

비부합 절점으로 이루어진 구조물의 합성과 재해석

On a Substructure Synthesis Having Non-Matching Nodes.

정의일*·박윤식**
Eui-Il Jung and Youn-Sik Park

Key Words : Substructure(부분구조물), Synthesis(합성), Non-matching(비부합), Eigenvale(고유치),

ABSTRACT

Actual engineering structure is frequently very complex, and parts of structure are designed independently by different engineers. Also each structure contains so many degree of freedom. For these reason, methods have been developed which permits the structure to be divided into components or substructures, with analysis being done on a small substructure in order to obtain a full structural system. In such case, because of different mesh size among finite element model (FEM) or different matching points among FEM models and experimentally obtained models, their interfacing points may be non-matching. Solving this non-matching problem is useful to other application such as structural dynamic modification or model updating. In this work, virtual node concept is introduced. Lagrange multipliers are used to enforce the interface compatibility constraint, and interface displacement is approximated by polynomial presentation. The governing equation of whole structure is derived using hybrid variational principle. The eigenvalue of whole structure are calculated using the determinant search method. The number of degree of freedom in the eigenvalue problem can be drastically reduced to just the number of interface degree of freedom. Some numerical simulation is performed to show usefulness of synthesis method.

기호설명

N_s	부분 구조물의 개수
s	s번째 부분 구조물
Ω^s	s번째 부분 구조물의 영역
$\partial\Omega_b$	부분 구조물의 접점 영역
\bar{u}	변위
u	절점 변위
$\bar{\lambda}$	라그랑지 승수
λ	절점 라그랑지 승수
\bar{u}_b	경계 기준면 변위
u_b	경계 기준면의 절점 변위
N_u	변위 형상 함수
N_λ	라그랑지 승수의 형상 함수
N_b	경계 기준면의 형상 함수
C	연결 행렬
C_b	보간 행렬
α	다항식의 계수
p	다항식의 차수
ξ, η	경계 기준면의 좌표축
D	동적 강성
H	주파수 응답함수
w_r	r번째 고유 진동수

1. 서론

실제 구조물은 상당히 복잡하고, 또한 때때로 하나의 큰 구조물은 여러 엔지니어에 의해서 모델링이 되기도 한다. 또는 복잡한 구조물을 좀더 손쉽게 해석하기 위해서 부분 구조물로 나누어 해석하기도 한다. 이러한 이유로 전체 구조물을 해석하기 위해서 전체 구조물을 부분 구조물로 나누어, 부분 구조물의 해석을 통해서 전체 구조물의 동력학적 특성을 구하는 부분 구조 합성법들이 많이 연구되어 왔다^(1,2,3). Hurty 는 제한된 수의 부분 구조물의 모우드 형상을 이용하여 전체 구조물의 동특성을 구했으며, Yee 와 Tsei 는 부분 구조물의 주파수 응답함수로부터 전체 구조물의 고유 진동수를 구하기도 하였다^(4,5). 또한, 부분 구조물의 주파수 응답함수로부터 합성되었을 때의 전체 구조물의 주파수 응답함수를 구하는 연구도 있어왔다^(6,7).

위와 같이 하나의 큰 구조물을 여러 명의 서로 다른 엔지니어가 모델링을 할 때, 서로 다른 요소망의 크기로 인해서 부분 구조물끼리 접점이 서로 맞지 않는 일이 발생하기 쉽다. 또한 어떤 부분 구조물은 유한 요소법으로 모델링을 하고, 어떤 부분은 실험에서 구한 모델을 사용하는 경우에, 그들 모델들 간에 서로 측정 점의 위치가 맞지 않는 일이 발생한다.

최근에 비부합 문제에 대한 연구가 발표되고 있다^(8,9,10). Farhat 는 부분 구조물끼리 경계면의

* 한국과학기술원 대학원 기계공학과
E-mail : jungeuil@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3060, Fax : (042) 869-8220
** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

구속 조건을 라그랑지 승수를 사용하여 처리하기도 했으며, Park 는 국부 라그랑지 승수를 사용하기도 하였다. 본 연구는 부분 구조물끼리 접하는 경계 기준면을 정하여 이 기준면에 부분 구조물 붙이도록 하며, 이 경계 기준면을 다항식으로 근사함으로써 경계 기준을 나타내기 위해 절점의 위치를 지정할 필요가 없도록 하였다. 또한 전체 구조물의 고유 진동수를 행렬식 탐색으로 구하도록 하였다.

2. 지배 방정식

그림 1 과 같이 만약 3 개의 부분 구조물로 이루어진 구조물이 있다고 가정하자. 전체 구조물은 3 개의 부분 구조물로부터 합성할 수 있다. 합성을 하기 위해서는 부분 구조물의 경계 변위를 서로 접하는 부분 구조물의 변위와 같도록 하여야 한다. 그림 1 과 같은 경우에 경계면의 변위 구속 조건식은 다음과 같다.

$$\bar{u}_{\Gamma_2}^{(1)} = \bar{u}_{\Gamma_1}^{(2)}, \quad \bar{u}_{\Gamma_3}^{(1)} = \bar{u}_{\Gamma_1}^{(3)}, \quad \bar{u}_{\Gamma_3}^{(2)} = \bar{u}_{\Gamma_2}^{(3)} \quad (1a, 1b, 1c)$$

$$\bar{u}_c^{(1)} = \bar{u}_c^{(2)}, \quad \bar{u}_c^{(2)} = \bar{u}_c^{(3)}, \quad \bar{u}_c^{(3)} = \bar{u}_c^{(1)} \quad (2a, 2b, 2c)$$

여기서 $\bar{u}_{\Gamma_i}^{(s)}$ 는 s 번째 부분 구조물의 i 번째 부분 구조물과 접하는 위치의 경계 변위를 나타낸다. 또한 첨자 c 는 교차점, 즉 두 개 이상의 부분 구조물과 접하는 점을 나타낸다. 전체 구조물을 만들기 위한 위의 조건식은 과도한 조건식이다. 식 (1c) 와 (2c) 는 전체 구조물을 구성하기 위해 불필요한 식이기 때문이다. 이러한 과도 조건식을 피하기 위해서 그림 2 와 같이 가상의 경계 기준면을 만들어 이 가상 기준면에 부분 구조물의 경계 변위를 구속시킨다. 이런 경우 전체 구조물이 되기 위한 구속 조건식은 아래와 같이 된다.

$$\bar{u}_{\Gamma_2}^{(1)} = \bar{u}_{\Gamma_{12}}^b, \quad \bar{u}_{\Gamma_3}^{(1)} = \bar{u}_{\Gamma_{13}}^b, \quad \bar{u}_c^{(1)} = \bar{u}_c^b \quad (3a, 3b, 3c)$$

$$\bar{u}_{\Gamma_1}^{(2)} = \bar{u}_{\Gamma_{12}}^b, \quad \bar{u}_{\Gamma_3}^{(2)} = \bar{u}_{\Gamma_{23}}^b, \quad \bar{u}_c^{(2)} = \bar{u}_c^b \quad (4a, 4b, 4c)$$

$$\bar{u}_{\Gamma_1}^{(3)} = \bar{u}_{\Gamma_{13}}^b, \quad \bar{u}_{\Gamma_2}^{(3)} = \bar{u}_{\Gamma_{23}}^b, \quad \bar{u}_c^{(3)} = \bar{u}_c^b \quad (5a, 5b, 5c)$$

여기서 $\bar{u}_{\Gamma_{ij}}^b$ 는 i 번째 부분 구조물과 j 번째 부분 구조물과의 경계에 해당하는 경계 기준면의 변위를 나타낸다. 식 (3) 은 첫번째 부분 구조물의 경계 변위가 경계 기준면의 변위와 같아야 됨을 보이고 있다. 식 (4) 과 식 (5) 도 각각 접하는 경계 기준면과 변위가 같아야 됨을 보이고 있다.

합성된 전체 구조물의 지배 방정식을 세우기 위해서 위와 같이 서로 접하는 변위들간의 구속 조건을 라그랑지 승수를 사용하여 처리하여 해밀턴 정리(Hamilton's Principle)에 적용하면 다음과 같이 된다.

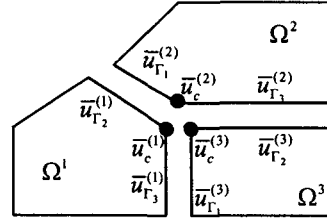


Figure 1: Structure of Three Substructure Domain

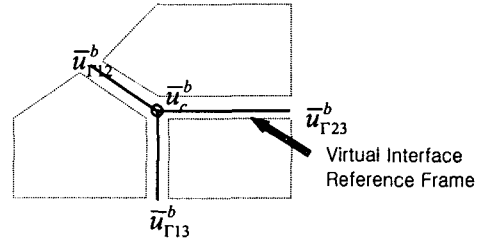


Figure 2: Virtual Interface Frame

$$\delta \int_0^t (T - V + W_{nc} + \Pi_\lambda) dt = 0 \quad (6)$$

여기서

$$\Pi_\lambda = \sum_{s=1}^{s=N_s} \int_{\Omega_s} \bar{\lambda}^{(s)T} (\bar{u}^{(s)} - \bar{u}^b) dS \quad (7)$$

을 나타낸다. N_s 는 부분 구조물의 개수를 나타내며, \bar{u}^b 는 가상의 경계 기준면을 나타낸다. $\bar{\lambda}^{(s)}$ 는 라그랑지 승수를 나타내며, 물리적으로는 전체 구조물의 평형을 유지하기 위해 부분 구조물간에 작용하는 내력에 해당한다.

변위를 적당한 형상 함수로 이산화하면 다음과 같이 된다.

$$\bar{u}^{(s)} = N_u^{(s)} u^{(s)} \quad (8)$$

$$\bar{\lambda}^{(s)} = N_\lambda^{(s)} \lambda^{(s)} \quad (9)$$

$$\bar{u}^b = N_b^{(s)} u_b^{(s)} \quad (10)$$

여기서 $N_u^{(s)}$, $N_\lambda^{(s)}$, $N_b^{(s)}$ 은 각각 부분 구조물의 변위 형상 함수, 라그랑지 승수의 형상 함수, 경계 기준면의 형상 함수이다. $u^{(s)}$, $\lambda^{(s)}$, $u_b^{(s)}$ 는 각각 부분 구조물, 라그랑지 승수, 경계 기준면의 절점 변위를 나타낸다.

위의 이산화 과정을 통해서 식 (6) 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

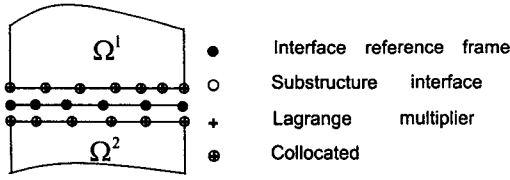


Figure 3: Non-matched Interface Nodes

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \sum_{s=1}^{N_s} \left(\frac{1}{2} \dot{u}^{(s)T} M^{(s)} \dot{u}^{(s)} - \frac{1}{2} u^{(s)T} K^{(s)} u^{(s)} + f^{(s)T} u^{(s)} + \lambda^{(s)T} C^{(s)} u^{(s)} - \lambda^{(s)T} C_b^{(s)} u_b^{(s)} \right) dt = 0 \quad (11)$$

여기서

$$C^{(s)} = \int_{\Omega} N_{\lambda}^T N_u dS \quad (12)$$

$$C_b^{(s)} = \int_{\alpha_i^{(s)}} N_{\lambda}^T N_b dS \quad (13)$$

위 식에서 $M^{(s)}$, $K^{(s)}$, $f^{(s)}$, $C^{(s)}$, $C_b^{(s)}$ 는 각각 s 번째 부분 구조물의 질량 행렬, 강성 행렬, 외력, 연결 행렬, 보간 행렬을 나타낸다. 만약 그림 3 과 같이 라그랑지 승수의 절점이 부분 구조물의 경계 절점과 일치하는 경우는 연결 행렬 $C^{(s)}$ 는 0 과 1 로 이루어지는 Boolean 행렬이 된다. 1 은 부분 구조물의 절점이 다른 구조물과 접하는 경계에 있는 절점임을 나타낸다.

여기서 $C_b^{(s)}$ 을 보간 행렬이라 부른다. 보간 행렬은 경계 기준면을 근사화함으로써 계산되는 양인데, 경계 접점에서 경계 기준 형상 함수를 계산함으로써 얻어진다.

그 다음으로 식(11)로부터 적분항의 미소 변화량을 영으로 취하면 다음과 같이 이산화된 지배 방정식을 세울 수 있다.

$$\delta u^{(s)} : M^{(s)} \dot{u}^{(s)} + K^{(s)} u^{(s)} = f^{(s)} + C^{(s)T} \lambda^{(s)} \quad (14)$$

$s = 1, \dots, N_s$

$$\delta \lambda^{(s)} : C^{(s)} u^{(s)} - C_b^{(s)} B_b^{(s)} u_b = 0 \quad (15)$$

$s = 1, \dots, N_s$

$$\delta u_b : \sum_{s=1}^{N_s} (C_b^{(s)} B_b^{(s)})^T \lambda^{(s)} = 0 \quad (16)$$

여기서

$$u_b^{(s)} = B_b^{(s)} u_b$$

$B_b^{(s)}$ 는 Boolean 행렬로써 s 번째 부분 구조물의 경계에 해당하는 경계 기준 변위 $u_b^{(s)}$ 의 전체 경계 기준 변위 u_b 에 대해 차지하는 부분을 나타낸다. 위의 관계식 (14~16)을 연립해서 식을 만

들면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \dot{\lambda} \\ \ddot{u}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -C^T & 0 \\ -C & 0 & C_b B_b \\ 0 & (C_b B_b)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \\ u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서 M , K 와 C 는 전체 구조물의 질량 행렬, 강성 행렬, 연결 행렬로써 각 부분 구조물의 행렬 값이 대각 성분에 위치한다. $C_b B_b$ 는 $C_b^{(s)} B_b^{(s)}$ 을 열 방향으로 쌓아서 만들 수 있다.

3. 다항식 근사방법에 의한 보간 행렬

가상의 경계 기준면을 다항식으로 근사하는 과정을 살펴보겠다. 경계 기준면을 근사화할 때 경계 기준면을 잘게 요소로 만들어 요소의 절점의 변위로 기준면을 근사화하는 방법도 있고, 경계 기준면 전체를 다항식으로 표현할 수도 있다. 경계 기준면을 차수 P 로 다항식 근사를 하는 경우는 다음과 같이 된다.

$$\bar{u}_{b,i}^{(s)} = \alpha_0^i + \alpha_1^i \xi + \alpha_2^i \xi^2 + \dots + \alpha_p^i \xi^p = \sum_{k=0}^{k=p} \alpha_k^i \xi^k \quad (18)$$

$i = 1, \dots, l$

여기서 ξ 는 경계 기준면을 기술하기 위한 좌표이며, l 은 절점 자유도 개수이며, i 는 절점의 자유도를 의미한다. 절점의 자유도는 최대 x , y , z 병진 자유도 3 개와 θ_x , θ_y , θ_z 회전 자유도 3 개를 가질 수 있다. 위와 같이 경계 기준면을 다항식으로 묘사할 경우, 경계 기준면은 절점의 값으로 표현되는 것이 아니라 식 (18)과 같이 다항식의 계수 α 의 값으로 표현되며, 정리하면 다음과 같다. 보간 행렬은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{b,1}^{(s)} \\ \bar{u}_{b,2}^{(s)} \\ \vdots \\ \bar{u}_{b,l}^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \xi^2 & \dots & \xi^p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \xi & \xi^2 & \dots & \xi^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0^i \\ \alpha_1^i \\ \alpha_2^i \\ \vdots \\ \alpha_p^i \\ \alpha_0^i \end{bmatrix} = N_{b,p}^{(s)} \alpha^{(s)} \quad (19)$$

이때 식 (19)을 식 (13)에 넣으면 보간 행렬은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$C_b^{(s)} = \int_{\alpha_i^{(s)}} N_{\lambda}^{(s)T} N_{b,p}^{(s)} dS \quad (20)$$

여기서 라그랑지 승수의 작용점을 부분 구조물의 경계 절점과 일치하도록 형상함수를 결정하면 형상 함수는 다음과 같이 델타 함수로 표현할 수 있다.

$$N_i^{(s)} = [\delta(\xi - \xi_1)I_i \quad \delta(\xi - \xi_2)I_i \quad \dots \quad \delta(\xi - \xi^{(s)})I_i] \quad (21)$$

여기서 $\delta(\xi - \xi_i)$ 은 i 번째 경계 절점에서의 델타 함수를 나타내며, I_i 는 l 크기의 단위 행렬을 나타낸다. 식 (21)을 식 (20)에 넣으면, 보간 행렬은 다음과 같은 형태가 된다.

$$C_b^{(s)T} = [C_{b,1}^{(s)} \quad C_{b,2}^{(s)} \quad \dots \quad C_{b,mb}^{(s)}]^T \quad (22)$$

여기서

$$C_b^{(s)} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_1^j & \xi_2^j & \dots & \xi^{(s)j} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \xi_1^j & \xi_2^j & \dots & \xi^{(s)j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \xi^{(s)j} \end{bmatrix} \quad (23)$$

ξ_i^j 는 부분 구조물의 i 번째 절점에서의 경계 기준면의 좌표값을 j 제공한 값을 말한다. 위와 같은 표현식은 경계 기준면이 이차원인 면으로 이루어지는 경우에도 적용될 수 있다. 경계 기준면이 면의 형상을 가지는 경우는 경계 기준면을 기술하기 위해서는 좌표축이 두개가 필요하게 된다.

4. 합성된 구조물의 고유진동수

만약 주파수 w 로 가진되는 조화 가진의 경우에 식(17)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} D & -C^T & 0 \\ -C & 0 & C_b B_b \\ 0 & (C_b B_b)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \\ \alpha \end{bmatrix} = B(w) \begin{bmatrix} u \\ \lambda \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서

$D(w) = (K - w^2 M) = H^{-1}(w)$ 는 동적 강성을 말한다.

합성된 구조물의 고유 진동수가, 부분 구조물 자체의 고유 진동수와 일치하지 않는다고 가정한다면, 위의 식 (24)은 좀더 간단한 형태로 만들 수 있다.

식 (24)의 첫번째 행으로부터

$$D(w)u = (f + C^T \lambda) \quad (25)$$

동적 강성의 역이 존재하므로 역행렬을 취하면

$$u = H(w)(f + C^T \lambda) \quad (26)$$

위 식 (26)을 식 (24)의 두 번째 행에 넣으면

$$-H_{bb} \lambda + C_b B_b \alpha = CHf \quad (27)$$

여기서 밀 첨자 bb 는 구조물의 경계 자유도를 이야기 하며, $H_{bb}(w) = CD^{-1}C^T = CHC^T$ 는 부분 구조물의 경계 자유도에 대한 주파수 응답 함수를 대각 성분으로 하는 대각 행렬이다.

식 (24)와 식 (27)로부터 줄어든 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -H_{bb} & C_b B_b \\ (C_b B_b)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CHf \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

합성된 구조물의 자유 진동에 대한 고유 진동수 w_r 는 외력 f 을 영으로 했을 때, 위 식의 행렬식이 영이 되어야 함을 이용한다.

$$\det(H_{bb}) \det((C_b B_b)^T H_{bb}^{-1}(w_r) C_b B_b) = 0 \quad (29)$$

그리고, 합성된 구조물의 고유 진동수가, 부분 구조물 자체의 고유 진동수와 일치하지 않는다고 가정했으므로, $\det(H_{bb}) \neq 0$ 이라고 말할 수 있으며, 위의 고유치 탐색법은 다음과 같이 줄어 들 수 있다.

$$\det G(w_r) = \det((C_b B_b)^T H_{bb}^{-1}(w_r) C_b B_b) = 0 \quad (31)$$

합성된 구조물의 고유 진동수를 알아내기 위해서는 부분 구조물의 경계 자유도에서 주파수 응답 함수를 측정함으로써 전체 구조물의 고유 진동수를 구할 수 있다.

전체 구조물의 고유 벡터는 다음과 같이 구할 수 있다. 행렬식 탐색법으로 구한 전체 구조물의 고유 진동수를 w_r 라 했을 때, 식(28)의 두 번째 행으로부터 다항식의 계수 α 는 다음식을 만족해야 한다.

$$(C_b B_b)^T H_{bb}^{-1}(w_r) C_b B_b \alpha = G(w_r) \alpha = 0 \quad (32)$$

다항식의 계수 α 는 행렬식 탐색에 사용된 $G(w_r)$ 의 영공간이 된다. 또한, 식 (28)의 첫번째 행으로부터 라그랑지 승수는 다음과 같이 계산된다.

$$\lambda = H_{bb}^{-1}(w_r) C_b B_b \alpha \quad (33)$$

전체 구조물의 고유 벡터는 식(26)으로부터 구할 수 있다.

$$u = H_b(w_r) \lambda = \begin{bmatrix} H_{ib}(w_r) \\ H_{bb}(w_r) \end{bmatrix} \lambda \quad (34)$$

여기서 H_{ib} 는 부분 구조물이 경계에 접하는 점에서 가진을 하고 부분 구조물의 내부의 점에서 측정된 주파수 응답함수이고, H_{bb} 는 경계에 접하는 점에서 가진하고 그 점에서 측정된 주파수 응답함수이다.

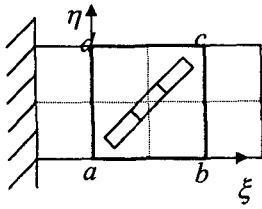


Figure 4: Plate and Beam Having Non-matching Nodes and Interface Reference Area Frame

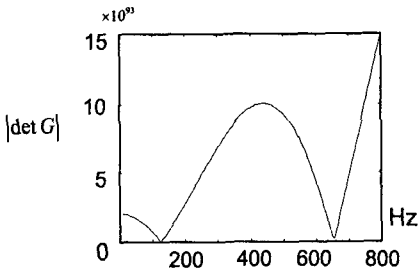


Figure 5: Plot of Determinant G.

5. 고유치에 대한 수치적 시뮬레이션

위에 기술한 비부합 부분 구조물 합성을 그림 4와 같은 평판에 적용해보자. 넓이 300mm*150mm, 두께 2mm의 치수를 갖는 전체 평판이 있다고 가정하자. 이 평판의 물성치는, 뽀아송의 비가 0.3, 밀도 7860kg/m³ 그리고 탄성 계수 2.0e11N/m²으로 했다. 이 평판은 유한 요소법을 사용하여 8개의 판 요소로 나누어 질량 행렬과 강성 행렬을 만들었다. 판 요소는 절점 당 한 개의 병진 자유도와 두개의 회전 자유도를 갖는다. 이 평판 위에 그림 4와 같이 길이 150mm의 빔이 45도의 각도를 가지도 놓인다. 빔은 유한 요소법은 3개의 빔으로 모델링했으며, 물성치는 평판과 같이 하였다. 그림과 같이 빔과 평판의 절점이 서로 맞지 않게 접하고 있다. 비부합 부분구조물 합성법을 사용하기 위해 먼저 경계 기준면을 그림과 같이 만들어 준다. 그림에서는 a,b,c,d로 이루어진 면이 경계 기준면이 된다. 경계 기준면을 면의 형태로 이루어진 경우는 경계 기준면을 기술하기 위해서는 경계 좌표축이 2개가 필요하게 된다. 먼저 평판의 접점의 변위를 경계 기준면이 묘사하게 되고, 경계 기준면이 빔을 묘사하게 된다. 즉, 물리적으로는 평판을 경계 기준면에 붙이고, 빔을 경계 기준면에 붙여서 평판과 빔이 붙어지는 효과

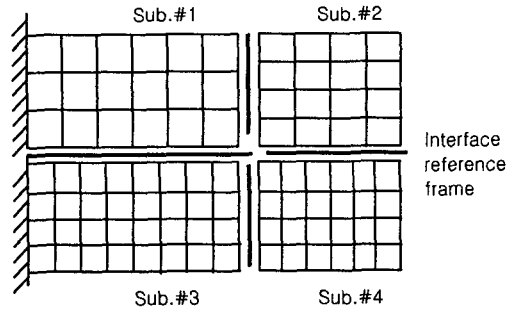


Figure 6: Four Partitioned Plate Structure

를 얻는 것이다. 이 예제에서는 경계 기준면을 차수 2의 다항식으로 표현하여 시뮬레이션을 해 보았다. 식 (30)의 행렬식을 그려보면, 그림 5와 같다. 행렬식으로부터 첫번째 고유 진동수는 125.0Hz, 두번째 고유 진동수는 653.2Hz이 찾아졌다. 시뮬레이션을 할 때 사용된 주파수 응답 함수는 질량 행렬과 강성 행렬로부터 계산된 것이며, 복잡한 구조물인 경우는 실험에서 구한 정보를 사용해도 된다.

또 다른 예제로 전체 평판이 4개의 부분 구조물로 이루어져 있는 경우를 살펴보자. 넓이 500mm*300mm, 두께 2mm의 치수를 갖는 전체 평판이 4개의 부분 구조물로 이루어져 있는데, 경계면에 있는 절점이 서로 맞지 않는 것을 알 수 있다. 이 경우에 경계 기준면을 그림 6과 같이 4개의 부분으로 나누어 합성할 수 있다. 기준면을 3차로 근사했으며, 행렬식으로부터 첫번째 고유 진동수는 21.4Hz, 두번째 고유 진동수는 77.8Hz이 찾아졌다. 기준면을 2차로 근사했을 때는 첫번째 고유 진동수는 22.43Hz, 두번째 고유 진동수는 77.94Hz로 높아졌다. 경계 기준면을 낮은 차수로 근사화하는 경우는 경계 기준이 경직되어 고유 진동수를 높이는 효과가 있었다.

6. 결론

본 연구에서는 전체 구조물의 고유 진동수를 구하기 위한 부분 구조물의 합성법의 일종으로 부분 구조물 끼리 서로 맞지 않는 절점이 있을 때 합성법을 기술하였다. 부분 구조물을 합성하여 전체 구조물을 형성하기 위해서는 서로 접하는 부분에 만족해야 하는 구속조건을 라그랑지 승수라는 내력을 사용하여 구속시켰으며, 가상의 경계 기준면을 만들어 이것에 여러 부분 구조물을 부착시켜

하나 이상의 부분 구조물을 붙일 경우에 생길 수 있는 과도 조건을 피하였다.

전체 구조물의 고유 진동수를 주파수 응답함수로부터 행렬식 탐색법으로 구할 수 있었으며, 단지 접하는 부위의 주파수 응답함수만 알면 구할 수 있는 효용성이 있었다.

경계 기준면을 묘사하는 다항식의 차수가 낮을수록 전체 구조물의 고유 진동수가 높아짐을 알 수 있었다.

부분 구조 합성법을 평판과 빔으로 이루어지는 구조물에 대해 시뮬레이션을 행하여 그 타당성과 유용성을 입증하였다.

후 기

본 연구는 국가지정연구사업 "진동 저감을 위한 동특성 변경기술(M1-0001-00-0139)"의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

- (1) Walter C. Hurty, "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes", AIAA Journal, Vol. 3, No. 4, pp. 678-685, 1965.
- (2) Roy R. Craig Jr. and Mervyn C. C. Bampton, "Coupling of Substructures for Dynamic Analyses", AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, pp. 1313-1319, July 1968.
- (3) Jen-Yi Liao and Chuan-Cheung Tse, "An Algebraic Approach for the Modal Analysis of Synthesised Structures", Mechanical Systems and Signal Processing, 7(1), pp. 89-104, 1993
- (4) Eric K. L. Yee and Y. G. Tsuei, "Direct Component Modal Synthesis Technique for System Dynamic Analysis", AIAA Journal, Vol. 27, No. 8, pp. 1083-1088, August 1989.
- (5) Y. G. Tsei and Eric K. L. Yee, "A Method for Modifying Dynamic Properties of Undamped Mechanical Systems", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 111, pp. 403-408, September 1989.
- (6) J. H. Gordis, R. L. Bielawa and W. G. Flannelly, "A General Theory for frequency domain structural synthesis", Journal of Sound and Vibration 150(1), pp. 139-158, 1991.
- (7) Y. Ren and C. F. Beards, "On Substructure Synthesis with FRF Data", Journal of Sound and Vibration 185(5), pp. 845-1866, 1995.
- (8) C. Farhat and M. Geradin, "On a Component Mode Synthesis Method and its Application to Incompatible Substructures", Computer & Structure Vol. 51, No.5, pp. 459-473, 1994.
- (9) K. C. Park, C. A. Felippa, U. A. Gumaste, "A Localized Version of the Method of Lagrange Multipliers and its Applications", Computational Mechanics, 24, pp. 476-490, 2000.
- (10) K. C. Park and Carlos A. Felippa, "A Variational Principle for The Formulation of Partitioned Structural Systems", International Journal for Numerical Methods in Engineering 47, pp. 395-418, 2000.