큼 변화해서  $r = r_0 + \Delta r$ 이 되면,  $[K]$ ,  $[M]$ ,  $\lambda_r$ ,  $\omega_r$ ,  $\{\phi_r\}$  등도 따라서 변하게 된다. 단, 설계변수에 대한 1차 미분항만 고려하고, 반복계산에 의하여 감도의 오차는 보완한다.

중간의 계산 과정을 생략하고 고유치 감도를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\lambda'_r = \{\phi_{0r}\}^T ([K'] - \lambda_{0r}[M']) \{\phi_{0r}\} \quad (3)$$

이 식은  $r$ 차의 고유치 감도가 강성행렬의 감도, 질량행렬의 감도와  $r$ 차의 고유진동모드에 의하여 표시됨을 보이고 있다.

## 3. 최적구조변경법<sup>(4)-(7)</sup>

설명을 간단히 하기 위해 감도해석에 의해 구해진 감도행렬을  $[A]$ , 설계를 변경하고자

하는 장소의 변경량을  $\{\Delta r\}$ , 변경하고자 하는 목표값과 현재값과의 차를  $\{\Delta \omega\}$ 라 하면, 이의 최적화 문제는

$$[A] \{\Delta r\} = \{\Delta \omega\} \quad (4)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식은 1차 방정식을 나타내고 있지만, 행렬  $[A]$ 가 일반적으로 정방행렬이 아니므로 최소자승해를 구하는 문제이다.

먼저 구하는 미지수, 즉 변경하고자 하는 변경량의 수가 방정식의 개수보다 적은 경우는 통상 말하는 다음과 같은  $S$ 를 최소로 하는 최소자승해를 구하면 된다.

$$S = |[A] \{\Delta r\} - \{\Delta \omega\}| \quad (5)$$

그러나, 일반적으로 구조변경의 문제는 위와는 달리 구하고자 하는 변경량의 개수가 방정식의 개수보다 많은 것이 특징이다. 예를 들면, 몇 개의 고유진동수를 특정 고유진동수로 변경시키고자 할 때, 변경할 수 있는 부분의 수는 수십 개에서 수백 개에 이른다. 이 경우에는 무수히 많은 해를 가지게 되나 다음과 같은  $S$ 를 최소로 하는 제약을 가하면 해가 일의적으로 결정된다.

$$S = \{\Delta r\}^T \{\Delta r\} \quad (6)$$

이런 경우를 의사 최소자승법의 문제라 부른다.

## 4. 부분구조합성법

크고 복잡한 구조물의 정적·동적 해석에 있어 유한요소법이 대표적인 수단으로 자리잡아 왔다. 그러나 구조물이 복잡해지면 요소 분할 수가 증가되어 결국 자유도가 매우 커지게 된다. 이러한 경우의 해석에서는 컴퓨터의 막대한 계산시간과 계산기 용량이 필요하게 되므로 적용에 한계가 있다. 따라서 이러한 문제점을 개선하기 위해 구조물 전체를 여러 개의 단순한 부분구조물(이하 분계)로 분할하여 각 분계에 대해서 해석한 결과를 적절한 결합조건하에서 다시 결합하여 전체구조물(이하 전계)을 해석하는 부분구조합성법이 최근

실용적인 동적 해석 방법으로 등장하였다. 부분구조합성법은 크게 전달함수합성법(Transfer Function Synthesis Method), 특성행렬합성법(Characteristic Matrix Synthesis Method), 모드합성법(Component Mode Synthesis Method : CMS) 등으로 구분된다.

이 중에서 모드합성법은 각 분계의 동특성을 소수의 저차 고유진동형만으로 나타내고 이들 몇 개의 고유진동수와 고유모우드의 결합으로 전계의 동특성을 해석할 수 있기 때문에 유한 요소 모델을 할 수 있는 구조물에 적용할 수 있고, 계산시간도 단축된다. 또한 종래의 유한요소법을 이용한 해석에서는 고려할 수 없었던 결합부의 특성을 고려할 수 있는 장점도 있다.

모드합성법은 결합부 절점의 자유도를 구속하는 여부에 따라서 구속 모드형, 불구속 모드형, 혼합형으로 구분된다.

본 연구에서는 부분구조합성법의 기초 이론이 되는 Guyan의 정축소법<sup>[8]</sup>을 보완한 구속형 모드합성법<sup>[6]</sup>을 채택하였다.

## 5. 동력저달 변환기 모델의 중량 최소화

중량최소화를 위한 설계변수는 변환기의 두께로 설정하여 원래 변환기가 가지는 두께보다 훨씬 작은 값을 초기두께로 하고, 초기두께의 고유진동수를 원래 변환기의 고유진동수로 환원시키는 구조변경을 채택하였다. 그런데, 환원시키고자 하는 고유진동수와 고유진동형은 수개에 불과한 반면 설계 변경할 수 있는 부분은 수십개가 되어 해가 일의적으로 정해지지 않는다. 여기에 최적구조변경이 현구조물에 가장 최적의 변경을 목표로 하는 변경법이라는 사실에 착안하여, 변경량 최소라는 제약조건을 부가함으로써 해를 일의적으로 결정한다. 그리고 최종두께가 원래 변환기의 두께보다도 현저히 얇어진다면 강도상의 문제가 발생할 수 있으므로 적당한 두께 이하로는 떨어지지 않는 제약조건을 부가한다.

본 연구에서 사용한 변환기의 개략적인 모형을 Fig. 1에 나타낸다.

### 5.1 부분구조합성법에 의한 변환기의 진동해석

주요 두께는 84mm인 변환기를 덮개부를 2개, 중간부, 하부 등 크게 4 부분으로 나고,

다시 이를 21 개의 분계로 세분하였다.

먼저 본 연구에서 채택한 부분구조합성법의 유효성을 검증하기 위하여 범용프로그램인 ANSYS에 의하여 얻어진 해석결과와 부분구조합성법에 의한 해석결과를 비교하였다.

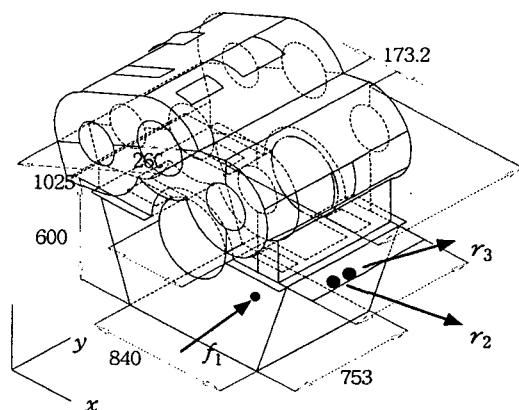


Fig. 1 The Converter model

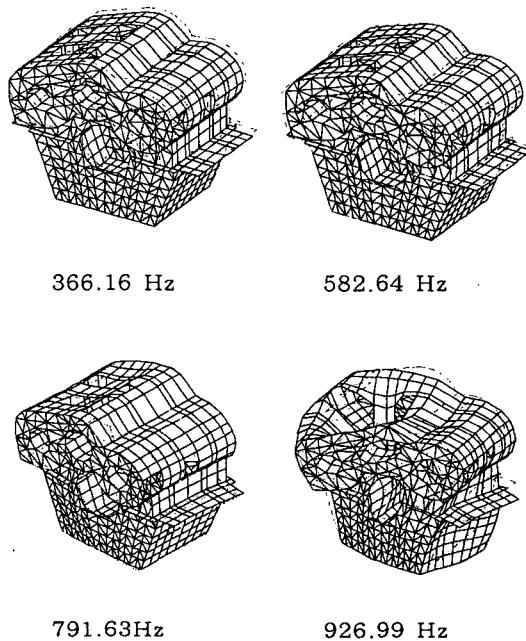


Fig. 2 Natural modes of converter.

부분구조합성법으로 해석한 변환기 모델의 고유진동형을 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 3과 Fig. 4는  $f_1$ 을 가진하고  $r_2$ 와  $r_3$ 에서의 나타난 주파수응답함수이다. 점선이 ANSYS 해석결과이고, 실선이 부분구조합성법에 의한 해석결과를 보이고 있는데 비교적 잘 일치하고 있으므로 본 연구에서 채택하고 있는 부분구조합성법에 의한 해석법이 변환기의 해석에 유효하다고 볼 수 있다.

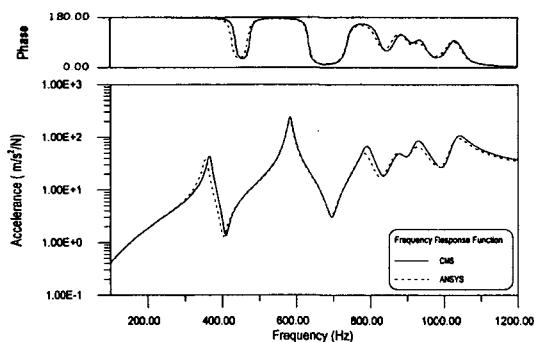


Fig. 3 Comparison with the FRF  $G_{21}$  in ANSYS and CMS.

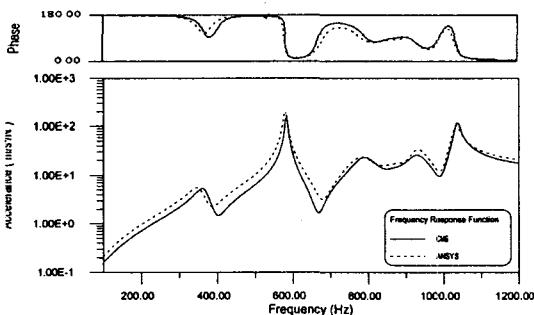


Fig. 4 Comparison with the FRF  $G_{31}$  in ANSYS and CMS

## 5.2 부분구조합성법에 의한 변환기의 구조변경

변환기의 중량을 최소화하기 위해 감도해석법에 의한 최적구조변경법으로 반복 해석한 결과는 다음과 같다. Table 1은 구조변경전의 고유진동수이다. 초기두께 60mm, 70mm의 고유진동수를 두께 84mm인 원래 변환기의 고유진동수로 환원하는 최적구조변경을 수행함으로써 중량 최소화를 이룰 수 있었다. Table 2는 초기두께를 60mm, 70mm로 설정하고 목표로 한 고유진동수는 음영으로 강조된 1, 2, 4개로 했을 경우의 최종 고유진동

수이다. 모든 경우에 목표한 고유진동수가 원래 변환기의 고유진동수와 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 14~35회의 반복 계산을 통해 얻을 수 있었다. 이렇게 반복 계산 횟수가 많은 것은 본 연구에서 비선형 문제를 선형화하여 1차 감도만을 고려하였기 때문이다. Table 3은 각각의 경우에 대한 구조변경 전과 구조변경후의 중량과 최종적으로 최소화된 중량을 나타내었다. 초기두께 60mm인 경우, 98.3 kg (12.6%) ~ 208.9 kg (26.8%)의 중량감소를 보였고, 초기두께 70mm인 경우는 61.9 kg (7.9%) ~ 120.5 kg (15.4%)의 중량감소를 보이면서 목표한 고유진동수들은 원래 변환기의 고유진동수와 같게 할 수 있었다. 여기서 초기두께가 작을수록 중량감소 효과가 크다는 것을 알 수 있었다. Fig. 5~Fig. 7은  $f_1$ 에 대한  $r_2$ 의 주파수응답함수이다. 주파수응답함수를 살펴보면 진폭이 큰 고유진동수만 일치시킴으로써 다른 고유진동수들도 잘 일치함을 알 수 있다. ○로 표시된 부분은 일치시킨 고유진동수를 나타낸다.

Table 1 The natural frequencies before modification for various initial thickness (Hz)

ord. thick	1	2	3	4	5	6
84mm	366.16	582.64	791.63	877.07	926.99	1035.52
70mm	353.13	571.70	774.11	854.64	917.80	1023.96
60mm	345.15	562.25	763.71	829.97	888.83	959.38

Table 2 Coincidence of natural frequencies for various initial thickness and numbers of natural frequency used for modification (Hz)

order	84mm	initial thick 60mm			initial thick 70mm		
		1	2	4	1	2	4
1	366.16	365.91	366.04	365.97	366.13	365.77	366.15
2	582.64	581.96	582.17	582.62	582.10	581.83	582.46
3	791.63	775.14	787.15	790.14	780.78	790.64	790.75
4	877.07	859.57	866.28	876.13	862.09	874.94	874.80
5	926.99	921.20	923.96	925.52	925.73	925.87	924.60
6	1035.52	1035.57	1047.10	1035.33	1044.17	1041.76	1035.53
itr.	-	14	26	35	15	17	20

Table 3 Reduction of weights after modification for various initial thickness (kgf)

weight	org. 84mm	initial thick.			initial thick.		
		60mm			70mm		
		1	2	4	1	2	4
modified places	780.6	557.6	557.6	557.6	557.6	557.6	557.6
aft. mod.	-	571.7	675.8	682.3	660.1	713.4	718.7
weigh. dec. (%)	-	208.9 (26.8)	104.8 (13.4)	98.3 (12.6)	120.5 (15.4)	67.2 (8.6)	61.9 (7.9)
original places	1941.0	1941.0	1941.0	1941.0	1941.0	1941.0	1941.0
total (%)	2721.6 (-)	2512.7 (7.68)	2616.7 (3.85)	2623.3 (3.61)	2601.1 (4.43)	2654.4 (2.47)	2659.7 (2.27)

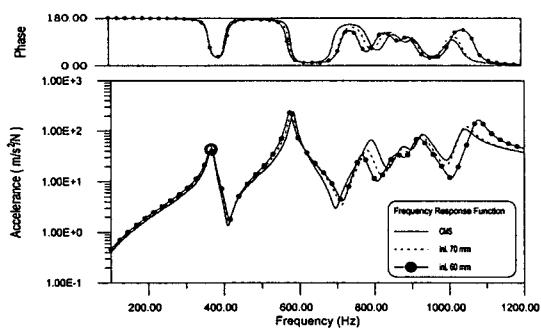


Fig. 5 FRF in case of 1 natural frequency fitted

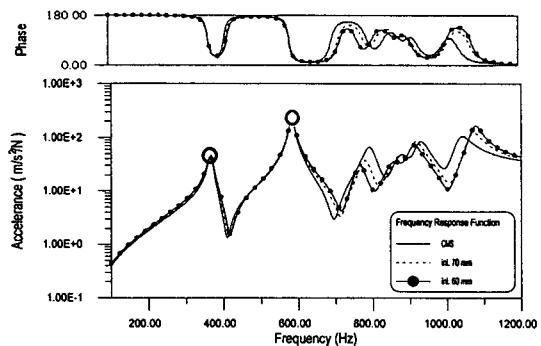


Fig. 6 FRF in case of 2 natural frequencies fitted

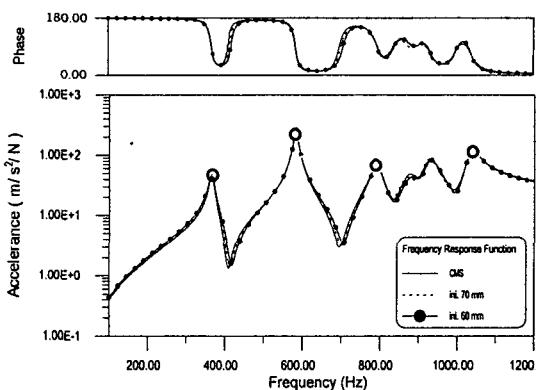


Fig. 7 FRF in case of 4 natural frequencies fitted

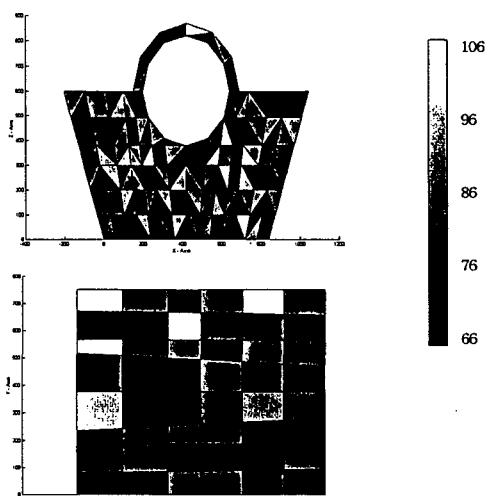


Fig. 8 Thickness distribution after modification of fitting 4 natural frequencies at initial 70mm

Fig. 8은 초기 두께 70mm일 때 4개의 고유진동수를 일치시키는 변경 후 분계의 두께 분포를 나타내고 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 선박용 동력전달 변환기를 모델링하여 모델에 대한 ANSYS 해석결과와 부분구조합성법에 의한 해석을 수행하여 부분구조합성법의 유효성을 확인하였다. 이를 토대로 하여 변환기의 중량을 줄이기 위한 구조변경을 시도하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 저차 고유진동수중의 모드진폭이 큰 몇 개의 고유진동수만을 일치시킴으로써 광범위하게 주파수응답함수를 일치시킬 수 있다.
- 2) 진동원의 운전(가진)주파수 범위에 따라 보다 효과적인 중량 최소화가 가능하다. 여기에서는 최저차의 고유진동수만을 고려하여 최고 27%의 중량을 줄일 수 있었다.
- 3) 원래 구조물의 진동특성에 문제가 있으면 이것도 수정하면서 중량 최소화가 가능하다.

본 연구에서는 변환기의 하부 몇 분계만을 변경하였으나 전체 변환기의 분계를 포함하여 구조변경을 시킨다면 변환기의 진동특성을 그대로 유지하면서 최적의 중량최소화를 이룰 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 朴錫柱, “モード合成法による振動解析と動特性の最適化”, 東京工業大學 博士 學位論文, Mar. 1989.
- [2] 金子康智, 間瀬正隆, “感度解析法によるターピン翼の最適設計”, 日本機械學會論文集, 第57卷, 541號, p.181, 1991.
- [3] Fox, R. L., "Rates changes of Eigen Valuse and Eigen vectors", AIAA J., Vol. 6, No. 12, p. 2426, 1968.
- [4] 박석주 외 3인, “열린 상자형 구조물의 진동최소화기법에 관한 연구”, 한국소음진동공학회지, 제4권 제4호, p. 479, 1994.
- [5] 박석주 외 4인, “보강재를 이용한 열린 상자형 구조물의 구조변경법에 관한 연구”, 한국소음진동공학회지, 제6권, 1호, p.57, Feb. 1996.
- [6] 長松召男, 大熊政明, “部分構造合成法”, 培風館, p. 103, 1991.
- [7] 柳井晴夫, 竹内 啓, “射影行列 一般行列 特異値分解”, 東京大學出版會, p. 65, 1983.
- [8] R.J.Guyan, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", AIAA J., Vol.3, No.2, p. 130, 1965.