

부분구조 기반 민감도 해석을 이용한 진동시스템의 연결부 특성 추정

서세영* · 김도연* · 김찬목* · 이두호**

Identification of Connections of Vibration Systems Using Substructural Sensitivity Analysis

Se-Young Seo, Do-Youn Kim, Chan-Mook Kim and Doo-Ho Lee

Key Words : FRF-based Substructuring Method(전달함수합성법), Vibration System(진동시스템), Design Sensitivity Analysis (민감도해석).

Abstract

In this paper, the identification of connections for a vibration system has been presented using FRF-based substructural sensitivity analysis. The substructural design sensitivity formula is derived and plugged into a commercial optimization program, MATLAB, to identify connection stiffness of an air-conditioner system of passenger car. The air-conditioner system, composed of a compressor and a bracket is analyzed by using FRF-based substructural(FBS) method. To obtain the FRFs, FE model is built for the bracket, and the impact hammer test is performed for the compressor. Obtained FRFs are combined to calculate the reaction force at the connection point and the system response. Connection element properties are determined by minimizing the difference between a target FRF and calculated one. It is shown that the proposed identification method is effective even for a real problem.

기호설명

- F : 외력
- H : 주파수응답함수
- K^l : 연결요소의 리셉턴스(receptance)
- K : 부분구조합성법 시스템 행렬
- R_j : j 번째 연결점에서의 반력
- x_r : r 점에서의 응답
- b : 설계 변수

1. 서론

해석 기술의 진보와 더불어 컴퓨터의 발달로 인해 대형 구조물 및 복잡한 구조물도 해석이 가능해졌다. 그러나, 이러한 대형, 복잡 구조물을 전체로서 해석하는 것은 어려운 일이다. 이를 좀더 쉽게 해석하기 위해 고안된 방법으로서 부분구조합성법이 있는데 이는 대형, 복잡 구조물을 좀 더 해석이 용이한 여러 개의 부분구조로 분할하고 각각에 대해서 따로 해석을 수행한 후 합성하여 전체구조물을 해석하는 방법이다⁽¹⁾. 해석 방법은 실험이나 유한요소해석 혹은 그 둘의 혼용도 가능하다. 그리고, 합성 방법에 따라 전달함수 합성법, 모드합성법, 특성행렬 합성법등으로 크게 나누어

* 국민대학교 자동차공학 전문대학원

** 동의대학교 기계/산업 시스템 공학부

동적 구조물을 설계하는 경우 전체계를 모두 해석하지 않고 설계 변경이 이루어진 부분구조만을 해석한 뒤 합성하여 전체계의 응답을 구할 수 있다는 것이다. 특히 차량의 경우 경량화와 더불어 개발기간이 점차 단축됨에 따라 해석시간 또한 점차 짧아지고 있는 추세에 있으므로 그 장점은 크다 하겠다. 이러한 부분구조합성법의 적용 예로서 부분구조합성법 중 전달함수합성법을 실제 차량에 적용하여 차량의 소음 등을 해석한 사례⁽²⁾와 실험으로 취득한 주파수 응답함수를 이용한 경우⁽³⁾가 있다. 부분구조합성법은 많은 장점을 가지고 있지만 설계 시 어느 설계 변수를 변화시키는 것이 효율적인지는 알 수 없기 때문에 시행오차에 의해 재해석을 수행하는 단점이 있으므로 보다 효율적으로 설계를 하기 위해서는 민감도 해석이 필요하다. 이러한 예로 Santos 등⁽⁴⁾이 모드합성법에 기초해서 민감도 해석을 수행하여 유한요소모델을 개선하였고, 차량의 실내소음에 대한 엔진마운트와 부쉬의 강성 및 감쇠의 민감도 해석을 수행한 연구⁽⁵⁾ 등이 있다.

부분구조합성법에 근거한 민감도 해석은 많은 장점을 가지고 있음에도 아직 연구가 많이 이루어지고 있지 않은 실정이다.

본 논문은 차량에 장착되는 에어컨 컴프레서 브라켓 구조물에 대하여 전달함수합성법에 근거한 민감도 해석을 수행하여 브라켓과 컴프레서를 연결하는 연결부의 특성을 추정하였다.

2. 이론적 배경

2.1 전달함수 합성법

Fig. 1 과 같이 A, B 두 개의 부분구조물이 n 개의 연결요소에 의해 연결되어 있는 구조물을 고려해보자. 부분구조물 A, B를 연결하는 연결요소는 강성 k_i 와 감쇠 c_i 를 가지고 있으며, 이 때 연결요소는 서로 비연성 되어 있다고 가정한다.

외력 F 가 부분구조 A 의 f 점에 작용하고 있고 부분구조 B 의 r 점에서 응답 x 를 구하고자 할 때 각 부분구조의 전달 함수와 연결부의 정보만 알면 전체 구조물의 응답을 구할 수 있다. 먼저 부분구조 A 에서 외력 F 가 f 점에 작용할 때 부분구조 A 의 연결부의 변위 응답은 다음과 같다.

$$\{x_i^A\} = [H_{ij}^A]F + [H_{ij}^A]\{R_j\} \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, n \end{matrix} \quad (1)$$

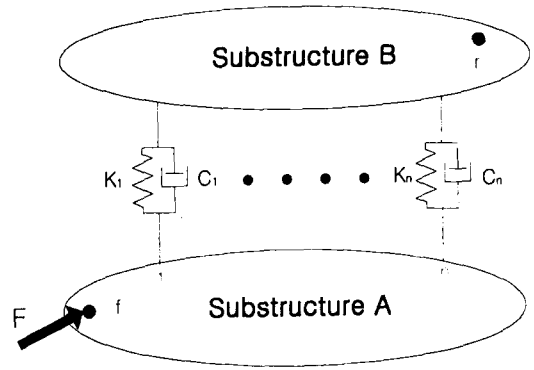


Fig.1 Substructure system model

여기서 H 는 주파수응답함수를 나타내며, 식에서 상첨자는 부분구조를 나타내고, x_i 는 연결점 i 에서의 변위를 의미하며 H_{ij} 에서 j 는 가진점을 i 는 응답점을 의미하고 R_j 는 연결점 j 에서의 반력을 의미한다.

부분구조 B 의 연결부분에서의 변위는 반력만이 작용하므로 다음과 같다.

$$\{x_i^B\} = -[H_{ij}^B]\{R_j\}, \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, n \end{matrix} \quad (2)$$

여기서 -부호는 A 분계와 B 분계 사이의 작용/반작용 관계에 따른 것이다.

부분구조 B 의 응답점 r 에서의 변위는 다음과 같다.

$$\{x_r^B\} = -[H_n^B]\{R_i\}, \quad i=1, \dots, n \quad (3)$$

식 (3)에서 알 수 있듯이 부분구조 B 의 r 점에서 응답은 부분구조 B 에 작용하는 반력을 구하면 바로 구할 수 있다. 부분구조 A 와 B 가 탄성결합되어 있다고 가정하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$[K_{ij}^T]\{R_j\} = \begin{Bmatrix} x_1^B \\ \vdots \\ x_n^B \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_1^A \\ \vdots \\ x_n^A \end{Bmatrix}, \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=1, \dots, n \end{matrix} \quad (4)$$

$$\text{where } [K_{ij}^l] = \frac{1}{(k_i + j\omega c_i)}, \quad \text{if } i = j$$

$$= 0, \quad \text{if } i \neq j$$

식 (1),(2)를 식 (4)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 각 연결점에서의 반력을 구할 수 있다.

$$\{R_i\} = -[K_{ij}^{-1}][H_{ij}^A]F, \quad i=1, \dots, n \quad (5)$$

where

$$[K_{ij}] = [K_{ij}^l] + [H_{ij}^A] + [H_{ij}^B] \quad (6)$$

식 (5)에서 구한 각 연결점에서의 반력을 식 (3)에 대입해서 관심부분인 부분구조 B 의 응답점 r 에서의 응답을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{x_r^B\} = [H_n^B][K_{ij}^{-1}][H_{ij}^A]F \quad (7)$$

식 (7)과 같이 임의의 가진력을 부분구조 A 에 가하고, 부분구조 B 에서 응답을 구하고자 하는 곳에서 응답을 구할 수 있다.

2.2 부분구조 기반 민감도 해석

민감도 해석을 하기 위해서는 설계변수 변화량에 따른 응답함수의 변화량 즉, 설계변수에 대한 응답함수의 기울기 함수(gradient function)를 구해야 한다.

b 를 설계변수라고 하면 설계변수에 대한 응답함수의 기울기는 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dx_r^B}{db} = -\frac{\partial H_n^B}{\partial b} \cdot R_i - H_n^B \cdot \frac{\partial R_i}{\partial b} \quad (8)$$

(8)식 우변의 첫째 항에서 반력과 부분구조 B 의 연결점과 응답점 사이의 주파수 응답함수의 설계변수 b 에 대한 미분은 계산에 의해 구할 수 있지만, 두 번째 항의 설계변수에 대한 반력의 미분은 일반적으로 구할 수 없다.

따라서 식 (5)를 이용하여 설계변수에 대한 반력의 미분 값을 구해보면 다음과 같다.

$$\frac{\partial R_j}{\partial b} = -K_{ij}^{-1} \left\{ \frac{\partial K_{ij}}{\partial b} \cdot R_j + \frac{\partial H_{ij}^A}{\partial b} F + H_{ij}^A \frac{\partial F}{\partial b} \right\} \quad (9)$$

(9)식 중 설계변수에 대한 외력의 미분 값은 0 이

되며, 식 (9)를 식(8)에 대입하여 기울기 함수를 구해보면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dx_r^B}{db} = -\frac{\partial H_n^B}{\partial b} \cdot R_i + H_n^B \cdot K_{ij}^{-1} \left\{ \frac{\partial K_{jk}}{\partial b} \cdot R_k + \frac{\partial H_{ij}^A}{\partial b} F \right\} \quad (10)$$

식 (10)의 우변의 모든 항들은 계산 가능하므로 이제 설계 변수들의 민감도를 계산할 수 있다.

부분구조합성법 기반 민감도 해석은 수식상 어느 한 분계를 변경한 경우 다른 분계에는 영향을 미치지 않기 때문에 즉, 변경되지 않은 분계의 설계변수에 대한 미분 값은 0 이 되므로 보다 효율적으로 계산을 할 수 있다는 장점이 있다.

식 (10)에서 민감도 해석을 하기 위해 새로 계산해야 할 항은 분계 A 와 B 의 주파수 응답함수의 설계변수에 대한 미분 $\frac{\partial H_n^B}{\partial b}$, $\frac{\partial H_{ij}^A}{\partial b}$ 과 $\frac{\partial K_{jk}}{\partial b}$ 이다.

나머지 항들은 이미 전달함수 합성법에서 계산하므로 계산량이 많지 않게 된다.

민감도 해석 시 설계변수를 어떻게 선정하느냐에 따라 다음의 두 경우로 나눌 수 있다.

(1) 한 부분구조물의 질량이나 두 점 사이의 강성을 설계변수로 선정하는 경우

: 이 경우 분계의 주파수응답함수의 설계변수에 대한 미분 계산을 해야 하는데, 모드 중첩원리를 이용해서 주파수응답함수를 표시하고 이 주파수응답함수의 미분을 고유치와 고유벡터의 미분으로 나타내는 방법과 주파수응답함수로부터 직접 미분 값을 값을 구하는 방법이 있다.

(2) 두 부분구조를 연결하는 연결요소의 강성이나 감쇠와 같이 연결요소의 특성을 설계변수로 선정하는 경우

: 이 경우 각 분계 주파수응답함수의 설계변수에 대한 미분은 0 이 되며, $\frac{\partial K_{jk}}{\partial b}$ 항의 계산도 식 (6)을

보면 알 수 있듯이 $\frac{\partial K_{jk}'}{\partial b}$ 의 계산이 되므로 (1)의 경우에 비해 훨씬 계산량이 줄어들게 된다.

부분구조 기반 민감도 해석을 위해 정식화 하는 과정에서 편의상 단순히 두 개의 부분구조만을 고려했는데 다수의 부분구조를 가지는 구조물이나 또는 외력이 여러 점에 작용하는 경우에 있어서도 확장하여 정식화하는 것도 가능하다.

3. 컴프레서 브라켓 시스템에의 적용

3.1 브라켓 구조물의 부분구조 분할

Fig. 2 에 차량에 장착되는 에어컨 컴프레서 브라켓 구조물(이하 브라켓 구조물)을 나타낸다. 브라켓 구조물의 전달함수합성법 수식화를 위하여 Fig. 1 와 같이 브라켓, 컴프레서 2 개의 부분구조로 분할하였으며 부분구조물은 4 개의 볼트로 연결되어 있다. 두 부분구조는 강결합 되어 있다고 가정하여 연결 요소의 특성값 중 감쇠는 무시하였다. 전체 구조물을 부분구조로 분할함에 있어 지그는 독립된 부분 구조물로 나누지 않고, 브라켓에 포함시켜 실차량에 부착되었을 때의 경계조건을 브라켓에 주도록 하였다.

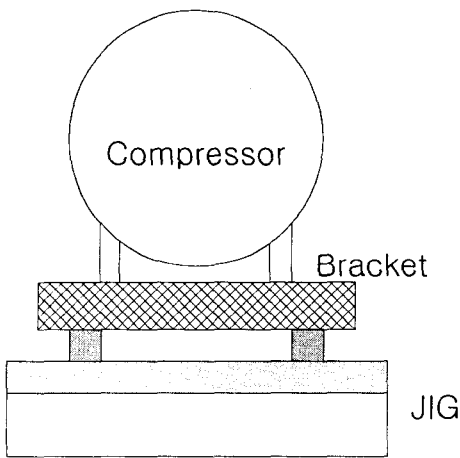


Fig.2 Air-conditioner compressor system

3.2 주파수응답함수의 취득

각 부분구조물의 주파수응답함수를 구하기 위하여 컴프레서는 충격시험(impact test)을 통해서 주파수응답함수를 구하였으며, 브라켓에 대하여는 유한요소법을 사용하여 주파수응답함수를 구하였다. 충격시험 시 컴프레서는 자유상태(free-free)의 경계조건에서 시험을 하였다. 응답은 3 축 가속도계를 사용하여 3 방향의 가속도를 측정하였다. 부분구조물의 가진은 충격망치(impact hammer)를 사용하여 한 가진점 마다 3 방향으로 가진을 하였다. 그리고, 전체 시스템에 대해서 충격시험을 수행하여 역시 주파수응답함수를 취득하였다.

가진점은 브라켓의 한 부분을 한 방향으로 가진하였고, 컴프레서의 응답점에서 3 방향의 가속도를 측정하였다.

브라켓의 주파수응답함수를 취득하기 위해서 유한

요소 해석은 상용 소프트웨어인 MSC/NASTRAN 을 사용하였다. 브라켓 유한요소 모델은 솔리드 요소 중 하나인 사면체 요소(Tet 10)를 사용하였으며 요소수는 36,032 개 절점수는 60,426 개 였다.

브라켓의 유한요소 모델의 검증은 위하여 1 차적으로 고유치 해석을 수행하여 브라켓의 고유 진동수와 고유 진동형을 실험값과 비교하였고, 2 차적으로 조화 해석(Harmonic Analysis)을 수행하여 주파수응답함수를 비교, 데이터의 타당성을 검증하였다. 그 뒤 검증된 브라켓 모델을 사용하여 주파수응답함수를 취득하였다.

브라켓과 지그의 연결은 강결합 요소(rigid element)인 RBE2 요소를 사용하였으며, 지그에 대한 모델링은 경계조건으로 변위 구속을 시켰다.

Fig. 3 에 브라켓 유한요소 모델을 나타내었으며, Fig. 4 와 Table 1 에 브라켓 단품 모델에 대한 주파수응답함수와 고유진동수를 나타내었다.

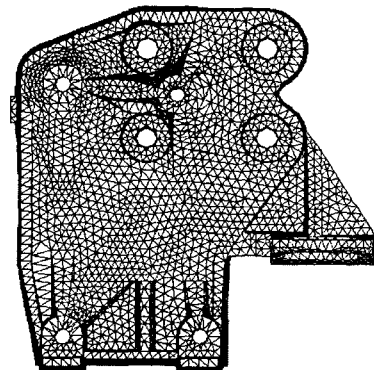


Fig.3 Finite element model of Compressor Bracket

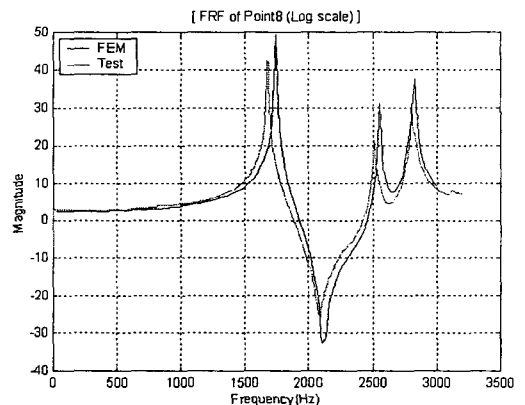


Fig.4 Comparison of FRFs of the bracket between modal test and FE analysis

Table 1. Comparison of natural frequencies of the bracket

Method Mode	Modal test [Hz]	FEM [Hz]	Error [%]
1st	1,680	1,740	3.57
2nd	2,500	2,550	2.0
3rd	2,800	2,810	0.36

3.3 진동 특성 비교

전달함수합성법을 사용하여 계산된 결과는 식 (7)에서도 알 수 있듯이 주어진 힘에 대한 정상상태(steady-state)에 있어서 강제진동 응답이다. 이 경우 가진하는 힘을 단위 힘이라 가정하여 식 (7)의 가진력 항에 단위 힘을 가하여 계산하면 전달함수합성법에 근거한 전체시스템의 주파수응답함수를 구하게 된다.

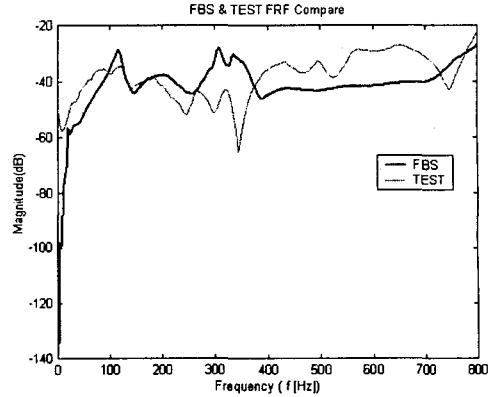
계산된 주파수응답함수의 형태는 리셉턴스(receptance) 형태이므로 모빌리티(mobility)나 이너턴스(inertance) 형태의 주파수응답함수를 구하기 위해서는 각각 $j\omega$ 와 $-\omega^2$ 을 곱하여 주면 된다.

여기서는 이너턴스 형태의 주파수응답함수를 사용하도록 한다. 가진점으로 브라켓의 한 점을 가진하여 전달함수합성법으로 계산한 주파수응답함수와 충격시험으로 구한 방향에 따른 주파수응답함수를 Fig. 5에 나타내었다.

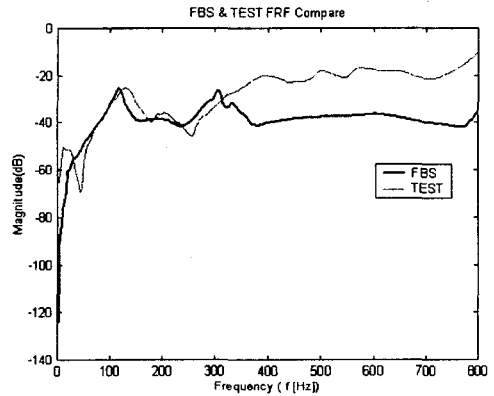
실험 시 브라켓에 가진한 방향은 전체 좌표계에서 x 방향으로 한 방향으로만 가진하였다.

Fig.5 에서 알 수 있듯이 3 방향 모두 400Hz 이상의 고주파수 대역과 그 외에 충격 시험시 기여도(coherence)가 좋지 않았던 저주파 대역을 제외하고 어느 정도 차이는 있지만 관심 주파수 대역에서는 전달함수합성법을 이용하여 계산한 주파수응답함수는 실제 실험에서 얻은 주파수응답함수와 그 경향이 일치하고 있음을 볼 수 있다.

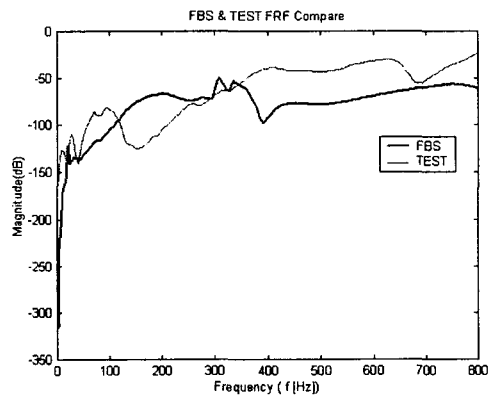
좀더 자세히 보면 x 방향의 결과와 y 방향의 결과는 그 경향을 잘 나타내고 있지만 z 방향은 감쇠가 다른 방향에 비해 크며, x 방향의 결과에서도 300 ~ 400Hz 대역에서 크기가 비교적 많이 차이 나는 것을 볼 수 있다.



(a) x-direction



(b) y-direction



(c) z-direction

Fig.5 Comparison of an FRF measured by impact test with those of FBS method

3.4 민감도 해석을 이용한 연결부 특성 추정

전달함수합성법을 이용하여 계산한 주파수응답 함수와 실험으로 구한 주파수응답함수는 관심주파수 대역에서 그 경향이 잘 일치하지만 식 (7)에서 볼 수 있듯이 두 부분구조를 연결하는 연결요소의 특성값(여기에서는 볼트의 강성값)을 알아야만 보다 정확한 응답을 계산해 낼 수 있다. 그렇지만 연결요소의 정확한 값을 아는 것은 어려운 일이기 때문에 역으로 계산으로 구한 주파수응답 함수와 실험으로 구한 주파수응답함수를 비교하여 그 차이가 가장 적은 강성값을 추정하는 일이 정확한 해석을 위해 필요하다.

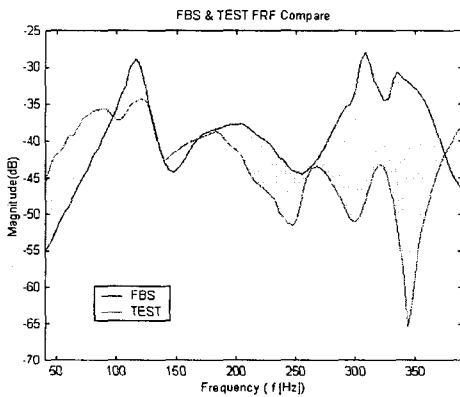


Fig.6 Comparison of an FRF measured by impact test with that of FBS method (x-direction)

이를 위해 관심 주파수 대역은 40 ~ 400 Hz로 하고, 그 차를 최소화하기 위해 사용하는 두 주파수응답함수는 x 방향의 주파수응답함수를 사용하였다. 그럼에서 빗금 친 부분의 면적을 목적함수로 해서 이를 최소화하는 강성값을 추정하기 위해 앞서 유도한 부분구조기반 민감도 해석식을 이용하였다.

설계변수는 연결요소의 강성값으로 하였으며, 연결점은 4 점이고 각각 3 방향의 강성을 가지므로 총 설계변수는 모두 12 개이다.

그리고, y 와 z 방향의 강성값은 동일하므로 4 개의 등식제한조건이 존재한다.

현재의 강성값을 1 로 보고 이 강성은 0.7 ~ 1.3 의 하한과 상한값을 갖는다고 보고 이 사이에서 최적화를 수행하였다. 이러한 부분구조합성법 기반 민감도해석에 기초한 최적화 결과 Fig.7 과 같은 결과를 얻었다.

그림과 같이 전체적으로 주파수응답함수의 차이가 줄어들었으며, 특히 차이가 많이 나던 300

~ 400 Hz 대역에서 차이가 많이 줄어든 것을 알 수 있다.

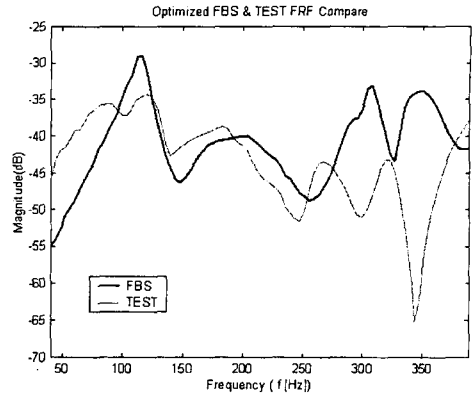


Fig.7 Comparison of an FRF measured by impact test with that of optimized FBS method (x-direction)

4. 결론

부분구조합성법 기반 민감도해석을 이용하여 연결부의 특성을 추정함에 있어 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 전달함수합성법을 이용하여 구한 전체 구조물의 진동 응답은 관심주파수 영역에서 실험으로 구한 주파수응답함수와 그 경향이 잘 일치함을 알 수 있었다.
- (2) 부분구조합성법 기반 민감도해석을 이용하면 부분구조합성법의 장점을 유지하면서 이미 계산되어 있는 행렬들을 이용할 수 있기 때문에 매우 효율적으로 민감도해석을 수행할 수 있음을 알았다.
- (3) 부분구조합성법을 정확히 계산하기 위해서는 연결요소의 정확한 특성값을 알아야 하는데 이를 위해 민감도해석 기반 최적화를 통해 역으로 이들 특성값을 알아냄으로서 정확한 계산을 수행할 수 있었다.

참고문헌

- (1) 長 昭男, 大態政明, 部分構造合成法, 培風館, 1991.
- (2) 황우석, 이두호, 2000, "전달함수를 이용한 차실 소음의 부분구조 해석", 한국소음진동공학회지, 제 10 권 제 3 호, pp.480~485.
- (3) S.D. Ochsner and R.J.Bernhard, 1995, "Application of a component mobility technique to automotive

- suspension systems”, *Noise Control Engineering Journal*, Vol.43, pp.73~82.
- (4) J.M.C. Santos and J.R.F. Arruda, Finite Element Model Updating Using Frequency Response Functions and Component Mode Synthesis, *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*, pp.1195~1201, 1990
- (5) 이두호, 황우석, 김찬목, 2001, “전달함수합성법을 이용한 엔진마운트계의 민감도 해석”, *대한기계학회논문집 A*, Vol.25, pp.153~160
- (6) T.C.Lim and J.Li, 2000, “A theoretical and computational study of the FRF-based substructuring technique applying enhanced least square and TSVD approaches”, *Journal of Sound and Vibration*, 234(4), pp.1135~1157