

유체유동에 의한 복합재료 파이프의 안정성 연구

The Stability of Composite Pipes Conveying Fluid

°최재운* · 송오섭**

Key words : Composite Pipes(복합재료 파이프), Static Stability(정적안정성), Fiber Angle(섬유각)

ABSTRACT

Static and oscillatory loss of stability of composite pipes conveying fluid is investigated. The theory of thin walled beams is applied and transverse shear, rotary inertia, primary and secondary warping effects are incorporated. The governing equations and the associated boundary conditions are derived through Hamilton's variational principle. The governing equations and the associated boundary conditions are transferred to eigenvalue problem which provides the information about the dynamic characteristics of the system. Numerical analysis is performed by using extended Galerkin method. Critical velocity of fluid is investigated by increasing fiber angle and mass ratio of fluid to pipe including fluid.

1. 서론

유체유동에 의한 구조물 진동은 흔히 접할 수 있는 관악기의 아름다운 진동음에서부터 항공기 추락의 원인이 될 수 있는 파괴적 진동까지 많은 분야에서 볼 수 있다. 항공기 날개가 임계속도를 넘어 플러터(flutter)가 발생 하거나 항공기 엔진의 열 차단기로 사용되는 가는 셸(shell) 구조물의 진동에 의한 사고, 원자로 노심을 감시 및 제어 하기 위해 액체 나트륨을 분출하는 튜브의 진동으로 원자로 노심 차폐벽을 깨고 노심을 녹이는등 대형사고가 일어날 수 있다.

따라서 최근에 더욱 가볍고, 유연하며, 진동발생이 쉬운 재료로 설계를 해야하는 구조 설계자는 유체유동에 의한 진동이 더욱 중요시 되고 있다.[1] 뿐만 아니라 과학기술의 발전으로 현대에 많은 진보된 새로운 재료가 생산되고 있으며 앞으로

계속적으로 생산될 것이다. 특히 항공우주분야에서 그재료의 특성 및 이론이 아주 잘 정립되어있는 복합재료는 그 이점이 많아 여러분야에 응용되고 있다. 복합재료는 재료를 강화시키는 유리, 보론, 탄소등의 강화재(reinforcement)와 이를 구속시키는 폴리에스테르, 에폭시, 금속등 기지(matrix)로 구성되어 있으며 단일 재료보다 높은 비탄성율, 비강도, 내충격성, 내피로성, 내마모성, 치수안정성 등을 가질 수 있으며최적 설계 개념에 의해 재료의 효율적인 사용이 가능하고 무게나 가격을 최소화할 수 있어 그 사용량이 증가되고 있으며, 또한 전기, 전자, 토목, 건설, 해양,스포츠, 항공우주산업 등에 널리 사용되고 있다[2-3]

Bernoulli-Euler 보 이론에 의한 등방성 파이프의 유체유동 연구는 전단변형과 회전관성의 영향을 무시한 고전적 보이론(classical bending theory)에 기초하였다. 이것과 비교하여 복합재료 파이프는 전단변형 및 회전관성의 영향을 고려하며, 뿐만 아니라 1차, 2차와핑의 영향을 고려한다. 복합재료 파이프는 길이가 길고 단면의 크기가 상대적으로 작으며 두께가 얇은 박판보

* 충남대학교 기계공학과 대학원

** 충남대학교 기계공학과

이론(thin-walled beam theory)에 기초하며 복합 재료 구조물 특성상 전단변형이 작지않기 때문에 이를 고려한다.

따라서 본 연구는 Bourrieres[4]부터 Paidoussis[11]까지 많은 실험 및 이론적 연구가 있어온 유체유동에 의한 파이프의 안정성 연구에 관하여, 신소재로 널리 쓰이고 있는 복합재료 파이프를 적용함으로써 그 이론을 정립하고 또한 적층 각(ply angle)과 시스템 질량에 대한 유체질량비에 따른 시스템의 특성 및 정·동적 안정성에 대하여 수치 해석적 방법으로 그 결과를 알아본다.

2. 이론해석

2.1 변위장

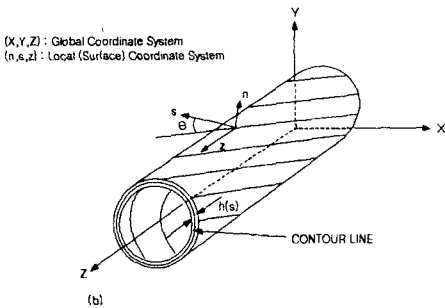
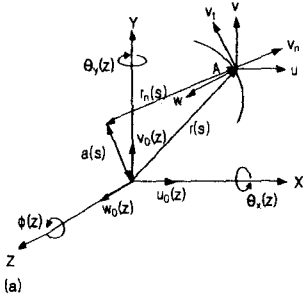


Fig. 1 Geometry of the thin-walled beam. (a) Displacement field, (b) Configuration of the Circumferentially Uniform System(CUS) cross section

각 변위 변수의 함수로 표시된 변위벡터는 다음과 같다

$$\begin{aligned} u(s, z, t) &= u_o(z, t) - y(s) \phi(z, t) \\ v(s, z, t) &= v_o(z, t) + x(s) \phi(z, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} w(s, z, n, t) &= w_o + \theta_y(z, t) \left[x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] \\ &+ \theta_x(z, t) \left[y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] \\ &- \phi'(z, t) \left[F_w(s) + na(s) \right] \end{aligned}$$

여기에서 u_o, v_o, w_o 는 각각 x, y, z 축 방향의 병진변위를 나타내며, θ_x, θ_y, ϕ 는 x, y, z 축에 대한 회전을 나타낸다. 또한 $F_w(s)$ 와 $na(s)$ 는 각각 1차 와핑함수와 2차 와핑함수를 나타내며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_w(s) &= \int_0^s \left[r_n(s) - \frac{A_c}{\beta} s \right] ds \\ r_n(s) &= x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds}, \beta = \int_C ds \\ a(s) &= -y(s) \frac{dy}{ds} - x(s) \frac{dx}{ds} \end{aligned}$$

2.2 구성방정식

일반적으로 3면이 서로직각(Generally orthotropic)인 복합재료의 응력-변형률 관계식은 다음과 같다..

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{nn} \\ \sigma_{nz} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} & 0 & 0 & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} & 0 & 0 & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{13} & \overline{Q}_{23} & \overline{Q}_{33} & 0 & 0 & \overline{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} & 0 \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{36} & 0 & 0 & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{nn} \\ \gamma_{zn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{sz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

3차원 구성방정식을 두께방향(n)으로 적분하면 다음과 같은 합응력(Stress Resultant) 및 합모멘트(Stress Couples)를 구할 수 있다.

Stress resultant

$$\begin{bmatrix} N_{ss} \\ N_{zz} \\ N_{sz} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} \begin{bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} dn$$

Shear stress resultants ;

$$\begin{bmatrix} N_{nz} \\ N_{sn} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} \begin{bmatrix} \sigma_{nz} \\ \sigma_{sn} \end{bmatrix} dn \quad (3)$$

Stress couples ;

$$\begin{bmatrix} L_{zz} \\ L_{sz} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} \begin{bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} n dn$$

식(2)를 (3)의 식에 대입하면, 다음과 같은 합응력(stress resultant)과 합모멘트(couples)에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_{zz} \\ N_{sz} \\ L_{zz} \\ L_{sz} \\ N_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{zz}^0 \\ \gamma_{sz}^0 \\ W_M^n \\ \epsilon_{zz}^n \\ \gamma_{nz} \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.3 운동방정식과 경계조건

운동방정식과 경계조건을 유도하기 위해 해밀턴의 변분원리(Hamilton's variational principle)를 적용한다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} (-\delta V + \delta T + W_f) dt = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} V &= \int_r \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dr \\ &= \int_0^L \int_C [N_{zz} \epsilon_{zz}^0 + L_{zz} \epsilon_{zz}^n + N_{sz} \gamma_{sz}^0 \\ &\quad + N_{sz} 2 \frac{A_C}{\beta} \phi' + N_{nz} \gamma_{nz}] ds dz \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{1}{2} \int_r \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} dr \\ &= \frac{1}{2} \int_r \rho [(\frac{\partial u}{\partial t})^2 + (\frac{\partial v}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w}{\partial t})^2] dr \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7) 및 (8)은 각각 복합재료 파이프의 탄성에너지 및 운동에너지식이다.

또한, 파이프의 변형에 의한 유체의 운동은 2차 유동이 없다고 가정할 때 파이프의 중심선(centerline)을 따라 움직인다. 따라서 변형후 파이프 중심선의 임의의 점에 관한 위치벡터를 \vec{R}_{pc} , 같은 점에서 유체의 위치벡터를 \vec{R}_{fpc} 라 할 때 관계식은 다음과 같다

$$\vec{R}_f = \vec{R}_{pc} + \vec{R}_{fpc} \quad (9)$$

여기에서

$$\vec{R}_{pc} = u \vec{i} + v \vec{j} + (Z_1 + w) \vec{k} \quad (10)$$

$$\vec{R}_{fpc} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \quad (11)$$

또한 파이프의 변형각 $\theta_y, \theta_x, \phi \ll 1$ 일 때 좌표변환식은 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi & \theta_y \\ -\phi & 1 & \theta_x \\ -\theta_y & -\theta_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I} \\ \vec{J} \\ \vec{K} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(9)를 미분한후 운동에너지식 정의에 의해

$$T_f = \frac{1}{2} \int_r \rho_f \vec{R}_f \cdot \vec{R}_f dt \quad (13)$$

변분을 취한후 시간에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^{t_1} \delta T_f dt \\ &= - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \rho_f [\ddot{u}_0 + 2U \dot{u}_0' + U^2 u_0''] \delta u_0 \\ &\quad + [\ddot{v}_0 + 2U \dot{v}_0' + U^2 v_0''] \delta v_0 + [\ddot{w}_0 \\ &\quad + 2U \dot{w}_0' + U^2 w_0''] \delta w_0] \pi (R - \frac{h}{2})^2 dz dt \quad (14) \\ &\quad + \int_{t_0}^{t_1} \rho_f [(\dot{u}_0 + U u_0') U \delta u_0]_0^L \\ &\quad + [(\dot{v}_0 + U v_0') U \delta v]_0^L \\ &\quad + [(\dot{w}_0 + U w_0') U \delta w_0]_0^L] \pi (R - \frac{h}{2})^2 dt \end{aligned}$$

끝단(z=L)에서 유속 U에 의한 가상일(δW_f)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta W_f &= - \int_0^{2\pi} \int_0^{(R-\frac{h}{2})} \rho_f U [(\dot{u}_0 + U u_0') \delta u_0 \\ &\quad + (\dot{v}_0 + U v_0') \delta v_0 \\ &\quad + (\dot{w}_0 + U w_0') \delta w_0]_{z=L} r dr d\theta \end{aligned} \quad (15)$$

따라서, 탄성에너지식(7), 복합재료 파이프의 운동에너지식(8), 유체의 운동에너지식(14) 및 가상일식(15)를 해밀턴 원리에 대입하여 정리하면 운동방정식과 경계조건을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \delta u_0 : & a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_o'' + \theta_y') \\ & = b_1 \ddot{u}_0 + m_f \ddot{u}_0 + 2m_f U \dot{u}_0' + m_f U^2 u_0'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta v_0 : & a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_o'' + \theta_x') \\ & = b_1 \ddot{v}_0 + m_f \ddot{v}_0 + 2m_f U \dot{v}_0' + m_f U^2 v_0'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \theta_y : & a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_o'' + \theta_x') - a_{43} \theta_x' \\ & - a_{44} (u_o' + \theta_y) = (b_5 + b_{15}) \theta_y \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta \theta_x : & a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_o'' + \theta_y') - a_{52} \theta_y' \\ & - a_{55} (v_o' + \theta_x) = (b_4 + b_{14}) \theta_x \end{aligned}$$

경계조건

$$\text{at } z = 0 ; u_o = v_o = \theta_y = \theta_x = 0$$

$$\text{at } z = L ;$$

$$a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_o' + \theta_y) = 0$$

$$a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_o' + \theta_x) = 0 \quad (17)$$

$$a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_o' + \theta_x) = 0$$

$$a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_o' + \theta_y) = 0$$

3. 수치해석

앞에서 유도한 복합재료 파이프의 운동방정식 및 경계조건의 해를 다음과 같이 가정한다

$$\begin{aligned} u(z, t) &= X(z)e^{\lambda t} \\ v(z, t) &= Y(z)e^{\lambda t} \\ \theta_y(z, t) &= \Theta_Y(z)e^{\lambda t} \end{aligned}$$

(18)

$$\theta_x(z, t) = \Theta_X(z)e^{\lambda t}$$

계산상의 편의를 위하여 다음과 같이 무차원화된 파라미터를 가정한다

$$\xi = \frac{z}{L}, \quad \bar{X}(\xi) = \frac{X(z)}{L}, \quad \bar{Y}(\xi) = \frac{Y(z)}{L},$$

$$\bar{\Theta}_X(\xi) = \Theta_X(z), \quad \bar{\Theta}_Y(\xi) = \Theta_Y(z)$$

$$\beta = \frac{m_f}{b_1 + m_f}, \quad \bar{u} = \sqrt{\frac{m_f L^2}{a_{22}(0)}} U, \quad \mu = \frac{a_{22}(0)}{a_{44} L^2}$$

운동방정식 및 경계조건에 대입하면 식(16)은 다음과 같은 무차원화된 식을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \sigma_1 \bar{\Theta}_X'' + \bar{\Theta}_Y' + \bar{X}'' \\ = \mu \bar{\lambda}^2 \bar{X} + 2\mu \bar{\lambda} \beta^{\frac{1}{2}} \bar{u} \bar{X}' + \mu \bar{u}^2 \bar{X}'' \\ - \sigma_1 \bar{\Theta}_Y'' + \sigma_3 \bar{\Theta}_X' + \sigma_3 \bar{Y}'' \\ = \mu \bar{\lambda}^2 \bar{Y} + 2\mu \bar{\lambda} \beta^{\frac{1}{2}} \bar{u} \bar{Y}' + \mu \bar{u}^2 \bar{Y}'' \\ \sigma \alpha_2 \bar{\Theta}_Y'' - \sigma_1 \bar{\Theta}_X' - \sigma_1 \bar{Y}'' \\ - \sigma_1 \bar{\Theta}_X' - \bar{\Theta}_Y - \bar{X}' = \gamma \mu \bar{\lambda}^2 \bar{\Theta}_Y \end{aligned} \quad (19)$$

경계조건

$$\text{at } \xi=0; \quad \bar{X} = \bar{Y} = \bar{\Theta}_Y = \bar{\Theta}_X = 0$$

at $\xi=1$;

$$\begin{aligned} \sigma_1 \bar{\Theta}_X' + (\bar{\Theta}_Y + \bar{X}') &= 0 \\ -\sigma_1 \bar{\Theta}_Y' + \sigma_3 (\bar{\Theta}_X + \bar{Y}') &= 0 \\ \sigma_2 \bar{\Theta}_Y' - \sigma_1 (\bar{\Theta}_X + \bar{Y}') &= 0 \\ \sigma_2 \bar{\Theta}_X' + \sigma_1 (\bar{\Theta}_Y + \bar{X}') &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{여기에서, } \bar{\lambda}^2 = \frac{(b_1 + m_f)L^4 \lambda^2}{a_{22}(0)}$$

식 (19)를 다음과 같은 행렬식으로 다시 표현할 수 있다.

$$([M] \bar{\lambda}^2 + [C] \bar{\lambda} + [K]) \mathbf{a} = 0 \quad (21)$$

여기에서 $\mathbf{a} = [a_j, b_j, c_j, d_j]^T$

이때, $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 각각 질량행렬(mass matrix), 감쇠행렬(damping matrix), 그리고 강성행렬(stiffness matrix)를 나타낸다.

식(21)의 고유치(eigenvalue) $\bar{\lambda}$ 는 감쇠가 존재하는 경우 다음과 같이 복소수 형태로 표현된다.

$$\bar{\lambda}_r = \alpha_r \pm i \bar{\omega}_r \quad (22)$$

여기서 α_r 은 감쇠와 관계있고, $\bar{\omega}_r$ 은 시스템의 동적 특성을 알 수 있는 고유진동수(natural frequency)를 나타내며 각각의 고유진동수에 대한 계수벡터 값은 모우드 형상(mode shape)을 나타낸다.

4. 해석결과 및 고찰

Fig. 2~4는 무차원화된 유속값이 $\bar{u}=0$ 부터 $\bar{u}=50$ 까지 변화할 때, β 가 $\beta=0.1$ 일때, 섬유각(fiber angle)이 증가할 때 고유치의 변화를 나타낸 그림으로 2차 모드(2nd mode)에서 임계유속이 발생하였으며 $\theta=0^\circ$ 일때 $\bar{u}_{cr}=8.75$, $\theta=30^\circ$ 일때 $\bar{u}_{cr}=9.45$, $\theta=90^\circ$ 일때 $\bar{u}_{cr}=32.65$ 로서 점차 증가한다. 또한, Fig. 5,6은 섬유각 0° 일 때 $\beta=0.5$ 에서 $\bar{u}_{cr}=11.75$ 이며, $\beta=0.9$ 일때 $\bar{u}_{cr}=32.1$ 이다. Fig.7,8은 섬유각과 β 의 변화에 따른 임계유속의 변화를 나타낸다. Fig 9~12는 고유치는 순허수(pure imaginary)값을 보이다가 임계유속이후 순실수(pure real)에서 단순지지는 복소수 형태를 유지하나 양단고정은 순허수값을 다시 갖게된다. Fig. 13,14는 경계조건에 따라 섬유각 및 β 에따른 임계유속의 변화를 보인다.

5. 결론

내부에 유체가 흐르는 파이프는 경계조건에 따라서 정적(static) 불안정상태, 즉 다이버전스(divergence) 또는 동적(osillatory) 불안정 상태인 플러터를 발생할 수 있다. 따라서 본 연구는 내부

의 유속을 증가시켜 파이프 경계조건에 대한 파이프의 안정성에 영향을 미치는 임계유속을 고찰하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

켄틸레버(cantilevered) 파이프는 섬유각의 증가에 따라서 임계유속값이 증가했으며, 유속이 임계값을 넘을 때 플러터를 발생하며 비보존(nonconservative) 시스템이다. 단순지지(simply supported) 및 양단고정(clamped)의 경우는 임계유속이후 좌굴형태의 다이버전스(divergence)가 발생하며, 단순지지 경우 섬유각 증가에 따라 임계유속의 증가형태를 보인다. 양단고정 경우 섬유각 증가에 따라 임계유속은 증가후 다시 감소하는 형태를 보인다. 또한 보존(conservative)시스템인 단순지지 및 양단고정의 불안정성은 다이버전스 이므로 유속과 관계를 갖는 β 값에 무관하며 일정한 값을 갖는다. 또한 양단고정경우 단순지지보다 임계유속이 크다는 결론을 얻을 수 있다.

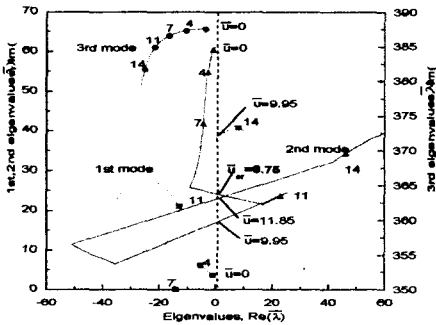


Fig. 2 Non-dimensional eigenvalues $Im(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $Re(\bar{\lambda})$ for cantilevered system ($\beta=0.1, \theta=0^\circ$)

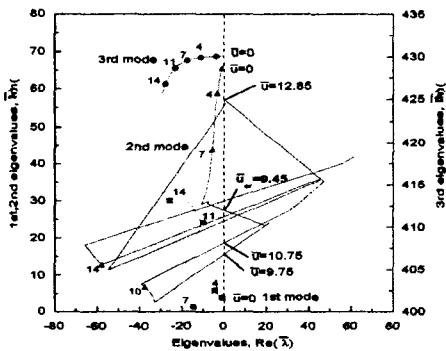


Fig. 3 Non-dimensional eigenvalues $Im(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $Re(\bar{\lambda})$ for cantilevered

system ($\beta=0.1, \theta=30^\circ$)

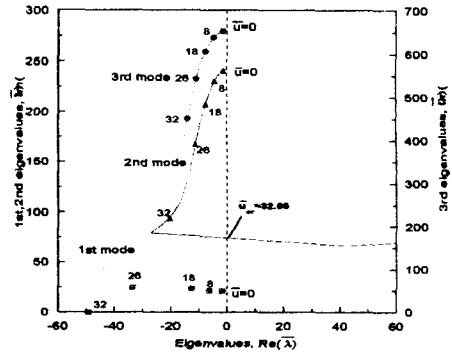


Fig. 4 Non-dimensional eigenvalues $Im(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $Re(\bar{\lambda})$ for cantilevered system ($\beta=0.1, \theta=90^\circ$)

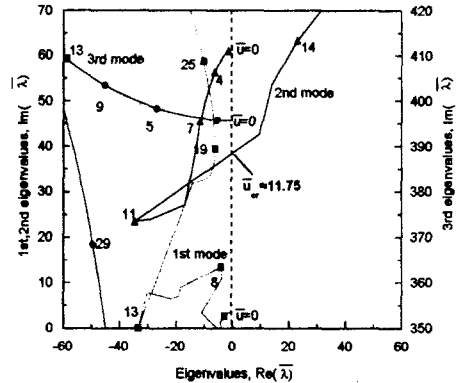


Fig. 5 Non-dimensional eigenvalues $Im(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $Re(\bar{\lambda})$ for cantilevered system ($\beta=0.5, \theta=0^\circ$)

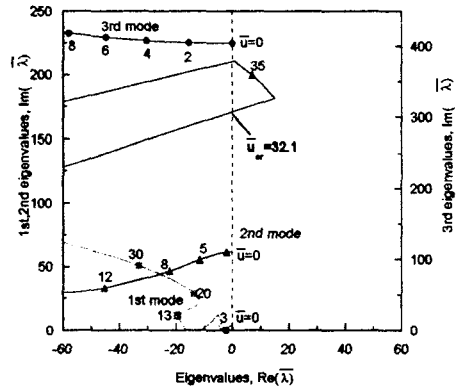


Fig. 6 Non-dimensional eigenvalues $Im(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $Re(\bar{\lambda})$ for cantilevered system ($\beta=0.9, \theta=0^\circ$)

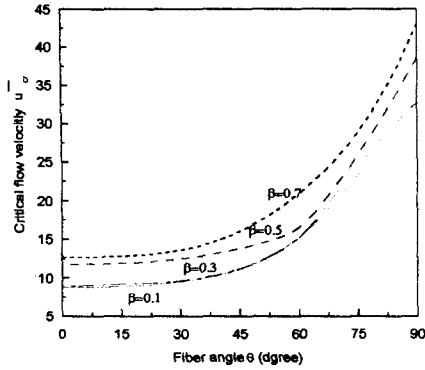


Fig. 7 Non-dimensional critical flow velocity vs. fiber angle for cantilevered system

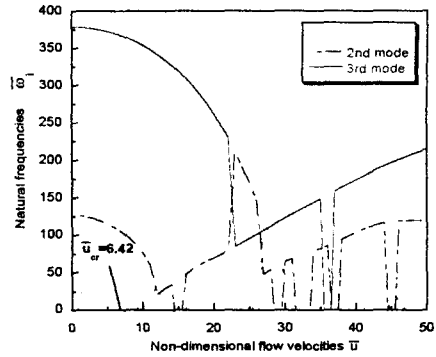


Fig. 10 Non-dimensional natural frequencies vs. flow velocities for simply supported system ($\beta=0.1, \theta=0^\circ$)

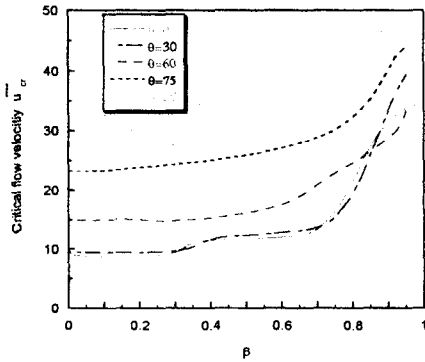


Fig. 8 Non-dimensional critical flow velocities vs. β for cantilevered system

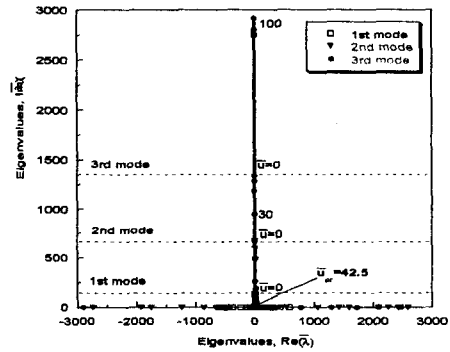


Fig. 11 Non-dimensional eigenvalues $\text{Im}(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $\text{Re}(\bar{\lambda})$ for clamped-clamped system ($\beta=0.1, \theta=0^\circ$)

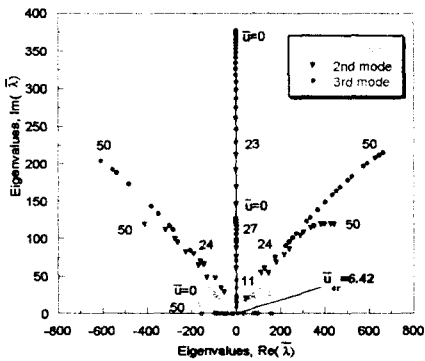


Fig. 9 Non-dimensional eigenvalues $\text{Im}(\bar{\lambda})$ vs. eigenvalues $\text{Re}(\bar{\lambda})$ for simply supported system ($\beta=0.1, \theta=0^\circ$)

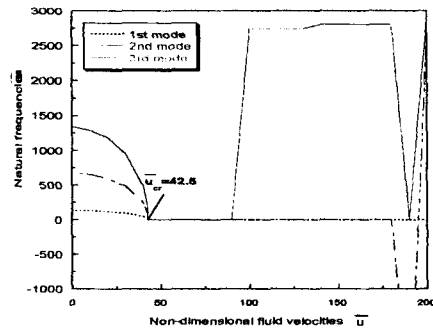


Fig. 12 Non-dimensional natural frequencies vs. flow velocities for clamped-clamped system ($\beta=0.1, \theta=0^\circ$)

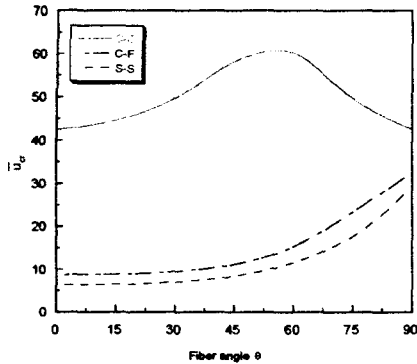


Fig. 13 Non-dimensional critical flow velocities vs. fiber angle ($\beta=0.1$) for various boundary conditions

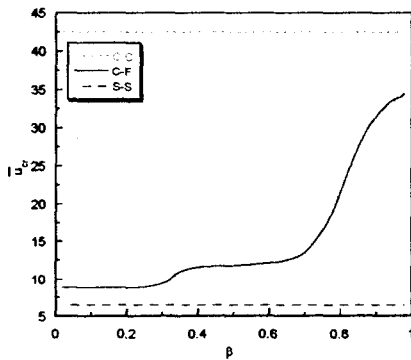


Fig. 14 Non-dimensional critical flow velocities vs. β for three different boundary conditions ($\theta=0^\circ$)

Reference

[1] Blevins, R. D., "Flow-Induced Vibration," Second Edition, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
 [2] R.F. Gibson, "Principles of Composite Material Mechanics," McGraw-Hill, Inc., 1994.
 [3] D.H.Kim. "Composite Structures for Civil and Architectural Engineering," E & FN SPON, 1995.
 [4] Bourrieres, F.-J., "Sur un phenomene d'oscillation auto-entretenu en mecanique des fluides reels," Publications Scientifiques

et Techniques du Ministere de l'Air, No. 147, 1939.
 [5] Gregory, R. W. & Paidoussis, M. P., "Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. II. Experiments," Proceedings of the Royal Society (London), A. 393, pp. 528-542, 1966.
 [6] Paidoussis, M. P. & Laitner, B. E., "Dynamics of Timoshenko beams conveying fluid," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 18, pp. 210-220, 1976.
 [7] Timoshenko, S.P., "Theory of Bending, Torsion and Buckling of Thin-Walled Members of Open Cross Section," Journal of Franklin Institute, Vol. 239, 1945, pp. 201-219, 249-268.
 [8] Allen, D. H., Haisler, W. E., Introduction to Aerospace Structural Analysis, John Wiley & Sons, 1985.
 [9] Gjelsvik, A., The Theory of Thin Walled Bars, John Wiley & Sons, 1981.
 [10] Megson, T. H. G., Aircraft Structures for Engineering Students, Arnold, 1999.
 [11] Paidoussis, M. P., Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow, Vol. 1, Academic Press, 1998.
 [12] O. Song, "Modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials", Ph.D Thesis, VPI & SU, USA, 1990.
 [13] O. Song, L. Librescu, and C.A. Rogers, "Application of Adaptive Technology to Static Aeroelastic Control of Wing Structures", AIAA Journal, Vol. 30, No. 12, pp. 2882-2885, 1992.
 [14] O. Song, and L. Librescu, "Free Vibration of Anisotropic Composite Thin-Walled Beams of Closed Cross-Section Contour", Journal of Sound and Vibration, 167, pp. 129-147, 1993.
 [15] 류봉조, 정승호, 이종원, "유체유동에 의한 유연한 파이프의 불안정과 진동억제에 미치는 부가질량의 영향", 한국소음진동학회지, 제 10권, 제 2호, pp. 280-290, 2000.