

레이 추적 기법을 이용한 단일 곡보의 고주파수 진동 해석

°정철호*, 이정권*

High Frequency Vibration Analysis of Single Curved Beam Using the Ray Tracing Method

°Cheol-Ho Jeong*, Jeong-Guon Ih*

ABSTRACT

현재까지 고주파수 진동해석에 가장 많이 쓰이는 방법은 통계적 에너지 해석법 (SEA)이다. 그러나 SEA는 많은 가정을 사용하고 있고 시간 및 공간 평균된 에너지 값을 사용하기 때문에 결과에서 알아낼 수 있는 정보가 제한된다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 진동 전도 해석법 (VCA)이나 파동 인텐시티 기법 (WIA) 등이 제안되었고, 기하음향학의 한 방법인 레이 추적 기법 (RTM)도 구조음향학에 적용하고 있다. 본 논문에서는 레이 추적 기법을 이용하여 오일러-베르누이 보 이론에 근거한 고정단-자유단 경계 조건을 가지는 단일 곡보의 진동 해석을 수행하였다. 예제를 통한 해석 결과, 주파수가 높을수록, 또 감쇠가 클수록 더 정확한 결과를 예측할 수 있음을 관찰할 수 있었으며, 따라서 기존 해석법들의 가정에 적합하지 않은 구조물에 적용할 수 있는 장점이 있다.

1. 서론

동적 구조의 진동 해석에 주로 유한 요소 해석법 (FEM)이나 경계 요소 해석법 (BEM)을 많이 사용한다. 하지만 고주파수에서는 파장이 짧아지기 때문에 메쉬의 크기가 작아지거나 보간함수의 차수가 커져야 하므로 정확한 해석을 위해서는 많은 계산량이 필요하게 된다. 위의 방법들은 기본적으로 각각의 모드를 중요시하는 모달 방법이기에 때문에 문제에 관련된 자료, 예를 들어 불연속점에서의 거동들이 정확하게 주어져야 하지만 고주파수에서는 불확정성이 크게 증가하기 때문에 결과의 정확성도 보장하기 힘들다.

고주파수에서의 해석을 통계적인 방법으로 접근한 통계적 에너지 해석법 (SEA)은 가장 널리 사용되는 기준적인 척도가 되는 방법이다.[1] 그러나 SEA는 많은 가정에 근거하고 있기 때문에, 적용 가능한 구조물이 적고 신뢰성을 평가할 수단이 명확하지 않다. 또한, 그 결과는 시간 및 공간 평균된 에너지로 상세한 정보를 알아낼 수 없는 등의 단점이 있다.

SEA의 단점들을 보완하고자 제안된 방법인 진동 전도 해석법 (VCA)은 구조에서의 에너지의

평행방정식이 열전도 방정식과 비슷한 2차 미분 방정식이라는 유사성을 이용한 것이다.[2] 이 방법은 평면파만 전달된다고 가정하고, 반사장이 직접장에 비하여 작지 않아야 한다는 잔향장의 가정을 사용하고 있다. VCA의 장점은 기존 FEM 메쉬를 이용할 수 있다는 점과 구조물 내에서의 진동의 대략적인 분포를 알아낼 수 있는 것이다. 그러나, 잔향장의 조건을 만족하여야 하는 조건에 의해 SEA의 결과보다 크게 개선되지 않고 2차원 진동장의 경우에는 신뢰성이 떨어진다.[3]

SEA를 보완하기 위하여 Langley [4]에 의해 제안된 또 다른 방법은 파동 인텐시티 기법 (WIA)이다. 이 방법은 SEA의 확산장과 잔향장의 가정 중에서 확산장의 가정을 완화한 것이다. 즉, 모든 방향으로 전파되는 파동의 에너지가 같지 않기 때문에 구조물에서 전파되는 파동의 방향성을 고려하여 더 정확하게 예측할 수 있게 된다. 특히 2차원 구조의 연성 경계와 같은 곳에서의 파동의 반사와 투과는 일반적으로 확산장의 가정이 성립되지 않기 때문에, 진동파의 구조적 여파 (wave filtering) 현상을 고려하여야 한다.

레이 추적 기법 (RTM)은 기하음향분야나 실내 음향분야에서 적용되던 방법으로 주로 음향충격 응답을 구하거나 음장 분포 해석을 위하여 사용되었다.[5] 건축 음향 분야에서 주로 사용되던 RTM

· 한국과학기술원 기계공학과 소음진동연구센터

의 개념이 구조 음향 분야에서 처음 사용된 것은 Cremer 와 Heckl [6]이 파동합 (wave summation)의 개념을 이용하여 봉의 진동을 해석한 것이다. Hugin [7]은 연성된 보에서 굽힘파와 굽힘 근접장파를 함께 고려한 파동합 기법을 이용하여 해석하였다. Gunda 등 [8]은 RTM의 한 방법인 가상음원법 (method of images)을 이용하여 단일 사각 평판의 응답을 예측하였고, 보 구조에도 적용하였다. 이 방법은 주파수와 감쇠가 클수록 더 정확하게 예측할 수 있다. Chae 와 Ih [9]는 RTM 을 이용하여 단일 평판과 연성된 평판의 구조를 해석하였으며, 실험을 통하여 검증하였다.

위에서 언급한 네 가지 방법 중에서 SEA 가 가장 널리 사용되는 실제적인 방법이고, VCA 는 주로 공간상의 진동의 분포를 알아보기 위하여 사용되는 방법이다. RTM 은 이론적으로 VCA 의 장점인 진동의 공간 분포 해석을 예측할 수 있고 WIA 의 장점인 경계에서의 구조적 여파 현상을 고려할 수 있는 방법이다. WIA 나 RTM 은 이론적으로나 해석 방법이 다른 방법에 비해 복잡하고 적용하기 어려운 난점이 있으나 이의 적용에 대한 관심이 증대되고 있다.

본 연구에서는 RTM 을 이용하여는 아직 해석되지 않은 단일 곡보에 대하여 해석을 수행함으로써 RTM 의 적용 범위를 넓히고자 한다. 단일 곡보는 오일러-베르누이 보 이론에 근거하고, 경계 조건은 고정단-자유단의 경우를 고려한다. RTM 을 이용한 결과와 전달파 기법 (TWM)의 결과를 비교하여 검증한다.

2. 레이 추적 기법 (RTM)

2.1 개요

기하음향학은 파동음향학으로는 효과적으로 고려할 수 없는 고주파 영역의 음장에 대해 광학의 원리를 도입하여 쉽게 해석하기 위한 기법이다. 고주파수로 갈수록 음향모드가 기하급수적으로 증가하므로 음파의 파동성이 지배적이지 못하게 되므로 빛과 같이 기하학적 고찰에 의해서도 음장을 해석할 수 있다는 것이다. 구조음향학에서 마찬가지로 고주파수에서 진동모드가 증가하게 되고 가진에 의해서 생성된 파동을 기하학적 모델인 레이로 대체하게 된다. RTM 이란 가진원으로부터 모든 방향으로 생성된 레이를 하나씩 추적하여 구조물의 진동을 대략적으로 예측하는 방법이다. RTM 에서 에너지는 레이를 따라서 전달되고 레

이는 파면(wavefront)에 수직인 방향으로 전파된다. 레이가 구조물에서 전파될 때 구조물의 감쇠에 의해서 레이가 가진 에너지가 줄어들게 되고, 불연속점이나 경계의 특성에 따라서 레이의 에너지의 크기와 진행방향이 달라지게 된다. 최종적으로 우리가 알고자 하는 응답점에 도달한 모든 레이의 에너지를 더하여 응답을 구하게 되는 것이다. RTM 과 같은 기하음향학에서는 소리의 파동성, 즉 파동의 회절, 간섭 등의 영향을 배제하지 않을 수 없기 때문에 두가지 기본가정을 전제로 한다.

- (1) 파동의 파장이 구조물의 크기에 비하여 매우 작다.
 - (2) 회절, 간섭, 등의 파동성의 영향은 무시한다.
- 위의 두가지 조건에 의하여 RTM 은 기본적으로 고주파 해석에 적합하다고 생각될 수 있는데, 실제 해석에 있어서는 경계면이 평평하고 균일하다고 가정하여 정반사만을 고려하게 된다.

2.2 레이의 전파

레이는 공간상으로 전파되는 파동의 현상이고 전파에 관계되는 가장 중요한 변수는 파수이다. 파수는 파동의 종류에 따라서 달라지는데, 본 연구에서는 곡보에서의 종파와 굽힘파만을 고려하였다. 구조물에서 감쇠는 Young 율의 허수부로 나타나게 되므로 결과적으로 모든 파수는 복소수로 나타나게 된다. 감쇠가 작을 때의 근사화된 종파와 굽힘파의 파수는 다음과 같다:

$$\begin{aligned} k_i &\cong k_{i,0} - j \frac{\omega \eta}{2c_{g,i}} \cong k_{i,0} - j \frac{\alpha_i}{2}; \\ k_f &\cong k_{f,0} - j \frac{\omega \eta}{2c_{g,f}} \cong k_{f,0} - j \frac{\alpha_f}{2} \end{aligned} \quad (1a,b)$$

여기서 $k_{i,0}, k_{f,0}$ 는 감쇠가 없을 때의 종파와 굽힘파의 파수이며, $\eta \omega / c_g$ 로 정의 되는 α 는 감쇠 계수 (decay constant)이다. 관심변수가 변위일 때, 레이의 전파는 다음과 같다:

$$\{d(x)\} = [T]_{x-x_{ref}} \{d(x_{ref})\} \quad (2a)$$

$$\{d(x)\} = \begin{Bmatrix} u_f(x) \\ w_f(x) \\ w_{fn}(x) \end{Bmatrix}, [T]_x = \begin{bmatrix} e^{-jk_i x} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-jk_f x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-jk_{fn} x} \end{bmatrix} \quad (2b)$$

여기서, $\{d(x)\}$ 는 응답점에서의 파동 크기 벡터이고 T 는 장 전달 행렬 (field transfer matrix)이다.

주파수가 높아질수록 구조의 모드 카운트 (mode count)가 증가하여 각각의 모드의 거동이 중요하지 않게 되고, 저주파수에서 중요시 되

는 진동의 위상도 중요성을 잃게 된다. 그러므로 고주파수 해석에서는 주로 밴드 해석을 수행하게 되고 사용되는 변수도 변위의 크기나 위상이 아닌 시간 평균된 진동 에너지와 파워 흐름 같은 에너지 변수들을 사용하게 된다. 에너지 변수들은 위상을 고려하지 않기 때문에 하나의 실수 값으로 나타난다. 에너지 응답의 기본이 되는 이차 응답은 다음과 같이 나타난다:

$$|d(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)|^2 = |d_{dir}(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} |d_{refl}(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)_n|^2 + 2\text{Re}\left\{d_{dir}(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega) \sum_{n=1}^{\infty} d_{refl}^*(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)_n\right\} + 2\text{Re}\left\{\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1, m \neq n}^{\infty} d_{refl}(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)_n d_{refl}^*(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)_m\right\}. \quad (3)$$

여기서 하첨자 *dir* 과 *refl* 은 각각 직접장과 간접장을 나타낸다. 직접장은 가진점에서 생성된 파동이 첫번째 경계에 도달하기 전까지의 구조의 거동이고 반사장은 그 이후의 거동을 나타낸다. 세번째 항은 직접장과 반사장들 간의, 네번째 항은 하나의 반사장과 다른 반사장 사이의 상호작용을 나타낸다. 앞의 두 항은 거리에 따라 변동 없이 순조롭게 변하는 에너지를 나타내고, 상호작용 항들은 국부적으로 변동하는 특성을 가지고 있다. 주파수 밴드 해석을 적용하면 국부적으로 변동하는 현상들은 사라지게 된다. 특히, 고주파수에서는 상호작용항의 크기도 작아져서 무시할 수 있다. [10] 식 (3)에서 상호작용 항을 무시하면 이차 응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$|d(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)|^2 \cong |d_{dir}(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} |d_{refl}(\bar{x}_o, \bar{x}_i; \omega)_n|^2. \quad (4)$$

위 식은 이차 응답의 선형 중첩 이론을 의미한다. 이차 응답의 선형 중첩 이론의 성립은 에너지 밀도나 파워 흐름과 같은 에너지 변수에 대한 선형 중첩 이론의 성립을 의미한다. 굵힘 근접장파를 무시하면 이차응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\left\{ |d(x)|^2 \right\} = [T_\epsilon]_{x-x_s} \left\{ |d_s|^2 \right\} \text{ for } x \geq x_s. \quad (5a)$$

$$[T_\epsilon]_s = \begin{bmatrix} e^{2\text{Im}(k_s)x} & 0 \\ 0 & e^{2\text{Im}(k_s)x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha_s x} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha_s x} \end{bmatrix} \quad (5b)$$

여기서 에너지 변수의 전파에 감쇠 계수가 관련되는 것을 알 수 있다.

2.3 RTM의 신뢰도

(1) 주파수의 영향

파동의 기하학적 모델인 레이를 사용하는 것은 파장이 구조물의 특성길이보다 작은 경우에 유용하다. 또한, 주파수가 높아질수록 이차 응답에서

의 상호작용항이 작아져 무시할 수 있으므로, 주파수가 커질수록 신뢰성이 높아지게 된다.

(2) 감쇠의 영향

반사횟수는 가진점에서 출발한 레이가 구조물에서 반사되는 횟수로 정의된다. RTM이라는 반복적인 수치해석 방법을 사용함에 있어서 반사횟수와 결과의 수렴도는 중요한 문제이다. 구조물에서 x 만큼의 거리를 전파한 후에 남아있는 에너지는 $E(x) = E_o e^{-\alpha x}$ 이다. 이론적으로는 레이의 모든 에너지가 소멸할 때까지 전파하여야 하지만, 계산과정에서는 레이가 반사되는 횟수가 무한할 수 없다. 예를 들어, 99% 에너지가 소진될 때까지의 거리는 $l_p = -\log_e(0.01)/\alpha$ 이므로, 반사횟수는 $n_p = -\log_e(0.01)/\alpha l$ 가 된다. 반사횟수는 감쇠계수에 반비례 한다는 점을 고려하면, 감쇠 인자(loss factor)가 큰 경우에 더 적은 반사횟수로도 같은 신뢰도를 갖는 결과를 얻을 수 있다. 감쇠계수가 커지면 에너지의 감쇠가 빠르게 일어나 직접장의 에너지가 지배적이게 되므로, 적은 반사횟수로도 정확한 결과를 얻을 수 있다.

3. 곡보에 관한 연구

3.1 선형 연구

곡보는 수학적으로 일차원으로 근사 가능한 곡률을 가지는 가장 간단한 모델이다. 곡률을 가지는 구조들은 모드가 연성되어 있다. 즉, 한 종류의 파동에 의해서 두개 이상의 독립적인 축에서 진동 변위가 발생하게 된다. 그러므로 곡보의 진동 에너지와 파워 흐름도 서로 다른 두 모드의 연성에 의해서 곧은 보와는 표현이 달라지게 된다.

Walsh 와 White [11]는 곡보에 대한 Fluegge 이론을 바탕으로 운동방정식을 유도하고 일정한 곡률을 가지는 반 무한 보의 모빌리티에 대한 연구를 수행하였으며, Le Bot 등 [10]은 오일러-베르누이 가정을 사용한 곡보에 대하여 진동 전도 해석을 수행하였다.

3.2 곡보의 지배방정식과 특성

본 연구에서는 오일러-베르누이 보 이론에 바탕을 둔 곡보의 운동방정식 사용한다.[12] 즉, 회전 관성과 전단변형을 무시한다. 곡보의 운동방정식은 다음과 같다:

$$\frac{EI}{R} \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{u}{R} - \frac{dw}{ds} \right) + ES \frac{d}{ds} \left(\frac{du}{ds} + \frac{w}{R} \right) = -\rho S \omega^2 u \quad (6a,b)$$

$$EI \frac{d^3}{ds^3} \left(\frac{u}{R} - \frac{dw}{ds} \right) - ES \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{R} \frac{du}{ds} + \frac{w}{R^2} \right) = -\rho S \omega^2 w.$$

여기서 s 는 원주 방향 (circumferential direction)의 좌표이고 R 은 곡률반경, 그리고 변위 u 와 v 는 각각 원주 방향과 반경 방향 (radial direction)의 변위를 나타낸다. 원주 방향의 변형을 ε 과 단면의 회전 φ 은 다음과 같다:

$$\varepsilon = \frac{du}{ds} + \frac{w}{R}; \quad \varphi = \frac{u}{R} - \frac{dw}{ds}. \quad (7a,b)$$

위의 변형률과 단면의 회전을 이용하여 나타낸 수직 합력 (resultant normal force) N 과 전단 합력 (resultant shear force) Q , 그리고 모멘트 합력 (resultant moment) M 은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} N &= ES \left(\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{R} \right); \\ Q &= EI \left(\frac{1}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial s^3} \right); \\ M &= EI \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right). \end{aligned} \quad (8a,b,c)$$

위의 지배 방정식에서 조화 가진을 가정하면 식 (6)의 해는 다음과 같다:

$$u(s) = u_0 e^{-i(k_s - \omega t)}, \quad w(s) = w_0 e^{-i(k_s - \omega t)} \quad (9a,b)$$

여기서, u_0 와 w_0 는 변위의 크기를 나타내고, k 는 파수, ω 는 각주파수를 의미한다. 식 (6)을 행렬식으로 바꿔서 표현하면 다음과 같이 나타낸다:

$$\begin{bmatrix} \rho S \omega^2 - EI \frac{k^2}{R^2} - ES k^2 & -i(EI \frac{k^3}{R} + ES \frac{k}{R}) \\ i(EI \frac{k^3}{R} + ES \frac{k}{R}) & \rho S \omega^2 - EI k^4 - ES \frac{1}{R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

위 방정식이 해를 가지기 위하여 행렬식 (determinant)이 0 이어야 하므로 곡보의 6 차 특성식이 유도된다. 보에서의 종파의 속도를 $c_i = \sqrt{E/\rho}$ 로 정의하고 회전 반경 (radius of gyration)을 $\kappa = \sqrt{I/S}$ 로 정의하면, 다음과 같이 나타낸다:

$$\left(\frac{\omega^2 R^2}{c_i^2} - k^2 R^2 - k^2 \kappa^2 \right) \left(\frac{\omega^2 R^2}{c_i^2} - 1 - k^4 R^2 \kappa^2 \right) - (kR + k^3 R \kappa^2)^2 = 0. \quad (11)$$

여기서 무차원 파수 $K = k\kappa$, 무차원 각주파수 $\Omega = \omega\kappa/c_i$, 무차원 곡률반경 $r_0 = \kappa/R$ 로 정의하고 무차원 파수 K 의 내림차순으로 정리하면, 특성식은 다음과 같이 나타낸다:

$$K^6 - (\Omega^2 + 2r_0^2)K^4 - (\Omega^2 + \Omega^2 r_0^2 - r_0^4)K^2 + (\Omega^4 - \Omega^2 r_0^2) = 0. \quad (12)$$

위 6 차 특성식의 해는 복소수의 쌍으로 나타난다. 이러한 결과는 같은 파수에 대하여 양의 방향

과 음의 방향으로 전파하는 파동 특성을 나타낸다. 특성식에서 구해진 K 에 대한 두 개의 근은 종파를 나타내고, 4 개의 근은 굽힘파를 나타낸다.

특성식에서 구한 6 개의 파수를 이용하여 보에서의 변위를 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\begin{aligned} u(s) &= \sum_{i=1}^3 \left[u_i^+ e^{-j(k_i s - \omega t)} + u_i^- e^{j(k_i s - \omega t)} \right]; \\ w(s) &= \sum_{i=1}^3 \left[w_i^+ e^{-j(k_i s - \omega t)} + w_i^- e^{j(k_i s - \omega t)} \right]. \end{aligned} \quad (13a,b)$$

식 (10)의 행렬식에 의해서 같은 파수로 전파하는 원주 방향의 파동의 크기와 반경 방향의 파동의 크기는 아래와 같은 일정한 관계를 가지게 되므로 변위는 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$\begin{aligned} w_i^+ / u_i^+ &= -w_i^- / u_i^- = -j\kappa K_i (K_i^2 + 1) / \left\{ \Omega^2 - (K_i^4 + k^2) \right\}, \\ (i=1,2,3) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} u(s) &= \sum_{i=1}^3 \left[u_i^+ e^{-j k_i s} + u_i^- e^{j k_i s} \right] \\ &= u_i^+ e^{-j k_i s} + w_i^+ e^{-j k_i s} / \beta^+ + w_i^- e^{-j k_i s} / \gamma^+ + u_i^- e^{j k_i s} + w_i^- e^{j k_i s} / \beta^- + w_i^+ e^{j k_i s} / \gamma^-; \\ w(s) &= \sum_{i=1}^3 \left[w_i^+ e^{-j k_i s} + w_i^- e^{j k_i s} \right] \\ &= \alpha^+ u_i^+ e^{-j k_i s} + w_i^+ e^{-j k_i s} + \alpha^- u_i^- e^{j k_i s} + w_i^- e^{j k_i s}. \end{aligned} \quad (15a,b)$$

여기서 위첨자 +와 -는 양의 방향과 음의 방향으로 전파하는 성분을 나타내고, 아래첨자 l, f, fn 은 종파, 굽힘 전달파, 그리고 굽힘 근접장파이고 $\alpha^\pm, \beta^\pm, \gamma^\pm$ 는 같은 종류의 파동에 대한 원주방향 변위에 대한 반경방향 변위의 비이다. 위의 해에서 계수들은 변위 u, w, φ 와 합력 N, Q, M 의 연속 또는 불연속 조건으로 나타나는 경계 조건을 이용하여 결정된다.

곡보에서의 시간 평균된 원주 방향의 에너지 밀도와 반경 방향의 에너지 밀도와 파워 흐름은 다음과 같이 정의된다:

$$\begin{aligned} e_l(s) &= \frac{\rho S \omega^2}{4} u u^* + \frac{E_0 S}{4} \left(\frac{w}{R} + \frac{du}{ds} \right) \left(\frac{w}{R} + \frac{du}{ds} \right)^*; \\ e_f(s) &= \frac{\rho S \omega^2}{4} w w^* + \frac{E_0 I}{4} \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{R} - \frac{dw}{ds} \right) \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{R} - \frac{dw}{ds} \right)^*. \end{aligned} \quad (16a,b)$$

$$\begin{aligned} I_l &= \text{Real} \left(\frac{i\omega}{2} \left\{ N + \frac{M}{R} \right\} u^* \right); \\ I_f &= \text{Real} \left(\frac{i\omega}{2} \left\{ Q w^* - M \frac{dw^*}{ds} \right\} \right). \end{aligned} \quad (17a,b)$$

4. 단일 곡보 예제 해석

대상은 밀도 7800 kg/m³, Young 윌 210 GPa, 단면의 폭과 높이가 각각 10⁻² m 인 사각 단면을 가지는 철로 만들어진 보를 사용하였다. 보는

0.25 m 의 일정한 곡률반경을 가지고, 구조의 감쇠 η 는 0.05 로 정의 하였다. 보의 경계조건은 고정단-자유단의 경우를 고려하였으며, 가진은 오른쪽 자유단의 끝부분에서 일어난다.

그림 1 은 해석한 곡보에 대한 그림이다. 이 모델을 세가지 경우로 나누어서 해석하였다:

- 경우 (1): $\eta=0.05$, 8 kHz 옥타브 밴드 해석;
- 경우 (2): $\eta=0.01$, 8 kHz 옥타브 밴드 해석;
- 경우 (3): $\eta=0.05$, 4 kHz 옥타브 밴드 해석.

경우 (1)과 (2)에서 종파의 모드 밀도는 3.85×10^{-4} 개/Hz 이고 모드 카운트는 2.19 개이다. 굽힘파의 모드 밀도는 1.13×10^{-3} 개/Hz 이고 모드 카운트는 6.39 개이다. 경우 (3)에서 종파의 모드 밀도는 위와 같고 모드 카운트는 1.09 개다. 굽힘파의 모드 밀도는 1.62×10^{-3} 개/Hz 이고 모드 카운트는 4.49 개이다. 세가지 경우에 대한 결과는 각각 그림 2-4 와 같다. 일반적으로 고주파수 에너지 해석을 위해서는 모드 카운트가 3~5 개정도 여야 하지만 종파의 모드 카운트는 그보다 작기 때문에 원주 방향 변위의 오차가 반경 방향보다 크게 나타난다. 에너지 밀도의 상대 오차를 그래프의 밀면적을 이용하여 $(A_{RTM} - A_{TWM}) / A_{TWM}$ 으로 정의하면 경우 (1)에서 원주 방향과 반경 방향의 오차가 13%와 0.3%인 반면, 경우 (2)에서 각각 41%와 9%로 크게 나타난다. 경우 (3)에서도 각각 31%와 6%로 주파수가 커질수록, 감쇠가 클수록 정확도가 높아진다.

RTM 을 이용하여 얻은 결과는 에너지 변수의 선형 중첩 이론에 의하여 국부적인 변동 (locally fluctuation)하는 현상들은 모두 사라진다. 그러므로 RTM 의 결과는 이론해의 공간 평균된 응답과 비슷하게 나타나게 된다. 각 그림의 (c)와 (d)의 파워 흐름 예측에서 $x=0$ 에서는 고정단이기 때문에 이론적으로 모든 방향의 파워흐름은 0 이 되어야 한다. RTM 을 사용하여 예측한 결과는 원주 방향의 결과와 반경 방향의 파워 흐름이 각각 0 이 되지는 않지만 두 값을 더한 값이 0 에 수렴하는 현상으로 고정단에서는 파워 흐름이 없다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

RTM 을 이용하여 단일 곡보에 대한 해석을 시도하였다. RTM 은 FEM 이나 다른 모달 방법과는 달리 주파수와 감쇠가 커질수록 정확성이 높아지는 것을 알 수 있다. FEM 은 모든 노드에서의 결과를 알아야 하는 반면, RTM 을 이용하면 관심있

는 한 점에서의 결과만을 알아낼 수 있기 때문에 계산량이 크게 줄어든다. 그러므로 RTM 을 이용하면 고주파수 영역에서 적은 계산량으로 정확하게 진동을 예측할 수 있다. 다른 고주파수 방법과 비교하면 기존의 SEA, VCA, 그리고 WIA 는 잔향장, 즉 작은 감쇠 조건을 사용하고 있으나 RTM 은 감쇠가 큰 구조물에 적용할 수 있다.

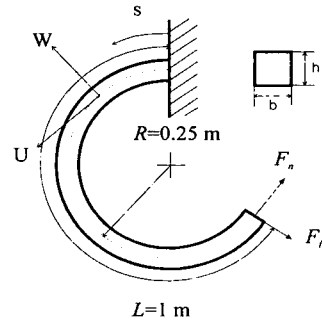


Figure 1. Single curved beam with clamped-free ends.

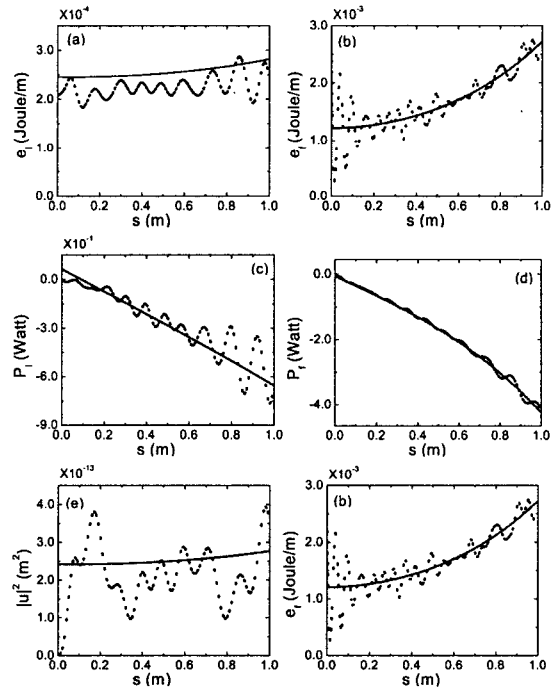


Figure 2. Comparison of spatial distribution between TWM and RTM. (a) Longitudinal energy, (b) flexural energy, (c) longitudinal intensity, (d) flexural intensity, (e) longitudinal displacement, (f) flexural displacement with $\eta=0.05$ (8 kHz octave band analysis) : - - - -, TWM ; ———, RTM.

감사의 글

본 연구는 BK21 Project 및 NRL 의 일부 지원을 받았습니다.

참고문헌

- [1] Lyon, R. H., and Dejong, R., 1995, *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*, Butterworth-Heinemann.
- [2] Nefske, D. J., and Sung, S. H., "Power flow finite element analysis of dynamic systems: basic theory and application to beams," *Transactions of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* **111**, 94-100 (1989).
- [3] Langley, R. S., "On the vibrational conductivity approach to high frequency dynamics for two-dimensional structural components," *Journal of Sound Vibration*. **182**, 637-657 (1995).
- [4] Langley, R. S., "A wave intensity technique for the analysis of high frequency vibrations," *Journal of Sound Vibration*. **159**, 483-502 (1992).
- [5] 신호철, 이정권, "위상이 고려된 기하음향모델에 의한 내부음장 해석," *한국음향학회지*. **17**, 54-61 (1998).
- [6] Cremer, L., Heckl, M., and Ungar, E. E., 1988 *Structure-Borne Sound*. Berlin: Springer-Verlag; second edition.
- [7] Hugin, C. T., "A physical description of the response of coupled beams," *Journal of Sound Vibration*. **203**, 563-580 (1997).
- [8] Gunda, R., Vijayakar, S. M., and Singh, R., "Method of images for the harmonic response of beams and rectangular plates," *Journal of Sound Vibration*. **185**, 791-808 (1995).
- [9] Chae, K.-S. and Ih, J.-G., "Prediction of vibrational energy distribution in the thin plate at high-frequency bands by using the ray tracing method," *Journal of Sound and Vibration*. **240**, 263-292 (2001).
- [10] Le Bot, A., Ichchou, M. N., and Jezequel, L., "Energy flow analysis for curved beams," *Journal of the Acoustical Society of America*. **102**, 943-954 (1997).
- [11] Walsh, S. J. and White, R. G., "Mobility of a semi-infinite beam with constant curvature," *Journal of Sound Vibration*. **221**, 887-902 (1999).
- [12] Graff, K. F., 1975, *Wave Motion in Elastic Solids*, Ohio State University Press.

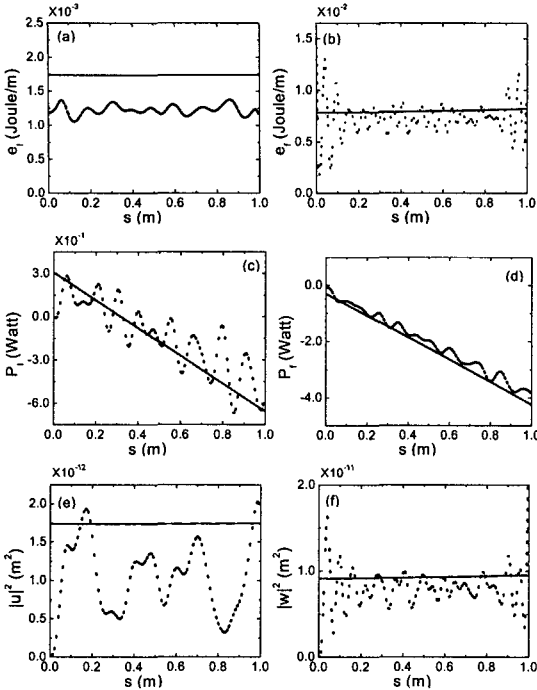


Figure 3. Comparison of spatial distribution between TWM and RTM with $\eta=0.01$ (8 kHz octave band analysis): - - - -, TWM ; ———, RTM.

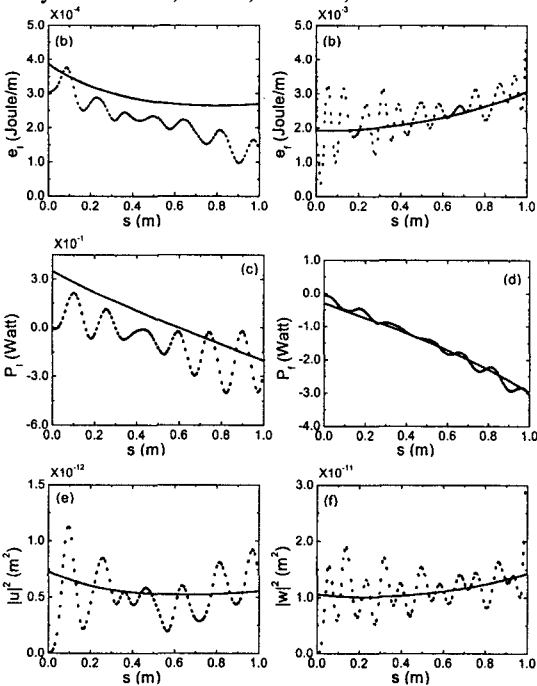


Figure 4. Comparison of spatial distribution between TWM and RTM with $\eta=0.05$ (4 kHz octave band analysis): - - - -, TWM ; ———, RTM.