한국소음진동공학회 2001년도 춘계학술대회논문집, pp. 565~570.

다목적 최적화 기법을 이용한 하드디스크 커버 유한요소 모델개선

[0]김 경 호*• 박 윤 식*

HDD Cover FE Model Updating using Multiobjective Optimization

[0]Gyeong-Ho Kim* • Youn-Sik Park*

Abstract

대상 기계구조물의 유한요소 모델로부터 구한 해석결과가 실험결과와 오차를 나타낼 때, 이러한 오차를 줄일 수 있도록 유한요소 모델의 변경이 요구된다. 유한요소 모델개선은 이러한 역문제(Inverse Problem)를 다루는 체계적인 접근법이다. 일반적으로 유한요소 모델에서 변경할 수 있는 매개변수의 개수는 실험결과의 개수보다 많으므로 실험결과와 일치되는 개선된 유한요소 모델은 무한하다고 할 수 있다. 그러나, 개선된 유한요소 모델이 물리적 타당성을 갖도록 매개변수의 변경량에 제한을 주면 일반적으로 초기 유한요소 모델에 비해 실험결과와의 오차가 개선된 근사해만 존재하게 된다. 따라서, 모델개선 과정을 통해 구한 개선된 모델은 오차의 평가기준 또는 목적함수에 따라 정해진 다양한 근사해 중 하나이다. 기존의 모델개선 방법에서는 단 하나의 오차 평가기준 또는 목적함수를 사용하고 이를 최소화 하는 모델을 구한다. 개선된 모델을 구하기 이전에는 사용된 평가기준이 타당한지 검토할 수 없으므로 대부분의 경우, 시행착오법으로 목적함수를 설정하게 된다. 본 논문에서는 다목적 최적화 기법을 이용한 오차 평가기준을 소개하고 이를 하드디스크커버 유한요소 모델개선에 응용한다.

1.서 론

1980 년대부터 유한요소 모델을 개선하기 위한 많은 연구가 진행되어 왔지만 여전히 어려운 문제로 남아있다. 유한요소 모델개선(Finite Element Model Updating)은 모델을 변경하여 모델의 해석결과와 실험결과와의 오차를 줄이는 과정으로 역문제(Inverse Problem)의 일종이다. 유한요소 모델개선 방법은 모델을 변경하는 방법에 따라 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는 직접적인 방법(Direct Methods)으로 유한요소 모델의 질량 및 강성행렬을 직접적으로 바꾸는 방법이다. 이러한 방법으로 개선된 모델의 해석결과는 불완전한(Incomplete) 실험결과와 일치하지만 대부분의 경우, 개선된 모델은 물리적으로 타당하지 않기 때문에 구조동역학 분야에서는 쓰일 수 없다. 다른 방법은 유한요소 모델의 밀도, 탄성계수, 두께 또는 부행렬 보정계수(Substructure Parameter) 등의 매개변수를 조정하여 간접적으로 모델을 변경하는 매개변수 방법(Indirect or Parametric Methods)이 있다. 이러한 방법의 공통점은 모델의 해석결과와 실험결과와의 오차를 나타내는 평가기준 또는 목적함수를 설정하고 이를 최소화하는 매개변수를 반복적인 방법(Iterative Methods)으로 구한다는 것이다. 결국 이와 같은 문제는 유 제한조건 최적화 문제(Constrained Optimization Problem)라고 할 수 있다.

유한요소 모델개선에서 목적함수는 주로 모델의 해석결과와 실험결과와의 차이에 가중치를 준 합으로 설정된다. 구조동역학 분야에서 이러한 차이를 평가하는데 쓰이는 물리량은 고유진동수, 모드형상(Mode Shapes) 또는 주파수 응답함수 등이 있다. 목적함수의 가중치는 실험결과의 중요성 또는 정확성에 따라 달리 설정할 수 있지만 이를 수치적으로 표현하기는 매우 힘들다. 예를 들어 첫 번째 고유진동수의 오차를 줄이기 위해 가중치를 많이 주고 모델을 개선한 결과, 두 번째 고유진동수와 모드형상의 오차는 만족스럽지 못할 경우가 있다. 이러한 경우, 가중치를 조정하여 만

* 한국과학기술원 기계공학과

족스러운 결과를 얻을 때까지 최적화 문제를 다시 풀어야 한다. 또 물리량이 다른 실험결과를 가중치를 이용하여 평가하는 것은 한계가 있기 때문에 가중치를 설정하는 일반적인 방법은 존재하지 않고 보통 만족스러운 결과를 얻을 때까지 최적화 문제를 반복적으로 푸는 시행착오에 의존한다. 이러한 어려움의 해결방안으로 다목적 최적화(Multiobjective Optimization) 개념을 도입하였다[2]. 기존의 연구에서는 하나의 평가기준 또는 목적함수를 이용하여 이에 적합한 하나의 해를 구하는 방법을 사용하였지만 제안된 방법을 사용하면 관심의 대상이 되는 여러 가지 평가기준 또는 다목적 함수(Multiobjective Function)를 설정하고 이를 만족시키는 수많은 해를 최적화 문제를 통해서 구하고 최종적으로 가장 적합한 해를 선정할 수 있다.

본 연구에서는 하드디스크 커버 유한요소 모델[1]에 이러한 다목적 최적화 기법을 적용하여 모델을 개선하여 이의 효용성을 입증하고자 한다.

2. 다목적 최적화

단일목적 최적화(Single-objective Optimization) 알고리듬은 하나의 평가기준(Criterion)을 최소화 또는 최대화하기 위해 고안되었으며 그 동안 여러 공학적문제에 성공적으로 적용되었다. 그러나, 많은 실질적인 문제에서 평가기준이 하나일 수는 없고 또 이러한 평가기준이 서로 대립적 경우, 평가기준을 하나로 대치하는 것이 불합리한 경우가 있다. 다목적 최적화 기법은 이러한 문제를 위해 도입되었다. 단일목적 최적화 문제의 목적은 하나의 목적함수를 최소화 또는 최대화하는 하나의 설계변수를 찾는 것으로 명확하다. 다목적 최적화 문제의 목적은 '파레토 최적해(Pareto Optimal)'를 찾는 것으로 이의 개념은 아래에서 설명하기로 한다.

목적함수 f_1과 f_2를 동시에 최소화하는 문제에서 다음과 같은 5 개의 가용해(Feasible Solutions)가 존재한다고 가정하자.

$$\begin{aligned} A &= (2,\ 10) \quad (f_1, f_2) \\ B &= (4,\ 6) \\ C &= (8,\ 4) \\ D &= (9,\ 5) \\ E &= (7,\ 8) \end{aligned}$$

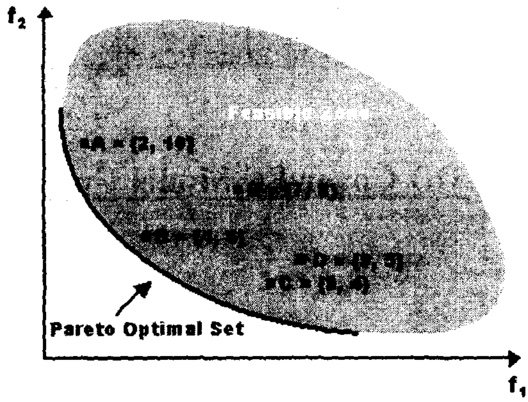


Fig. 1 Illustration of multiobjective optimization

Fig. 1 에 5 개의 가용해가 나타나 있다. 이들 중 A, B 또는 C를 선택하는 것은 바람직하다고 할 수 있지만 이들 간의 우열은 판별할 수 없다. f_1에 많은 가중치를 준다면, A가 최선의 선택이고 반대로 f_2에 많은 가중치를 주면 C가 최선의 선택이다. B는 f_1과 f_2에 비슷한 가중치를 준다면, 최선의 해가 될 수 있다. 이러한 가용해를 'nondominated solution'이라고 부른다. 반면에 D와 E를 선택하는 것은 바람직하지 못하다. 왜냐하면, E에 비해서 두 함수값이 모두 작은 B가 존재하고 D에 비해서 두 함수값이 모두 작은 C가 존재하기 때문이다. D와 E는 'dominated solution'이라 불린다. . 다목적 최적화 문제에서는 단 하나의 해를 구하지 않고 가용해 중에서 dominated solutions 을 제외한 nondominated solutions 집합을 구한다. 이러한 해를 파레토 최적해라고 부른다.

일반적으로 다목적 최적화 문제는 벡터함수를 최소화 또는 최대화하는 설계변수를 찾는 문제로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\textit{minimize} \ \{f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)\}$$
$$\textit{subject to} \ g(x) \le 0$$

여기서, x는 설계변수 벡터, $f_i(x)$는 i번째 목적함수 그리고 $g(x)$는 제한조건을 나타낸다. 가용해 x^*가 다음을 만족할 때 파레토 최적해라고 불린다.

가용해 x^*가 존재하여 모든 $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$에 대하여 $f_i(x) \le f_i(x^*)$ 이고 적어도 하나의

$i \in \{1,2,\ldots,n\}$ 에 대하여 $f_i(x) < f_i(x^*)$ 이 되는 가용해 x 가 존재하지 않으면 x^* 는 파레토 최적해이다.

Fig. 1 에서 빗금 친 영역은 가용영역을 나타내고 굵은 실선은 파레토 최적해를 나타낸다. 다목적 최적화 문제의 목적은 파레토 최적해의 집합을 구하는 것이다. 설계자는 이런 해의 집합으로부터 가장 적합한 해를 선택할 수 있다.

유한요소 모델개선에 이와 같은 다목적 최적화 기법을 이용한 평가기준을 사용하면, 가중치를 이용해서 평가하는 기존의 불합리한 방법에서 오는 어려움을 해결할 수 있고 설계자는 파레토 최적해로부터 가장 합리적인 해를 선택할 수 있다.

3. 하드디스크 커버 유한요소 모델

본 장에서는 커버의 유한요소 모델을 수립하고 수립된 모델의 타당성을 검토하기 위해 실험결과와 유한요소 해석결과를 비교한다.

3.1 HDD 커버 유한요소모델링

Fig. 2 에서와 같이 HDD 커버는 3 차원 구조물로 표면 위치에 따라 두께의 변화가 심하고 비교적 복잡한 형상을 보인다. 커버를 잘라서 두께를 정확히 측정하고 2 차원 도면을 활용하여 커버형상모델을 만들었다. Fig. 3 은 커버의 유한요소모델을 나타낸다. 커버의 재질은 알루미늄으로 해석에 사용된 물성치는 아래와 같다.

Young's Modulus = 68.4Gpa
Density = 2560kg/m^3
Poisson's Ratio = 0.32

유한요소모델은 SOLID 와 SHELL 요소로 구성되며 총 자유도의 수는 7,854 이다

3.2 HDD 커버의 해석결과와 실험결과의 비교

유한요소 모델의 타당성을 검토하기 위해서 자유단 조건에서 커버의 모드해석실험을 수행하였다. 극소형 충격망치로 가진하였고 접촉식 센서의 질량효과를 없애기 위해 비접촉식 레이저 변위 센서를 이용하여 66 개 지점에서 응답(속도)를 측정하였다(Fig. 4). 모드해석은 CADA-X 를 이용하여 수행하였다. Table 1 은 실험과 유한요소해석에서 구한 고유진동수를 비교한 것이고 Fig. 5 는 MAC 값을 나타낸 것이다. 고유진동수 오차의 경우, 2, 4, 7 번째 모드를 제외하면 상대오차가 4%보다 작게 나타나고 있다. MAC 값의 대각성분을 보면, 3, 4 번째를 제외한 모드들은 0.9 이상으로 해석에서 구한 모드와 실험에서 구한 모드의 상관관계가 좋다는 것을 알 수 있다. 4 번째 모드의 경우, MAC 값이 0.55 정도로 상관관계가 다소 나쁘게 나타나

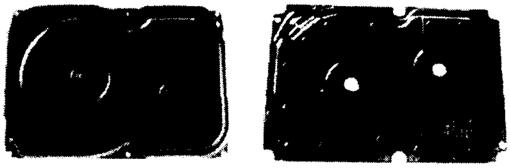


Fig. 2 HDD Cover

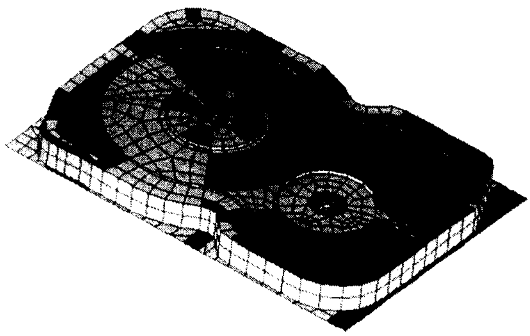


Fig. 3 HDD Cover Finite Element Model

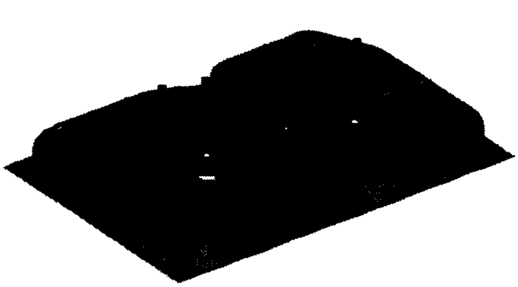


Fig. 4 Vibration measurement points

Table 1 Natural frequencies from test and initial FE model

Mode no.	Experimental natural frequency(Hz)	Finite element natural frequency(Hz)	Relative Error (%)	MAC value
1	409.6671	403.4927	1.5072	0.9821
2	908.1461	944.7538	**-4.0310**	0.9852
3	1707.6484	1733.3180	**-1.5032**	**0.8220**
4	1748.8632	1647.4263	**5.8002**	**0.5516**
5	1793.2284	1776.6670	0.9236	0.9294
6	2474.9895	2450.9312	0.9721	0.9401
7	2843.2913	2670.5862	**6.0741**	0.9536
8	2976.0569	2878.5957	3.2748	0.9585
9	3113.8445	3079.7867	1.0938	0.9466
10	3268.9795	3255.7458	0.4048	0.9336

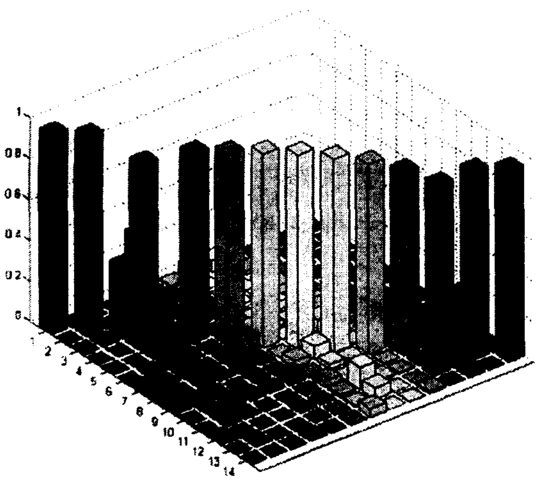


Fig. 5 MAC value between experimental and FE modes

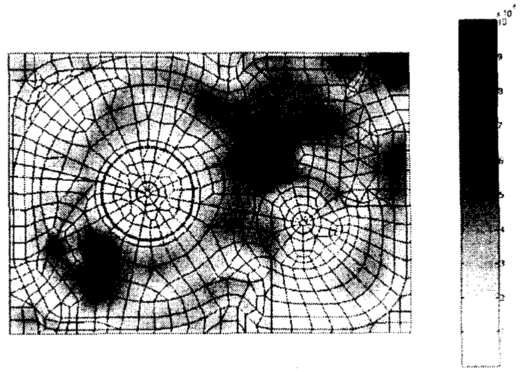


Fig. 6 Error localization: force balance method

고 있다. 커버의 형상은 복잡하지만 감쇠량이 적어서 모드해석 실험 시 관심주파수 영역에서 충분히 가진되었으며 센서의 질량효과를 없애기 위해 비접촉식 레이저 변위 센서를 사용하였으므로 실험결과는 타당하다고 할 수 있다. 따라서, 모델과 실험과의 오차를 줄이려면 모델을 수정하는 절차가 필요하다.

4. 하드디스크 커버 유한요소 모델개선

본 장에서는 모델에서 오차가 큰 영역을 구하고 그 영역을 변경함으로써 하드디스크 커버의 유한요소 모델을 개선하고자 한다.

4.1 실험모드의 확장

실험에서 측정할 수 있는 자유도 수는 유한요소 모델의 자유도 수에 비해 훨씬 작다. 모델에서 오차가 있는 영역을 구하기 위해서는 유한요소 해석모드를 이용해서 실험모드의 측정되지 않은 자유도를 계산하는 절차가 필요하다. 실험모드를 확장하기 위한 기본적인 가정은 실험모드는 측정된 자유도에서의 해석모드의 합으로 표시될 수 있다는 것이다. 즉,

$$\Phi_m = [\Phi_a]_m T$$

이다. 여기서, Φ_m 은 실험모드, $[\Phi_a]_m$ 은 측정된 자유도에서의 해석모드 그리고 T 는 변환행렬이다. 변환행렬 T 는 다음과 같이 구해진다.

$$T = [\Phi_a]_m^+ \Phi_m$$

구해진 변환행렬을 이용하면 실험모드를 다음과 같이 확장할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix} = \Phi_a T$$

Φ_s 는 해석모드를 이용하여 구한 측정되지 않은 자유도에서의 실험모드이다.

4.2 Error Localization: Force Balance Method

올바른 모델개선을 위해서는 모델에서 모델링 오차가 큰 위치를 알아내는 절차가 필요하다. 일반적으로 조인트와 같이 형상이 복잡한 부분은 모델에 오차가 포함될 가능성이 크므로 이와 같은 부분을 변경하는 방법이 있으나 'error localization'과 같이 체계적인 접근법을 사용할 수도 있다. 본 연구에서는 힘-평형방법(force balance method)을 이용하여 유한요소 모델에서 오차가 큰 위치를 알아낸다. 유한요소 모델의 질량, 강성행렬에 ΔM, ΔK 를 더해주면 아래의 방정식은 만족된다.

$$[K_a + \Delta K]\Phi_m - [M_a + \Delta M]\Phi_m \Lambda_m = 0$$

위의 식을 정리하면,

$$L = \Delta M \Phi_m \Lambda_m - \Delta K \Phi_m = K_a \Phi_m - M_a \Phi_m \Lambda_m$$

이다. 모델에서 오차가 큰 자유도는 오차행렬 L 에서 큰 값을 가지게 되므로 모델에서 오차가 포함된 영역을 알 수 있다. Fig. 6 은 힘-평행방법을 적용하여 구한 하드디스크 커버의 모델링의 오차를 나타낸 것이다.

4.3 모델개선을 위한 매개변수 선정

모델보정을 위한 매개변수는 물리적 매개변수(Physical Parameter)와 부행렬 보정계수(Substructure Parameter)로 나눌 수 있다. 물리적 매개변수를 이용하여 모델을 개선하는 것은 밀도, 탄성계수, 두께 등으로 물리적으로 의미가 있는 매개변수를 조정하여 실험과 모델간의 오차를 줄이는 것을 말한다. 본 연구에서는 부행렬 보정계수를 사용하

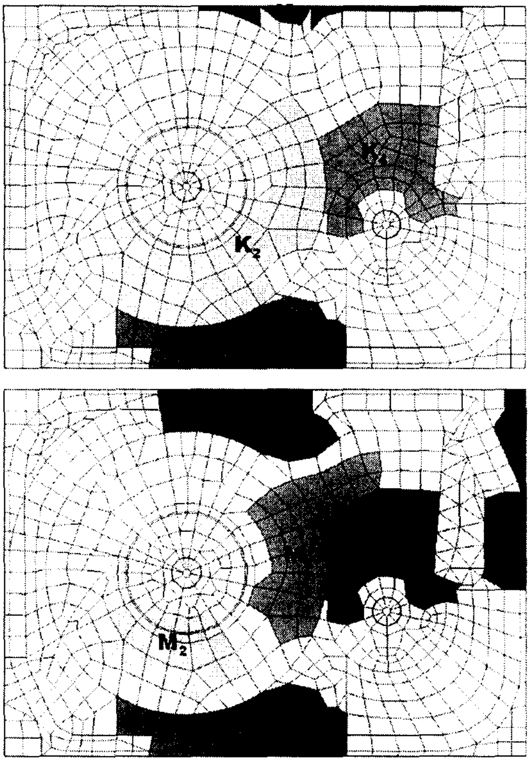


Fig. 7 Substructure selection

여 모델을 개선하고자 한다. 즉, 모델을 개선하기 위한 ΔK 와 ΔM 이 아래와 같이 표현된다고 가정한다.

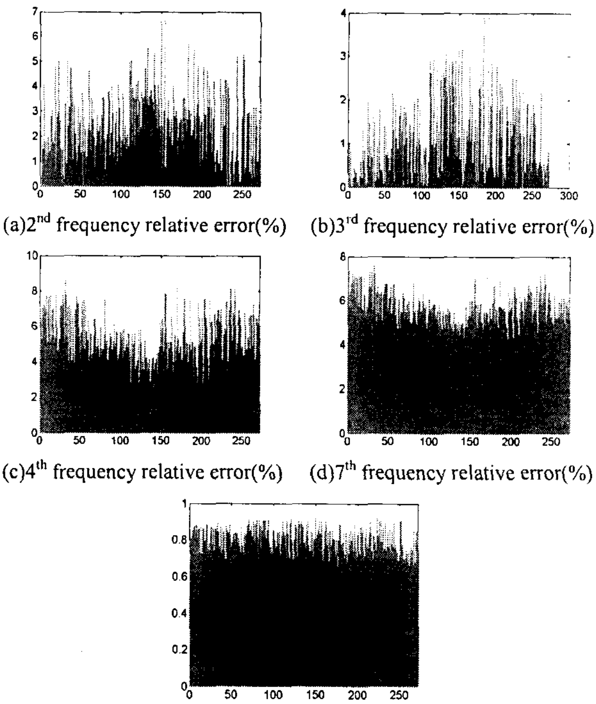
$$\Delta K = \sum_{i=1}^{L_k} p_{k_i} K_i$$

$$\Delta M = \sum_{i=1}^{L_m} p_{m_i} M_i$$

여기서, K_i 는 하나 이상의 강성 요소행렬의 합으로 표시되는 강성 부행렬, M_i 는 하나 이상의 질량 요소행렬의 합으로 표시되는 질량 부행렬, p_{k_i} 는 강성 부행렬 보정계수 그리고 p_{m_i} 는 질량 부행렬 보정계수이다. Fig. 6 의 모델링 오차가 포함된 영역을 고려하여 질량 및 강성 부행렬은 Fig. 7 과 같이 선정되었다.

4.4 하드디스크 커버 모델개선

모델개선을 위해서 2, 3, 4 그리고 7 번째 고유진동수 상대오차를 최소화하고 4 번째 모드의 MAC 값을 최대화하는 다목적함수를 세웠다. 제약조건으로 2, 3, 4, 7 번째 모드를 제외한 모드들의 상대오차가 4%보다 작고 4 번째 모드를 제외한 모드



(a)2^{nd} frequency relative error(%) (b)3^{rd} frequency relative error(%)

(c)4^{th} frequency relative error(%) (d)7^{th} frequency relative error(%)

(e) 4^{th} mode MAC value

Fig. 8 Pareto Optimal Set: objective functions

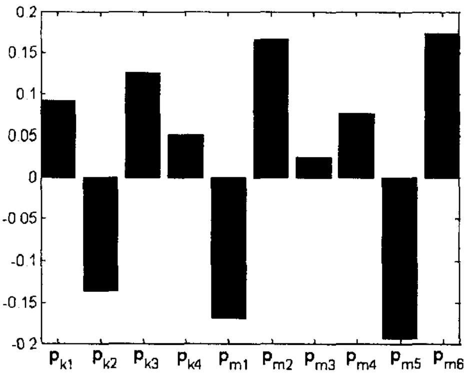


Fig. 9 A best compromise solution from Pareto optimal set: substructure parameters

들의 MAC 값이 0.9 보다 크도록 설정하였다. 10 개의 강성 및 질량 부행렬 보정계수들이 20%까지 변화할 수 있도록 허용하고 다목적 최적화 문제를 풀었다. Fig. 8 은 파레토 최적해를 나타낸 것이다. 이와 같이 다목적 최적화 기법을 사용하면, 기존의 최적화 문제에서의 가중치 설정의 어려움을 없애줄 수 있다. 그리고, 설계자는 파레토 최적해로부터 가장 타당한 선택할 수 있다. Fig. 9 는 선택된 하나의 해를 나타낸 것이며 개선된 모델의 모

Table 2 Natural frequencies from test and updated FE model

Mode no.	Experimental natural frequency(Hz)	Finite element natural frequency(Hz)	Relative Error (%)	MAC value
1	409.6671	404.6291	1.2298	0.9795
2	908.1461	941.5689	-3.6803	0.9846
3	1707.6484	1738.6923	-1.8179	0.9694
4	1748.8632	1678.8751	4.0019	0.9028
5	1793.2284	1779.6625	0.7565	0.9537
6	2474.9895	2418.1876	2.2950	0.9501
7	2843.2913	2702.1145	4.9653	0.9451
8	2976.0569	2936.7152	1.3219	0.9560
9	3113.8445	3052.6151	1.9664	0.9506
10	3268.9795	3235.1927	1.0336	0.9549

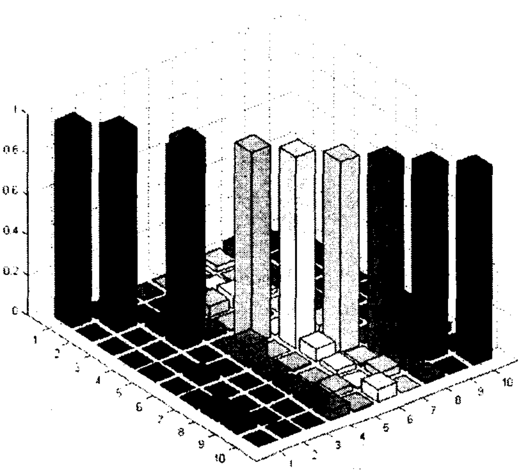


Fig. 10 MAC value between experimental and updated FE modes

드 매개변수는 Table. 2 와 Fig. 10 에서 나타나 있다. 고유진동수 오차 및 MAC 값이 개선되었다는 것을 알 수 있다.

5. 결론 및 향후과제

다목적 최적화 기법을 이용해서 하드디스크 유한요소 모델을 개선하였다. 다목적 최적화 기법을 사용하면, 목적함수 설정할 때 가중치를 선택하는 어려움을 피할 수 있고 파레토 최적해로부터 가장 적합한 하나의 개선결과를 선택할 수도 있다.

하드디스크 커버의 초기 유한요소 모델의 해석 결과에서 알 수 있듯이 실험결과와의 오차가 다소 크게 나타나, 최적화 문제 수행시 부행렬 보정계수를 20%까지 변할 수 있도록 설정하였다. 개선된 모델의 고유진동수 오차 및 MAC 값은 많이 개선되었으나 부행렬 보정계수의 값 변동이 크므로 물리적으로 타당한 모델개선이라고 보기는 힘들다. 그리고 개선된 모델의 MAC 값에서 알 수 있듯이 모드 역전현상은 개선되지 않았다.

물리적으로 타당한 모델개선을 위해서는 오차가 더욱 줄어든 초기 유한요소 모델이 필요할 것으로 판단된다. 모드역전 현상을 고려한 모델개선 작업은 현재 진행인 과제이다.

참고문헌

(1) 김경호, 박미유, 박윤식, "HDD 소음제어를 위한 SDM 기술 개발," 한국소음진동학공학회 추계학술대회논문집, pp. 765~770, 2000.

(2) Kim, G. H. and Park, Y. S., "Finite Element Model Updating Using Multiobjective Optimization Technique," Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, pp. 348~354, 2001.

(3) Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., "Finite Element Moel Updating in Structural Dynamics," Kluwer Academic Publishers, 1995.

(4) Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., "Model Updating in Structural Dynamics," Journal of Sound and Vibration, Vol. 167, No. 2. pp. 347-375, 1993.

(5) Fissette, E., Stavrinidis, C. and Ibrahim, S., "Error Location and Updating of Analytical Dynamic Models using a Force Balance Method," Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, pp. 1183-1190, 1988.

(6) Berman, A., "Validity of Improved Mathematical Models, A Commentary," Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference, pp. 681-691, 1998.

(7) Cheng, F. Y. and Li, D., "Genetic Algorithm Development for Multiobjective Optimization of Structures," AIAA Journal, Vol. 36, No. 6, pp. 1105-1112, 1998.