

유연마니퓰레이터의 궤도최적화

Trajectory Optimization of Flexible Manipulators

○ 이승재* 최연선** 야마카와 히로시***
Seung Je Lee, Yeon-Sun Choi, Hiroshi Yamakawa

We develop a new method of simultaneous optimization of trajectory and shape of redundant flexible manipulators for collision-free utilizing the B-spline function and a mathematical programming method. We adopt an approximate flexible manipulator model which consists of rigid bar elements and spring elements. We use B-spline function for determining the approximate trajectory and the expressions of the outline of obstacles. The used total performance index consists of 2 performance indices. The first is the driving energy, and the second is the trajectory deviation which is caused by the approximate modeling for the flexible manipulator. We design optimal collision-free trajectory of flexible manipulators by searching optimum positions of the control points for B-spline approximation which minimize the performance index subject to constraint condition for collision-free. Some examinations through numerical examples show the effectiveness of the method.

Key Words: Redundant Flexible Manipulators, Collision-Free, Optimal Trajectory, Optimal Shape, B-Spline Function,

1. 서론

경량화된 flexible manipulator는 내부減衰가 작기 때문에, 微少한 외란에 의해서도 간단히 불필요한 진동과 궤도 추종성의 저하등이 일어나기 쉽다. 지금까지 이러한 문제들의 해결책을 찾는 여러가지 연구들이 행해져 오고 있지만, 대부분이 진동을 억제하기 위한 부차적 제어기의 설계에 관한 연구가 중심이 되어 있다. manipulator의 궤도는 출발時나 최종positioning時의 속도, 구동에너지등 manipulator의 동특성에 큰 영향을 미치는 요소로서 생각 할 수 있기 때문에, flexible manipulator의 궤도를 최적화함으로써 불필요한 진동과 궤도추종성의 저하등의 문제를 해결할 수 있다면 制振과 궤도추종성등의 manipulator성능의 향상에 크게 기여할 수 있으리라 기대된다.

manipulator의 장애물회피를 포함한 경로계획문제 또는 궤도설계문제에 관한 종래의 연구는 rigid manipulator를 대상으로 한 연구가 대부분이며 장애물회피를 포함한 flexible manipulator의 궤도설계문제 또는 궤도최적화 문제를 다룬 연구는 그 예를 찾아볼 수 없다. 또한 종래의 rigid manipulator를 대상으로 한 장애물회피를 포함한 경로계획문제 또는 궤도설계문제에 관한 연구에서도

(ㄱ) 궤도와 경로를 따로따로 다루고 있기 때문에 장애물회피경로를 구한 다음, 다시 결정된 경로상에서의 궤도계획을 행하지 않으면 안된다.

(ㄴ) 작업공간의 기하학적 정보만을 고려, 안정성을 위해 가능한 한 장애물로 부터 떨어진 경로, 또는 goal까지의 최단경로를 구하는 報告가 많고, 동적해석을 통해 에너지, 작업시간등을 같이 고려한 연구는 그 수가 매우 적다

(ㄷ) 대부분이 관절공간에서의 경로계획을 하고 있기때문에 다관절 manipulator의 경우에는 관절공간상에 표현된 경로는 대단히 복잡한 형태를 취하기 때문에 매우 이해하기 어렵다.

등의 문제가 남아있어, 그 방법이 확립되었다고 할 수 없는 것이 현 실정이다. 이러한 문제들을 정리하면 다음과 같은 과제를 열거 할 수 있으며, 통합적으로 다루어야 할 필요성이 지적된다.

(가) flexible manipulator의 진동을 억제 가능한 매끄러운 궤도의 설계

(나) 경로뿐만아니라 시간의 함수인 궤도의 최적화

(다) 실공간에서 설계가능한 알기 쉬운 궤도의 설계

(라) 다관절의 redundancy를 유용하게 이용할 수 있는 궤도의 설계

(마) 에너지등 동적특성이 평가가능한 궤도의 설계등을 실현하기 위해, B-Spline함수에 의한 근사와 구동에너지, 작업시간, 최대조작성등의 평가함수를 도입하여, 강체 그리고 유연 마니퓰레이터의 최적설계에 관한 일련의 연구(4)-(5)를 진행해 왔다.

본 연구는 확장성 자유도를 가지는 평면 유연 마니퓰레이터를 대상으로 한 궤도와 형상의 동시최적화 수법을 제시하고, 계산례를 통해 그 유용성을 입증한다..

2. 장애물의 근사와 장애물 회피를 위한

기하학적 제약조건

2.1 장애물의 근사

그림 1에 제시한 바와 같이 장애물의 형상을 마니퓰레이터의 엔드에펙터의 크기등을 고려, 적절한 여유를 가지고 B-Spline 함수를 이용 근사한다. B-Spline 함수의 위수를 변화시킴으로써 동일한 장애물에 대해서 여러가지 형식의 근사가 가능하며, 근사정도를 바꿀 수 있다.

2.2 장애물 회피를 위한 기하학적 제약조건

2.2.1 링크에 대한 제약조건(Case 1)

그림 2의 (a)와 같이 절대좌표계 O_iXY_i 를 i 번째 링크에 평행이동 시킨 상대좌표계 $o_i x_i y_i$ 를 설치하고 원점 o_i 를 중심으로 link i 의 길이를 반경으로 하는 원 S 라고 하자. j 번째 장애물(obstj)상의 각점중 원 S 에 포함되는 점과 원점 o_i 를 연결하는 선분이 축 x_i 가 이루는 각도의 최대치 α_{ij}^{max} 와 최소치 α_{ij}^{min} 을 구해, 그 차 $\alpha_y (\alpha_y > 0)$ 와 α_y 를 2등분하는 선분 c_y 와 축 x_i 가 이루는 각도 b_y 를 구한다. 이 경우 장애물

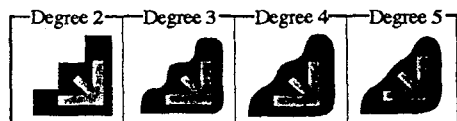


Fig. 1 Approximations of obstacles B-spline functions

* 삼성전자, yisj@samsung.co.kr

** 성균관대학교

*** 와세다대학교

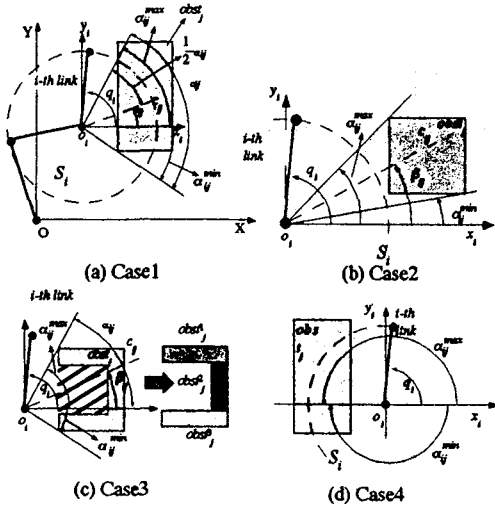


Fig. 2 Judgement of collision for *i*-th link with obstacle

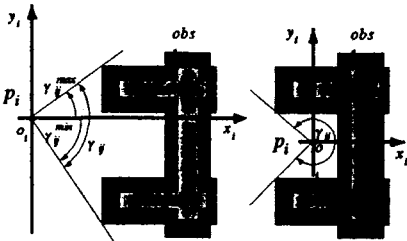


Fig 3 Judgement of collision for point p_i with obstacle

회피를 위한 제약조건은 *i*번째 링크가 축 x_i 와 이루는 각도 q_i 라고 하면

$$|\beta_j - \beta_{jk}| > 0.5\alpha_{jk} \quad (1)$$

이 된다.

2.2.2 링크에 대한 제약조건 (Case 2)

그림 2의 (b)와 같이 장애물상의 점들중 원 S_i 에 포함되는 점이 없는 경우는, 장애물상의 모든 점과 원점 o_i 를 잇는 모든 선분이 축 x_i 와 이루는 각도의 최댓값 α_y^{\max} 와 최솟값 α_y^{\min} 를 구해 Case1과 같이 b_{ij} 를 구한다. 이 경우 장애물 회피를 위한 제약조건은

$$|\beta_i - \beta_{ij}| \geq 0 \quad (2)$$

이 된다. 이 경우와 같이 장애물상의 점들중 원 S_i 에 포함되는 점이 없는 경우는 일반적으로는 각 링크에 대한 제약조건은 불필요하나, 제약조건의 연속성을 유지하기 위하여 식 (2)의 제약조건을 부과한다.

2.2.3 링크에 대한 제약조건 (Case 3)

그림 2의 (c)와 같이 장애물의 외형이 만이 아니라 도 포함할 경우 장애물이 이 되도록 분해하여 분해된 개개의 장애물에 대해서 case1의 제약조건을 부과한다.

2.2.4 링크에 대한 제약조건 (Case 4)

그림 2의 (d)와 같이 장애물이 평면 $o_i-x_iy_i$ 의 제 2, 제3 사분면에 걸친 형태의 경우 링크와 장애물 축에 대해 대칭이동시킨후 case의 제약조건을 부과한다.

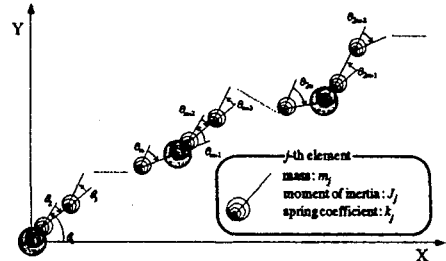


Fig. 4 Approximate model with rigid beams and springs

2.2.5 점에 대한 제약조건 그림3과 같이 점 p_i 가 장애물 가까워 질수록 γ_{ij} 각도 는 커져서 장애물내부에 존재할 경우에는 2π 가 되므로, 에 대한 장애물과의 충돌 회피를 위한 제약조건은 다음 식과 같이 표현 할 수 있다.

$$\gamma_{ij} < 2\pi \quad (3)$$

3. 유연 마니퓰레이터의 정식화

그림 4와 같이 개의 강체요소와 회전스프링으로 근사된 유연 마니퓰레이터 모델을 도입, 정식화한다. 이때, 각 스프링의 스프링상수는, 연속체 외팔보의 모멘트 하중에 대한 선단의 처짐과 근사된 유연 마니퓰레이터의 모멘트 하중에 대한 선단의 처짐이 증가가 되도록 각 요소의 영률, 단면2차 모멘트, 링크의 길이 등을 이용하여 결정한다. 이상의 근사를 적용하면, 절대좌표계에 대한 유연 마니퓰레이터의 운동 방정식은 식(4)와 같이 정식화 된다.(5)

$$[I] \cdot \{\ddot{q}\} + [K] \cdot \{q\} + \{h\} = \{T\} \quad (4)$$

식(4)에서 q 는 각 요소의 상대각도 θ 를 절대각도로 변환한 벡터이다. 또한, $[I]$ 는 관성 매트릭스, $[K]$ 는 강성 매트릭스, $\{h\}$ 는 원심력에 대응하는 벡터, $\{T\}$ 는 관절 토크를 나타낸다.

4. 지표궤도의 생성

4.1 콘트롤포인트의 설정

시점 (x_1, y_1) 과 종점 (x_2, y_2) 사이에 다음 식에 나타내는 콘트롤포인트를 장애물외부에 설정한다.

$$\hat{r}_i = \{\hat{x}_i, \hat{y}_i\}^T \quad (5)$$

식(5)에서 i 는 콘트롤포인트의 번호이다.

4.2 자세의 최적화

허장자유도를 갖는 마니퓰레이터는 역운동학의 해, 즉 링크의 자세가 유일하지 않기 때문에, 설계자는 무수히 많은 가능한 자세중 최적인 자세를 결정해야 한다. 본 연구에서는 마니퓰레이터의 각 링크가 장애물을 회피하기위한 기하학적 제약조건과, 로봇마니퓰레이터의 조작성을 나타내는 척도로서 알려진 가조작도(6)를 평가함수로 도입, 자세를 최적화하여 유일의 해

$$\hat{\theta}_i = \{\hat{\theta}_{1,i}, \hat{\theta}_{2+1,i}, \hat{\theta}_{2+1,i}, \dots, \hat{\theta}_{(n-1)m+1,i}\}^T \quad (6)$$

를 결정한다. 여기서 i 는 콘트롤포인트의 번호, n 은 마니퓰레이터의 링크수, m 은 각 링크의 분할 수를 나타낸다. 최적화문제의 구체적인 정식화는

$$\text{Find } \hat{\theta}_i, \text{ which} \quad (7)$$

$$\text{maximize } w = \sqrt{\det(J(\hat{\theta}) \cdot J^T(\hat{\theta}))} \quad (8)$$

$$\text{subject to } r_i = f(\hat{\theta}_i) \quad \text{and} \quad (9)$$

$$|\beta_j - \beta_{jk}| > 0.5\alpha_{jk} \quad \text{or} \quad (10)$$

$$|\beta_j - \beta_{jk}| \geq 0 \quad (11)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 $i=1, 2, \dots, g$ 로서 g 는 시점, 중점을 포함한 콘트롤포인트의 수, $j=1, 2, \dots, n$ 로서 n 은 로봇 매니퓰레이터의 자유도, k 는 장애물의 번호 그리고 함수 f 는 관절변수 벡터와 선단(엔드에펙터)의 위치와의 관계를 나타내는 함수이고, 식(10), (11)은 장애물 회피를 위한 기하학적 제약조건이다. 이때, 외력 또는 관성력에 의해 발생하는 탄성변위는 각 관절의 토크 그리고 각가속도가 미지수이기 때문에 해석적으로 구하기는 매우 곤란하다. 때문에 본 연구에서는 각 링크를 가상적으로 강체링크로 가정하여 역운동학을 수행한다.

4.3 지표궤도의 생성

위수 4의 B-Spline 함수를 이용하여 전절에서 구해진 이산적 관절각도를 근사하여, 시간에 관해 2계 도함수 까지 연속이되도록 지표궤도

$$\bar{\theta} = \{\bar{\theta}_1(t) \quad \bar{\theta}_{1+m}(t) \quad \bar{\theta}_{1+2m}(t) \quad \dots \quad \bar{\theta}_{1+(n-1)m}(t)\}^T \quad (12)$$

를 구한다. B-Spline 함수를 이용함으로써 궤도의 제어를 위한 파라미터는 콘트롤포인트의 위치만으로 한정시킬 수 있다.

5. 궤도와 형상의 동시 최적화

5.1 구동 토크

구해진 지표궤도를 이용 역운동학을 수행, 로봇매니퓰레이터를 구동하기위해 각 관절에 부과해야할 관절 토크

$$T = \{\tau_1(t) \quad \tau_{1+m}(t) \quad \tau_{1+2m}(t) \quad \dots \quad \tau_{1+(n-1)m}(t)\}^T \quad (13)$$

5.2 시궤도의 생성

구동토크와 유연 매니퓰레이터의 운동방정식을 이용, 순 운동학을 수행 유연 매니퓰레이터의 장애물회피를 위한 시궤도

$$\theta = \{\theta_1(t) \quad \theta_2(t) \quad \theta_3(t) \quad \dots \quad \theta_m(t)\}^T \quad (14)$$

를 발생시킨다.

5.3 최적궤도의 생성

구해진 시궤도와 지표궤도의 사이에는 매니퓰레이터의 유연성에 기인한 편차가 존재 존재하게 되며, 그 결과 매니퓰레이터는 목표표하는 중점에 정확히 도달하지 못하거나 장애물의 영역에 침입할 가능성이 있다. 또한 매니퓰레이터가 중점에 도달하기위한 공간경로는 무수히 존재하므로, 공학적으로 적절한 평가기준을 도입, 최적의 유일 경로를 결정할 필요가 있다. 여기서는 매니퓰레이터의 궤도최적화를 수행하여 상기의 문제들을 해결한다. 최적화문제의 구체적인 정식화로서는

$$\text{Find } \hat{r}_i = \{\hat{x}_i \quad \hat{y}_i\}, \text{ which} \quad (15)$$

$$\text{minimize } \Phi = \alpha \cdot \frac{E}{E_{init}} + (\alpha - 1) \cdot \frac{D}{D_{init}} \quad (16)$$

$$\text{subject to } \gamma_j < 2\pi \quad (17)$$

$$\sqrt{(\hat{x}_i - \hat{x}_i^{init})^2 + (\hat{y}_i - \hat{y}_i^{init})^2} \leq d_j \quad (18)$$

를 생각할 수 있다. 식 (15)의 \hat{r}_i 는 콘트롤포인트의 위치벡터, 식(16)의 E 는 토크에 의한 구동에너지, D 는 식 (19), (20)에 나타내는 시궤도와 지표궤도의 사이의 편차를 나타낸다.

$$D = \bar{D} / p \quad (19)$$

$$\bar{D} = \sum_{j=1}^g \sqrt{(x_j - \bar{x}_j)^2 + (y_j - \bar{y}_j)^2} \quad (20)$$

식(19), (20)의 p 는 엔드에펙터의 궤고상에 생성된 점의

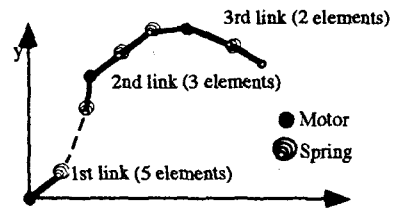


Fig. 5 Planar 3-links model of flexible manipulator

수, (x_j, y_j) 는 시궤도의 엔드에펙터의 궤고상의 j 번째 점, (\bar{x}_j, \bar{y}_j) 는 지표궤도의 엔드에펙터의 궤고상의 j 번째 점을 나타낸다. 또한 식(17)은 장애물회피를 위한 제약조건이며, 식(18)은 콘트롤포인트의 변동범위를 제약조건으로 추가한 것이다. 첨자 i 는 콘트롤포인트의 번호, k 는 장애물의 번호, j 는 공간상에 생성된 궤고상의 점의 번호를 나타낸다. 또한, 식(16)의 E_{init} 와 D_{init} 는 각각 초기궤도의 구동에너지와 궤도편차를 나타낸다.

5.4 형상과 궤도의 동시최적화

궤도와 형상의 동시최적화를 위해서 설계변수로서 각 요소의 폭을 추가하여 다음과 같은 최적화를 수행한다.

$$\text{Find } \hat{r}_i = \{\hat{x}_i \quad \hat{y}_i\}, w = \{w_1, w_2, \dots, w_m\} \quad (21)$$

$$\text{minimize } \Phi = \alpha \cdot \frac{E}{E_{init}} + (\alpha - 1) \cdot \frac{D}{D_{init}} \quad (22)$$

$$\text{subject to } \gamma_j < 2\pi \quad (23)$$

$$\sqrt{(\hat{x}_i - \hat{x}_i^{init})^2 + (\hat{y}_i - \hat{y}_i^{init})^2} \leq d_j \quad (21)$$

$$w_i^{min} \leq w_i \leq w_i^{max} \quad (24)$$

$$mass \leq mass_{init} \quad (25)$$

식 (21)의 w 는 각 요소의 폭을, 식 (24)는 w 의 상하한치들, 식(25)는 질량에 대한 제약을 나타낸다. 최적화의 구체적인 수법으로는 경사투영법(7)을 사용한다.

6. 계산례

6.1 해석모델

그림 5와 같은 평면 3링크 유연 매니퓰레이터를 대상으로 장애물회피를 위한 궤도최적화의 계산례를 다음에 제시한다. 유연 매니퓰레이터의 각 링크의 길이는 제1링크가 0.50 [m], 제2링크가 0.30 [m], 제3링크가 0.20 [m]이며, 각 링크는 길이 0.10 [m]의 요소로 분할되어, 제1링크가 5요소, 제2링크가 3요소, 제3링크가 2요소로 구성된다. 각링크의 영율은 210 [GPa], 밀도는 7.86×10^3 [kg/m³], 이고, 또한 각 요소의 폭은 50.0×10^{-3} [m]이고 두께는 0.30×10^{-3} [m]이다. 작업시간은 3[s]로 고정한다.

6.1 시궤도

그림 6에 시궤도의 공간경로와 각 링크의 자세를 제시한다. 매니퓰레이터는 시점 (0,20, 0,20)에서 중점 (0,70, 0,50)으로 이동한다. 회색영역은 장애물을 나타낸다. 시점과 중점을 연결하는 파선은 지표궤도를 나타내고, 실선은 시궤도를 나타낸다. 시궤도와 지표궤도에는 편차가 발생, 중점 근처에서는 장애물영역에 침범하고 있음을 알 수있다. 시궤도의 편차는 30.1×10^{-3} [m]이고, 구동에너지는 34.8×10^{-3} [J]이다. 그림 7에는 시궤도의 각 관절각도의 시간에 대한 변화를 나타낸다.

6.2 최적궤도설계

그림 8~10에, 장애물회피를 위한 최적궤도설계의 예를 제시한다. 그림 8에는 궤도최적화를 위한 평가함수인 식

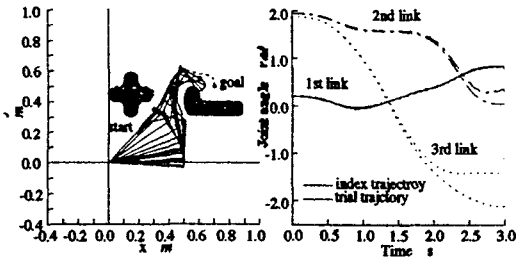


Fig. 6 Path of end-effector and posture of trial trajectory

Fig. 7 Joint angles of trial trajectory

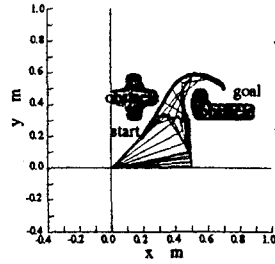


Fig. 11 Path of end-effector and posture of optimal trajectory obtained by simultaneous optimization of trajectory and shape

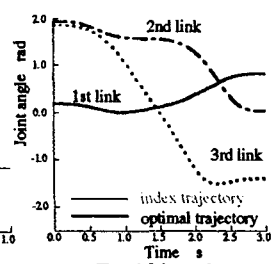


Fig. 12 Joint angles of optimal trajectory obtained by simultaneous optimization of trajectory and shape

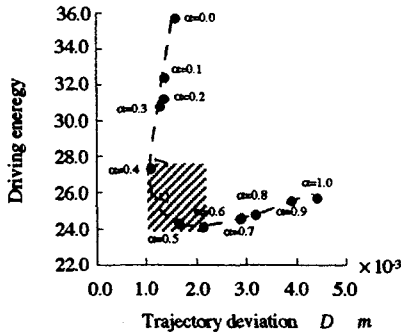


Fig. 8 Pareto solutions of Driving energy and trajectory deviation

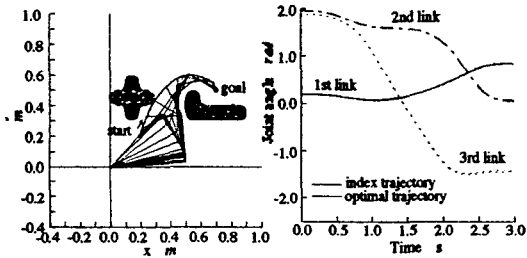


Fig. 9 Path of end-effector and posture of optimal trajectory at $\alpha=0.5$

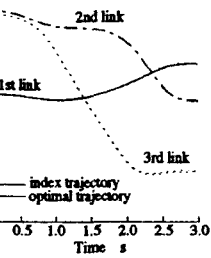


Fig. 10 Joint angles of optimal trajectory at $\alpha=0.5$

(16)의 α 를 0.0에서 1.0까지 0.1씩 변화시켜서 얻은 최적해의 곡선을 제시한다. 이 그림으로부터 α 가 0.4, 0.5, 0.6의 경우 구동에너지와 궤도의 편차 모두가 비교적 작아지는 해가 얻어지는 것을 알 수 있다. 이 구간의 구동에너지와 궤도의 편차는 서로 Trade-Off 관계에 있고, 그림 8의 사선으로 표시된 구간의 곡선은 Pareto 해의 곡선을 형성하고 있다고 생각 할 수 있다. 그림 9는 $\alpha=0.5$ 의 경우의 최적궤도의 공간경로와 각링크의 자세를 나타낸다. 그림 6의 시궤도와 비교하여 궤도의 편차가 거의 없고, 장애물영역에의 침범도 없음을 알 수 있다. 최적궤도의 편차는 1.64×10^{-3}

Table 1 Results of optimizations

	Performance index	Driving energy J	Trajectory deviation m	Mass kg
Initial Design (Trial trajectory)	1.00	34.8×10^{-3}	30.1×10^{-3}	0.275
Trajectory optimization	0.30	24.3	1.64	0.275
Simultaneous optimization of	0.17	10.9	2.91	0.145

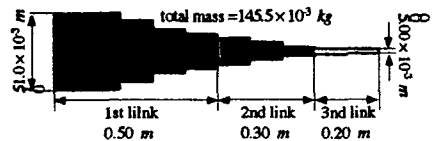


Fig. 13 Optimal shape obtained by simultaneous optimization

[m]이고, 구동에너지는 24.3×10^{-3} 이다.

6.3 궤도와 형상의 동시최적화

그림 11은 식 (21)의 α 가 0.5의 경우, 궤도와 형상의 동시최적화 수행 후 공간경로,관절각도, 최적형상을 나타낸다. 이 경우 궤도의 편차는 2.91×10^{-3} [m]이고, 구동에너지는 10.9×10^{-3} [J]이다. 이는 궤도만의 최적화와 비교하여 구동에너지는 감소는 더욱 커졌으나, 궤도의 편차의 감소는 둔해졌다. 그러나 그림 14에 제시하는 것처럼 궤도와 형상의 동시최적화에 의해 마니퓰레이터의 초기질량 0.275kg이 최적화 후 0.145kg으로가 경량화되었다. 이상의 결과를 표 1에 정리한다.

7. 결론

허장성을 갖는 유연 마니퓰레이터를 대상으로, B-Spline 함수에 의한 궤도와 장애물의 근사, 구동에너지, 궤도추종성, 조작성등을 나타내는 평가함수, 그리고 장애물회피를 위한 제약조건등을 이용, 장애물회피를 위한 최적궤도설계 및 궤도와 형상의 동시최적화법을 제시했다. 제시한 수법을 이용한 몇가지 예로부터 그 유용성을 확인했고, 다음 사항들을 알 수 있었다.

- (1) 제시한 수법으로 종래에는 취급되지 아니한 유연 마니퓰레이터의 장애물회피를 위한 최적궤도설계가 가능하다.
- (2) 구해진 최적궤도는 장애물회피는 물론 구동에너지도 크게 감소되고 목표점에도 정확하게 도착했다.
- (3) 궤도최적화에서는 설정한 구동에너지와 궤도의 편차 2개의 평가함수에 대해 부과된 무게를 변화시켜, 구동에너지와 궤도의 편차의 Trade-Off 관계를 보였고, 구해진 Pareto 곡선상에서 설계자는 최적의 해를 결정할 수 있다
- (4) 궤도와 형상의 동시최적화에서는 구동에너지와 궤도의 편차는 둘은 마니퓰레이터의 경량화가 얻어졌다.

참고문헌

- (1) 吉川·村上·細田, "2本のフレキシブルリンクを有する3自由度マニピュレータのモデリングと制御", 日本ロボット学会, 9-1 (1991) 1-10
- (2) 荒川·福田, "フレキシブルロボットアームの制御 (第4報, 3自由度系に関する制御実験)", 日本機械学会論文集 C編, 75-539 (1991) 2313-2320
- (3) 北村·岩淵·野波·西村·小林, "弾性アームの周波数成形型スライディングモード位置決め制御", 日本機械学会論文集

C編, 63-606 (1997) 431-437

- (4) 李・山川, "剛体マニピュレータの障害物回避のための最小エネルギー軌道設計に関する研究", 日本機械学会論文集 C編, 63-610 (1997) 210
- (5) 李・山川, "フレキシブルマニピュレータの軌道と形状の同

時最適化", 日本機械学会論文集 C編, 65-638 (1999) (1999年10月号掲載決定)

- (6) T. Yosikawa, "Manipulability of Robotic Mechanisms", *Int. J. of Robotic Research*, 14-2 (1985) 3-9
 - (7) 山川, "最適化デザイン", 培風館 (1993)
-