

증속 기어전동 로터-베어링 시스템에서 횡-비틀림

연성진동 특성의 상세 고찰

A Detailed Investigation on Coupled Lateral and Torsional Vibration Characteristics in a Speed Increasing Geared Rotor-Bearing System

⁰이 안 성* · 하 진 용** · 최 동 훈***

An Sung Lee and Jin Woong Ha

ABSTRACT

Applying a general coupled lateral and torsional vibration finite element model of gear pair element this paper intends to look into in detail the coupled lateral and torsional vibration characteristics in a turbo-chiller rotor bearing system, having a bull-pinion speed increasing gear. Investigations have been carried out systematically by comparing the uncoupled and coupled analyses natural vibration frequencies and their mode shapes upon varying the gear mesh stiffness, and also by comparing the strain energies of lateral and torsional vibration modes. Results have shown that some modes may have coupled lateral and torsional mode characteristics as the gear mesh stiffness increases over a certain value, and moreover that their associated dominant modes may be different from their initial modes, i.e., the dominant mode changes from an initial torsional one to a lateral one or from an initial lateral one to a torsional one.

1. 서론

기어 박스 또는 기어 전동 로터-베어링 시스템에서는 횡 진동과 비틀림 진동의 연성 현상이 기어 물림 효과에 의해 발생할 수 있다. 특히, 증속 기어 시스템에 의해 고속 운전되는 터보 기계에서 기어 물림 효과에 의한 횡-비틀림 연성진동 특성은 횡 진동과 비틀림 진동을 비연성 처리 해석하여 얻어진 특성과 다른 현상을 보일 수 있으므로, 이들 시스템에서 기어 물림 효과를 고려한 횡-비

틀림 연성진동 현상의 상세한 관찰이 요구된다.

Neriya 외⁽¹⁾는 단순 기어 축 시스템에 대해 기어 쌍을 두 개의 관성, 강성, 감쇠 요소로 연성(횡-비틀림이 연계된) 이산(discrete) 모델링하여 횡-비틀림 연성 진동해석을 수행하였다. Kahraman 외⁽²⁾는 기어 쌍을 연성 유한요소 모델링하여 기어 로터 시스템의 횡-비틀림 연성 진동을 연구하였으며, 자이로스코픽 효과는 고려되지 않았다. Rao 외⁽³⁾는 자이로스코픽 효과를 고려한 기어 쌍의 연성 유한요소 모델을 적용하여, 기어 박스 시스템 및 감속 기어를 갖는 터보 발전기 로터-

* 한국기계연구원 회전체 연구그룹

** (주)센추리 기술연구소

*** 한양대학교 기계공학부

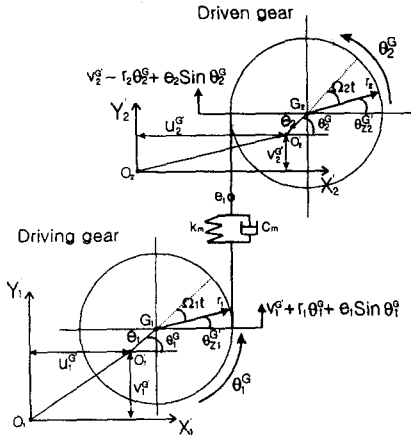


Fig. 1 A gear pair element coordinate system at the pressure line.

베어링 시스템의 연성 고유진동 해석을 수행하였다. 그리고, 이안성 외⁽⁴⁾는 기어 쌍의 일반화된 횡-비틀림 연성 유한요소 모델을 적용하여, 증속 기어를 갖는 시제 개발 800 냉동톤 터보 냉동기 로터-베어링 시스템에 대해 운전속도 범위내의 횡-비틀림 연성 고유진동 해석을 수행하였다. 그러나, 이상의 연구들은 기어물림 강성 효과에 의한 횡-비틀림 연성 진동 해석의 결과로 얻어진 고유진동수 변화를 제시하고는 있으나, 이러한 변화가 일어나는 현상에 대한 기술적인 설명 또는, 이에 대한 보다 상세한 고찰에서 다소 미진함을 보이고 있다.

본 논문에서는 기 개발된 기어 쌍의 일반화된 횡-비틀림 연성 유한요소 모델을 적용하여, 불-피니언 증속기어를 갖는 터보 냉동기 로터-베어링 시스템의 횡-비틀림 연성진동 특성을 정밀 고찰하고자 한다. 이를 위해, 기어물림 강성 변화에 따른 비연성과 연성의 고유진동수 및 모드 형상, 그리고 횡진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지 비교를 통해 체계적으로 상세 분석하고자 한다.

2. 기어 쌍의 유한요소 운동 방정식

Fig. 1의 기어 압력선을 따른 좌표계에서

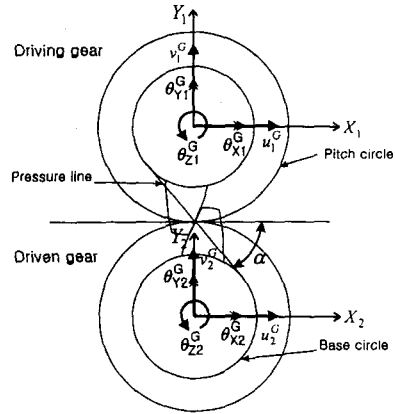


Fig. 2 A general global coordinate system of the gear pair element.

의 기어 쌍의 일반화된 횡-비틀림 연성 유한요소 모델 운동 방정식은 이안성 외⁽⁴⁾에 의해 제시되어 있으며, Fig. 2와 같은 일반적인 전체 시스템 좌표계에 대한 기어 쌍의 연성 제차 운동 방정식은 앞서 언급한 기어의 압력선을 따른 좌표계의 연성 운동 방정식과 기어 압력각, α , 을 고려한 변환 행렬을 사용하여 식 (1)로 얻어진다.⁽⁴⁾

$$[M^G]\{\ddot{q}^G\} + \{[C^G] + [G^G]\}\{\dot{q}^G\} + [K^G]\{q^G\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서, $[M^G]$, $[C^G]$, $[G^G]$ 그리고

k_{11}	k_{1c}	k_{t1}	
k_{1c}	k_{12}		
k_{t1}		k_{t1}	k_{tc}
		k_{tc}	k_{t2}

Fig. 3 Structure of a coupled gear mesh stiffness matrix.

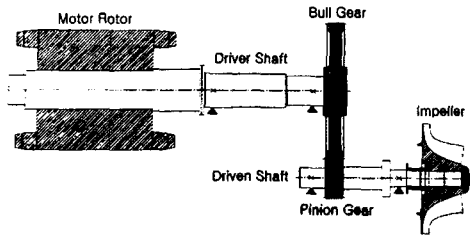


Fig. 4 Schematic of a prototype 800RT turbo-chiller rotor-bearing system.

$[K^G]$ 는 기어 쌍의 일반 전체 좌표계에서의 관성, 감쇠, 자이로스코픽, 그리고 강성 행렬을 나타낸다. 황-비틀림의 연성효과는 기어물림 감쇠와 강성 행렬을 통해 발생하며, 본 논문의 해석에서 기어물림 감쇠는 고려되지 않는다.

한편, Fig. 3은 기어 쌍의 연성 기어물림 강성행렬을 구성하는 요소들을 나타낸 그림이다. k_r 과 k_{lc} 는 황 진동 요소와 황 진동 자체의 연성 요소를 나타내며, k_r 와 k_{lc} 는 비틀림 진동 요소와 비틀림 진동 자체의 연성 요소를 나타내고 있다. 또한, k_{ll} 는 황-비틀림 연성 진동 요소를 나타내고 있다. 여기서, 1과 2는 구동과 피동 기어를 나타낸다.

3. 해석 결과에 대한 상세 고찰

기 개발된 기어 쌍의 황-비틀림 연성 유한요소 모델을 적용하여, 증속기어를 갖는 터보 냉동기 로터-베어링 시스템에 대한 비연성과 연성의 상세 고유진동 해석 및 황 진동과 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지의 계산을 수행하고, 이를 상세 고찰하였다. Fig. 4는 해석 대상 시제 개발 800 냉동터보-냉동기의 구성을 나타내며, 정격 3,420 rpm인 모터와 불 기어의 구동 로터-베어링 시스템은 불-피니언 기어 쌍의 증속기를 통해 압축기 임펠러와 피니언 기어의 피동 로터-베어링 시스템을 정격 11,845 rpm으로 구동하고 있다.

3.1 기어물림 강성의 변화에 따른 고유진동수와 모드 고찰

여기서는 정격 3,420 rpm에서, 기어물림 강성, k_m , 의 변화에 따른 시스템의 비연성과 연성의 고유진동수 및 모드 특성 변화를 고찰해 보고자 한다.

3.1-1 비연성 해석(기어물림 강성 행렬에서 $k_{ll,2}$, k_{lc} , k_{ll} 요소를 배제)

Fig. 5는 연성 기어물림 강성 행렬에서 $k_{ll,2}$, k_{lc} 그리고 k_{ll} 의 요소를 배제하였을 때, k_m 의 변화에 따른 황-비틀림의 비연성 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. 여기서, k_m 값의 변화에 따라 변화하는 고유진동수와 변화 없이 일정한 고유진동수를 볼 수가 있으며, 전자는 비틀림 고유진동수를 그리고 후자는 황 진동 고유진동수를 나타낸다. 설계 기어물림 강성($k_m = 6.31 \times 10^8$ N/m, 파선)에서의 1차 비틀림 고유진동수는 $k_m = 1 \times 10^4$ N/m 부근에서부터 서서히 나타나 크게 증가하는 모습을 보였으며, 2차 비틀림 고유진동수는 k_m 의 값이 1×10^7 N/m까지 증가하기까지는 거의 일정하다가, 이후 급격히 증가 변화하는 모습을 보였다. 그리고, 3차 비틀림 고유진동수는 $k_m = 1 \times 10^8$ N/m 이상에서부터 다소 증가 변화를 나타내고 있다. 한편, k_m 의 증가에 따른 2차 비틀림 진동 모드 형상의 변화를 관찰하기 위해, $k_m = 6.31 \times 10^5$ N/m와 $k_m = 6.31 \times 10^9$ N/m에서의 비틀림 모드를 Fig. 6에 나타내었다. 그럼으로부터, k_m 이 1×10^8 N/m를 넘어 증가함에 따라 모드가 1차 비틀림 형태(모드가 중립축을 한번 교차)에서 2차 비틀림 형태(모드가 중립축을 두 번 교차)로 변화하는 것을 볼 수 있다.

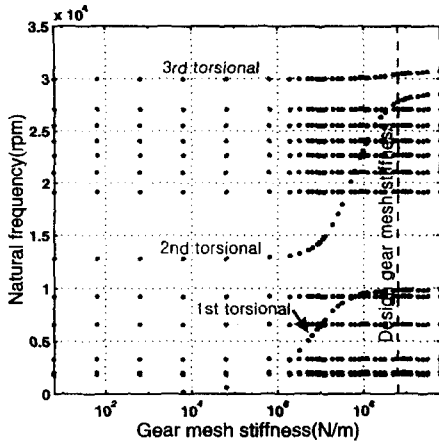


Fig. 5 Natural frequencies vs. gear mesh stiffness with the uncoupled rotordynamic analysis for rotating speed 3,420 rpm without k_b , k_{lc} , and k_{tt} .

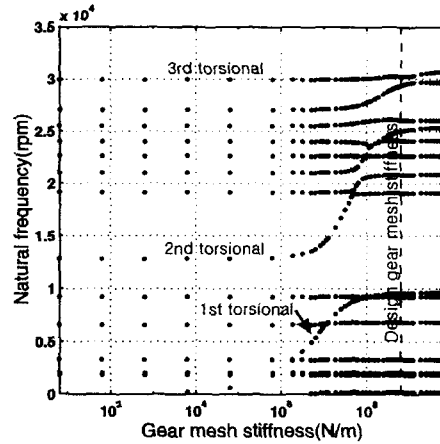
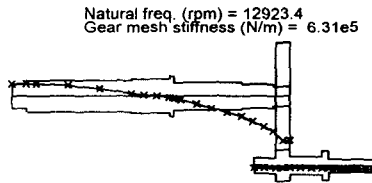
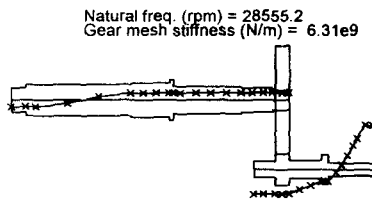


Fig. 7 Natural frequencies vs. gear mesh stiffness with the coupled rotordynamic analysis for rotating speed 3,420 rpm.



(a) $k_m = 6.31 \times 10^5$ N/m



(b) $k_m = 6.31 \times 10^9$ N/m

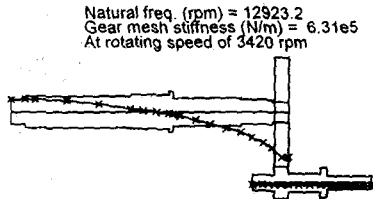
Fig. 6 2nd torsional modes with the torsional analysis only at different gear mesh stiffnesses.

3.2-2 연성 해석(기어물림 강성 행렬의 모드 요소를 고려)

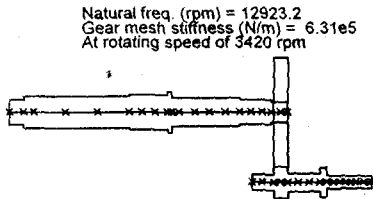
Fig. 7은 k_m 의 변화에 따른 횡-비틀림 연

성 고유진동수의 변화를 나타낸 것이며, 그림상의 비틀림 진동 표시는 편의상 $k_m = 0 \sim 1 \times 10^6$ N/m 구간에서의 모드로부터 결정하여 부여된 것이다. 비연성 해석 결과(Fig. 5)와 비교하면, 횡 진동은 주로 15,000 rpm 이상의 고차 고유진동수에서 변화를 보였으며, 비틀림 진동은 특히, 2차 비틀림 진동 고유진동수가 크게 낮아진 특성(설계 기어물림 강성에서 비연성 고유진동수(27,763 rpm) 대비 연성 고유진동수(20,832 rpm)가 25% 감소)을 보였다. 한편, Fig. 8은 두 개의 k_m 값에서의 연성 2차 비틀림 진동 모드와 그 때의 횡 진동 모드를 나타내었다. 여기서, 비틀림 진동 모드는 k_m 이 1×10^8 N/m을 넘어 증가하여도 압축기 축의 중립선과 현저히 교차하지는 않고 있다. 반면, 이때 모터 축의 횡 진동 모드는 $k_m = 6.31 \times 10^5$ N/m에서의 모드에 비해 현저한 변화를 보여주고 있다. 즉, k_m 이 1×10^8 N/m를 넘어 증가함에 따라 연성효과에 의해 횡 진동 모드가 발달하면서 결과적으로 비틀림 진동 모드의 발달이 저해되어 비틀림 진동 모드의 중립축의 명확한 두 번 교차가 보이지 않음

과 동시에 그 고유진동수가 비연성의 경우에 비해 크게 저하된 것으로 판단된다.



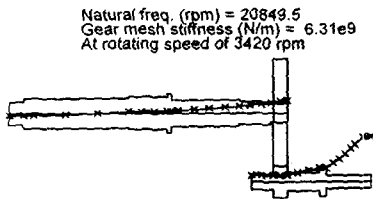
Torsional



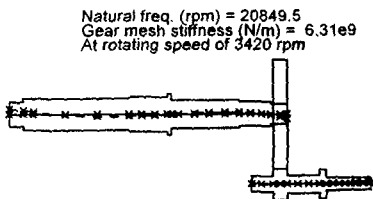
solid line : Vertical Mode Shape
dashed line : Horizontal Mode Shape

Lateral

(a) $k_m = 6.31 \times 10^5$ N/m



Torsional



solid line : Vertical Mode Shape
dashed line : Horizontal Mode Shape

Lateral

(b) $k_m = 6.31 \times 10^9$ N/m

Fig. 8 2nd torsional mode and corresponding lateral mode with the coupled analysis at each gear mesh stiffness.

3.2 횡 진동과 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지 고찰

여기서는 설계 기어물림 강성, $k_m = 6.31 \times 10^8$ N/m, 에서, 각 고유진동수와 연계된 횡 진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지를 계산하여, 우세 스트레인 에너지가 나타내는 진동 모드와 초기 모드를 비교 고찰해 보고자 한다. 여기서, 초기 모드란, k_m 이 $0 \sim 1 \times 10^6$ N/m (기어물림 강성에 의한 연성의 영향이 별로 없는 구간)에서 나타나는 우세한 횡 또는 비틀림 진동 모드를 말한다.

Table 1은 연성 기어물림 강성 행렬에서 $k_{1,2}$, k_{1c} 그리고 k_{11} 의 요소를 배제하였을 때, 즉 비연성 해석 경우의 각 고유진동수에서 초기 모드 및 횡 진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지를 나타낸 것이다. 표로부터 각 고유진동수에서 나타난 초기 모드와 우세 스트레인 에너지가 나타내는 진동 모드가 일치함을 알 수 있다.

Table 2는 횡-비틀림의 연성해석 경우의 각 고유진동수에서 초기 모드 및 횡 진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지를 나타내고 있다. 7번째 고유진동수(9,573 rpm) 행에서는 횡 진동 스트레인 에너지(8.55e-4)보다 비틀림 진동 스트레인 에너지(0.001)가 더 크게 나타나 비틀림 진동 모드로 확인되었으며, 이는 초기 모드와 일치하는 1차 연성 비틀림 모드임을 알 수 있다. 다음으로 9번째 고유진동수(20832 rpm) 행에서는 횡 진동 스트레인 에너지(0.05)가 비틀림 스트레인 에너지(0.01)보다 더 크게 나타나 횡 진동 모드로 확인되는 반면, 초기 모드는 비틀림 모드를 나타내었다. 또한, 이 때의 비틀림 모드는 비연성과 달리 모드가 축의 중립선을 한번만 교차하는 특성을 Fig. 11에서 보인 바 있다. 설계 기어물림 강

Table 1. A comparative table of lateral and torsional strain energy with uncoupled analysis for rotating speed 3,420 rpm and for gear mesh stiffness 6.31e8 N/m.

Natural freq. (rpm)	Initial mode	Strain energy	
		Lateral	Torsional
1847	Motor-lateral	24.81	> 1.92e-21
2047	Motor-lateral	0.92	> 3.39e-23
3287	Motor-lateral	0.42	> 8.36e-24
6597	Impeller-lateral	0.12	> 2.43e-22
9223	Impeller-lateral	0.08	> 7.17e-23
9780	torsional	8.32e-26	< 0.002
19161	Impeller-lateral	0.003	> 1.16e-24
21025	Motor-lateral	0.05	> 9.53e-25
22649	Motor-lateral	0.05	> 9.21e-26
24032	Motor-lateral	0.06	> 3.66e-24
25520	Impeller-lateral	0.002	> 7.29e-25
27067	Motor-lateral	0.05	> 8.90e-25
27763	torsional	7.25e-27	< 7.74e-4
30396	torsional	0.67e-27	< 2.83e-4

성 값에서 나타난 연성 2차 비틀림 모드의 특이 현상을 조사해 보고자, k_m 의 변화에 따른 2차 비틀림 고유진동수 및 횡 진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지를 Table 3에 나타냈다. 여기서, k_m 이 6.31×10^6 N/m이하에서는 비틀림 진동 스트레인 에너지가 횡 진동 스트레인 에너지에 비해 크게 나타난 반면, 그 이상에서는 횡 진동 스트레인 에너지가 더 크게 나타났다. 이로써, k_m 이 높아짐에 따라 초기 비틀림 모드에 작용하는 우세 스트레인 에너지가 비틀림 진동 스트레인 에너지에서 횡 진동 스트레인 에너지로 변화 할 수 있음이 확인되었다. 그리고, 이 경우 연성 2차 비틀림 모드의 형상 변화도 결과되는 것으로 판단된다. 한편, 14번째 고유진동수(29,399 rpm) 행에서는 초기 모드가 횡 진동인 반면에, 횡 진동 스트레인 에너지(0.003)보다 비틀림 진동 스트레인 에너지(0.004)가 더 크게 나타났다.

Table 2. A comparative table of lateral and torsional strain energy with coupled analysis for rotating speed 3,420 rpm and for gear mesh stiffness 6.31e8 N/m.

Natural freq. (rpm)	Initial mode	Strain energy	
		Lateral	Torsional
191	Motor-lateral	0.22	> 0.03
1849	Motor-lateral	0.52	> 0.08
2047	Motor-lateral	0.72	> 0.08
3288	Motor-lateral	0.40	> 0.16
6839	Impeller-lateral	0.08	> 0.04
9254	Impeller-lateral	0.06	> 3.26e-4
9573	torsional	8.55e-4	< 0.001
19099	Impeller-lateral	0.006	> 3.27e-4
20832	torsional	0.05	> 0.01
22668	Motor-lateral	0.08	> 0.001
24119	Motor-lateral	0.04	> 0.002
25015	Motor-lateral	0.0113	> 0.0108
26091	Impeller-lateral	0.003	> 5.12e-4
29399	Motor-lateral	0.003	< 0.004
30281	torsional	0.001	< 0.01

마찬가지로, k_m 에 따른 14번째 고유진동수 및 횡 진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지를 Table 4에 나타냈다. 표로부터 k_m 이 6.31×10^7 N/m이하에서는 횡 진동 스트레인 에너지가 비틀림 진동 스트레인 에너지에 비해 크게 나타난 반면, 그 이상에서는 비틀림 에너지가 더 크게 나타났다. 이로써, k_m 에 따라 초기 횡 진동 모드에 작용하는 우세 스트레인 에너지가 횡 진동 스트레인 에너지에서 비틀림 진동 스트레인 에너지로 변화 할 수 있음이 확인되었다.

이상의 고찰 결과, 일부 초기 모드는 기어 물림 강성이 특정 값을 넘어 증가함에 따라 연성효과에 의해 횡-비틀림의 연성진동 모드 형태로 나타났으며, 이 때 우세 모드는 초기 모드와 다르게 비틀림 진동 모드에서 횡 진동 모드로 또는 횡 진동 모드에서 비틀림 진동 모드로 변화할 수 있음이 확인되었

Table 3. A comparative table of lateral and torsional strain energy with coupled 2nd torsion analysis for rotating speed 3,420 rpm.

k_m (N/m)	Natural freq. (rpm)	Strain energy		
		Lateral	<	Torsional
6.31e3	12836	2.92e-10	<	0.07
6.31e5	12923	2.36e-6	<	0.07
6.31e6	13792	6.69e-5	<	0.01
6.31e7	20075	0.004	>	0.002
6.31e8	20832	0.05	>	0.01
6.31e9	20850	0.12	>	0.08

다. 특히, 초기 2차 비틀림 진동 모드의 경우 설계 기어몰림 강성 값에서 연성효과에 따른 횡 진동 모드의 발달과 동반된 상대적인 비틀림 진동 모드의 발달 저해로 인해 비틀림 진동 모드 자체의 스트레인 에너지가 감소하였으며, 결과적으로 당 고유진동수가 비연성 해석에 비해 크게 감소하는 특성을 나타내었다.

4. 결론

본 연구에서는 볼-피니언 증속기를 채택한 800 냉동톤 터보 냉동기 로터-베어링 시스템의 횡-비틀림 연성진동 특성을 정밀 고찰하기 위해, 기어몰림 강성 변화에 따른 비연성과 연성의 고유진동수 및 모드 형상, 그리고 횡 진동 모드와 비틀림 진동 모드의 스트레인 에너지 비교를 통해 체계적인 상세 분석을 수행하였다. 분석결과, 일부 초기 모드는 기어몰림 강성이 특정 값을 넘어 증가함에 따라 연성효과에 의해 횡-비틀림의 연성진동 모드 형태로 나타났으며, 이 때 우세 모드는 초기 모드와 다르게 비틀림 진동 모드에서 횡 진동 모드로 또는 횡 진동 모드에서 비틀림 진동 모드로 변화할 수 있음이 확인되었다. 특히, 초기 2차 비틀림 진동 모드의 경우 설계 기어몰림 강성 값에서 연성효과에 따른 횡 진동 모드의 발달과 동반된 상대적인 비틀림 진동 모드의 발달 저해로 인

Table 4. A comparative table of lateral and torsional strain energy with coupled 14th lateral mode analysis for rotating speed 3,420 rpm.

k_m (N/m)	Natural freq. (rpm)	Strain energy		
		Lateral	>	Torsional
6.31e3	27067	0.03	>	1.96e-11
6.31e5	27071	0.05	>	8.18e-8
6.31e6	27108	0.04	>	2.15e-5
6.31e7	27500	0.02	>	1.64e-4
6.31e8	29399	0.003	<	0.004
6.31e9	29690	0.001	<	0.003

해 비틀림 진동 모드 자체의 스트레인 에너지가 감소하였으며, 결과적으로 당 고유진동수가 정격속도에서 비연성 해석에 비해 25% 정도 급격히 감소하는 특성을 나타내었다.

참고문헌

- (1) Neriya, S. V., Bhat, R. B., and Sanker, T. S., 1984, "Effect of Coupled Torsional-Flexural Vibration of a Geared Shaft System on Dynamic Tooth Load," *The Shock and Vibration Bulletin*, Part 3, Vol. 54, pp. 67~75.
- (2) Kahraman, A., Ozguven, H. N., Houser, D. R., and Zakrajsek, J. J., 1992, "Dynamic Analysis of Geared Rotors by Finite Elements," *ASME Trans. Journal of Mechanical Design*, Vol. 114, pp. 507~514.
- (3) Rao, J. S., Chang, J. R., and Shiau, T. N., 1995, "Coupled Bending-Torsion Vibration of Geared Rotors," *ASME DE-Vol. 84-2, Design Engineering Technical Conferences*, Vol. 3, Part B, pp. 977~989.
- (4) 이안성, 하진웅, 최동훈, 2001, "증속 기어 전동 로터-베어링 시스템의 횡-비틀림 연성 유한요소 로터다이나믹 해석," *한국소음진동공학회지 제11권 제1호*, pp. 82~88.