

부분회전마멸에서의 접촉모델

최연선* , °배철용**

Contact Model of Partial Rotor Rub

Choi, Y. S. * , °Bae, C.Y. **

ABSTRACT

Partial rotor rub occurs when an obstacle on the stator of a rotating machinery disturbs the free whirling motion of a rotor, which is more common than full annular rub for the cases of rubbing in rotating machinery. The nonlinearity due to the intermittent contacts and friction during partial rotor rub makes the phenomenon complex. The several nonlinear phenomena of superharmonics, subharmonics, and jump phenomenon are demonstrated for the partial rub using an experimental apparatus in this study. A piecewise-linear model and a rebound model using the coefficient of restitution are investigated on the basis of experimental observations in order to adopt as an analytical model of the contact between the rotor and stator during whirling motion. The contact stiffness, coefficient of restitution, and friction coefficient for the contact during partial rub are calculated from the comparison between the numerical simulation and the experimental results. Also, the numerical simulations for the model of partial rub are done for the various system parameters of clearance, contact stiffness, and friction coefficient in order to find the nonlinear behavior of partial rotor rub.

1. 서 론

모터, 펌프, 가스터어빈 등의 회전기계에서 회전자는 회전운동을 하는 동안, 편심과 정렬불량 등 이상작동에 의해 정지상태의 고정자와 접촉할 수 있다. 이러한 접촉을 회전마멸(rubbing)이라 한다. 회전기계의 운전 시에 발생하는 회전마멸은 회전자와 고정자의 진동을 크게하여 회전기계 자체를 파손시킬 수 있다. 따라서 회전마멸과 관련하여 많은 연구들이 수행되어왔다.

그러나 대부분의 회전마멸과 관련된 연구는 부분회전마멸(partial rub)보다 전회전마멸(full annular rub)에 보다 많은 관심을 기울여 왔다. 이는 간헐적인 충격과 마찰을 동반하는 부분회전마멸보다 고정자의 내부표면을 따라 계속 접촉하는 전회전마멸이 이론해석상 보다 용이하기 때문이다. 그러

나 실제적으로 회전기계의 운전 중에는 부분회전마멸이 보다 많이 일어난다

부분회전마멸과 관련하여 Beatty[1]는 접촉량이 적은 경마멸(light rubbing)에 대하여 주파수분석을 통하여 회전마멸의 유무를 분석하는 방법을 제시하였다. Muszynska[2]는 부분회전마멸에 대하여 이론과 실험적인 연구를 병행하여 1/2, 1/3, 1/4 배수의 아조화(subharmonic) 성분이 존재함을 실험적으로 보여 주었고, 이러한 아조화 성분은 접촉량이 많은 중회전마멸(heavy rubbing)의 경우에 발생하는 복잡한 궤적의 원인임을 이론적으로 해석하였다. Xingjian[3]은 수치해석과 실험을 통하여 회전마멸 현상의 비선형 진동현상을 연구하였다. Xingjian은 쿨롱마찰모델과 편적선형스프링 모델을 사용하여 수치해석을 하였고, 실험을 통하여 부분회전마멸에서 혼동운동의 발생가능성을 보여주었다. Choi[4]는 실험을 통하여 경회전마멸과 중회전마

* 성균관대학교 기계공학부, 교수

** 성균관대학교 대학원

멸의 경계를 제시한 바 있다. 또한 부분회전마멸 시 발생하는 아조화성분은 중회전마멸의 경우 회전자가 2 회전하는 동안 한번의 접촉이 이루어짐을 실험으로 관찰하였고, 이를 수치해석으로 입증하였다.

회전마멸현상과 관련한 대부분의 이론연구는 반발계수를 이용한 모델과 편적선형 모델을 이용한 수치해석 방법이 사용되고 있다. 그러나 접촉모델의 선정은 쉽지않은 과제이다. 이에 본 연구에서는 실험적으로 관찰된 부분회전마멸 현상을 통하여 두 접촉모델의 타당성을 검토하였다. 부분회전마멸이 발생하는 순간의 접촉강성, 반발계수, 마찰계수 등은 실험결과로부터 측정되어야 한다. 이를 위해 본 연구에서는 실험결과를 바탕으로 각각의 접촉모델에 대한 수치해석 결과를 비교하여 두 접촉모델의 타당성을 검증하였다.

2. 부분회전마멸

회전기계에서 회전자의 불평형, 정렬불량 등은 회전자와 고정자 사이의 간극이 작을수록 회전마멸의 가능성을 증가시킨다. 일단 회전마멸이 발생하면 회전자와 고정자 사이에 마찰과 충격이 발생하며, 접촉에 의해 마찰과 강성이 급격히 변하고 강비선형성을 유발하여 복잡한 동적거동을 나타내고 혼돈운동까지 유발할 수 있다. 결과적으로 회전마멸은 1, 1/2, 1/3, 2, 3 배수 성분의 진동과 높은 진동, 소음레벨로써 기계자체의 파괴를 가져올 수도 있다.

본 연구에서는 부분회전마멸 현상을 실험적으로 재현하기 위해 Fig. 1 과 같은 Bentry Nevada Co. 의 RK-4 실험장치를 사용하였다. 접촉은 양단 베어링의 중앙위치에 고정된 돌출부를 만들어 회전자의 선회운동을 구속 하게 하였다. 회전운동은 X, Y 방향으로 두 개의 변위센서(gap sensor)를 사용하여 양단 베어링 근처에서 측정하였다.

축의 처짐과 불평형에 의한 회전자의 움직임이 주어진 간극에 도달하면, 축은 고정자와 접촉하게 된다. 이로 인한 회전자의 응답은 더 이상 원형 형태의 선회궤적이 되지 않는다.

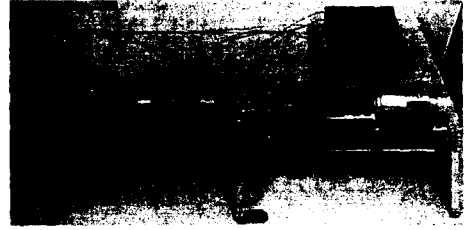


Fig. 1 Experimental apparatus, RK-4 rotor kit

회전자와 고정자 사이의 접촉은 회전자의 급격한 강성변화를 초래하고, 접촉면에서의 마찰은 복잡한 선회궤적을 만든다. 부분회전마멸을 해석하기 위하여 Fig. 2 와 같은 모델을 가정하였다. 이 모델로부터 운동방정식을 식 (1)과 같이 유도할 수 있다.

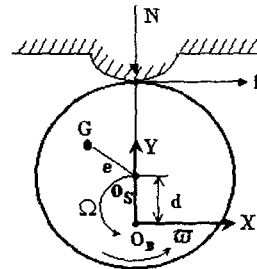


Fig. 2 Analytical model of partial rub

$$\begin{aligned} m \ddot{x} + c \dot{x} + kx + f &= me\omega^2 \cos \omega t \\ m \ddot{y} + c \dot{y} + ky + N &= me\omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 m, c, k 는 각각 회전자의 질량, 감쇠계수, 강성계수이다. e 와 ω 는 편심량과 가진주파수, 즉 회전속도를 의미한다. 그리고 N 과 f 는 회전마멸에 의한 수직항력과 접선력을 의미한다. 특히 N 과 f 는 접촉시에 발생하는 힘으로써 정확히 알 수는 없다. 따라서 일반적으로 반발계수를 이용한 모델과 편적선형(piecewise-linear) 모델이 많이 사용되고 있다. 편적선형 모델은 식 (2)와 같이 기술될 수 있다.

$$N = \begin{cases} K_c(y-d) & : y > d \\ 0 & : y \leq d \end{cases} \quad (2)$$

$$f = \begin{cases} \mu N & : y > d \\ 0 & : y \leq d \end{cases}$$

간극 d 는 y 방향으로 회전자와 고정자 사이의 간격을 의미한다. 접촉시간은 회전주기와 비교하여 매우 짧은 시간이므로 접촉강성을 탄성 즉, 선형으로 가정하였다. 또한 마찰은 쿨롱마찰 형태로 X 방향으로만 작용한다고 가정한다. 여기서 μ 는 회전자와 고정자 사이의 마찰계수이고, K_c 는 고정자의 수직 접촉강성이다. 반발계수를 이용한 모델은 수직항력과 접선력을 영이라 가정한다. 그리고 식(3)과 같이 반발계수 ν 로서 접촉전 접근속도와 접촉후 반발속도의 비로 가정한다.

$$\dot{y}_+ = -\nu \dot{y}_- \quad (3)$$

편적선형 모델을 이용한 운동방정식은 수치적으로 계산하면 접촉력 및 마찰력을 예측할 수는 있다. 그러나 실제적으로 어떤 값인지를 알 수 없다. 여기에 실험적 연구의 의미가 있다.

3. 회전마멸실험

본 연구에서 회전자와 고정자사이의 접촉은 축의 중심에 위치하는 고정자 상단에 부착된 늦쇠 볼트의 돌출부에서 발생한다. 만일 회전자의 선회 운동에 의한 변위가 돌출부와 축 사이에 주어진 간극을 초과한다면 축은 돌출부와 접촉한다. 회전 궤적은 Fig. 1에 보이는 것 같이 X, Y 방향으로 축 중심에 부착한 두 개의 변위센서를 이용하여 측정하였다. 회전자의 속도는 60개의 치를 갖는 평치차에 광센서를 이용하여 측정하였다. 변위센서로 측정된 신호는 A/D 변환기를 통하여 컴퓨터에 저장하고, MATLAB을 이용하여 신호분석을 하였다. 회전자의 고유주파수와 감쇠계수는 충격실험과 가감속 실험을 통하여 측정하였다. 충격은 접촉이 발생하는 중심에서 실시하였고, 응답은 변위센서를 이용하여 접촉점 주위에서 측정하였다.

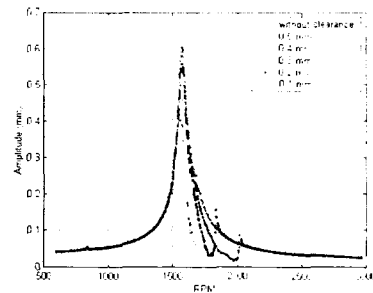
RK-4 실험장치는 정밀한 실험장치로서 X, Y 방

향으로 같은 강성과 감쇠값을 보여주었다. 회전자의 강성은 축 중심에 힘을 가하였을 때, 축의 정적처짐을 측정하여 얻었다. 회전자의 질량은 고유주파수와 축의 강성으로부터 유도하였다. 회전자의 편심량은 접촉이 없는 상태에서 가속실험을 통하여 측정된 응답곡선으로부터 계산되었다. 몇 번의 계산과 실험을 통하여 Table 1에서 보는 것과 같은 시스템의 변수들을 얻을 수 있었다.

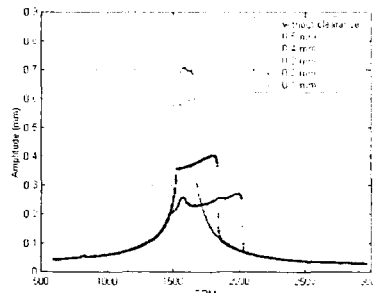
Table 1 System parameters of the rotor

Parameter	Unit	Value
mass, M	kg	1.25
damping, C	kg/s	8.5
stiffness, K	N/mm	35
eccentricity	mm	0.036

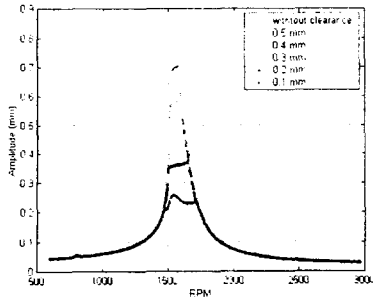
실제 실험은 회전자의 가감속과 회전자와 고정자 사이의 간극을 변화시켜가며 수행하였다. 간극의 변화에 대한 전체적인 응답은 Fig. 3(a), (b), (c)와 같다.



(a) X-axis response during increasing



(b) Y-axis response during increasing

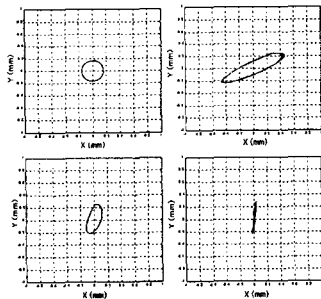


(c) Y-axis response during decreasing

Fig. 3 Experimentally observed vibration level

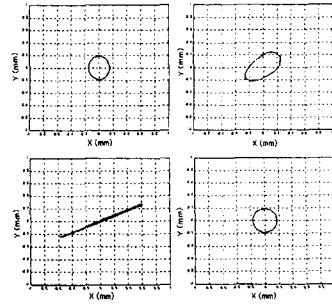
Fig. 3(a)에서 보는 바와 같이 X 방향의 응답은 간극의 변화에 대하여 큰 변화를 보이지 않지만 Fig. 3(b)의 Y 방향의 응답은 간극이 감소할수록 감소하는 경향을 보였다. 임계속도 범위에서 최대 응답은 간극의 크기를 초과한다. 이러한 경향은 회전자가 돌출부와 접촉하는 동안 축의 중심이 정상상태의 위치보다 낮은 위치로 이동한다는 사실을 보여준다. Fig. 3(c)는 감속상태의 응답으로서 2000 rpm 이하의 영역에서 크기가 가속의 경우보다 작은 것을 보여주고 있다. 이는 부분회전마멸 과정에서 도약현상(jump phenomenon)이 발생함을 의미한다.

Fig. 4(a)와 (b)는 임계속도 범위에서 0.1mm 간극에 대한 부분회전마멸의 궤적을 나타낸다. 0.1 mm 간극의 경우 임계속도 영역에서 경사각을 가진 타원형 궤적을 나타낸다. 그러나 임계속도 이후의 궤적은 회전자가 가속일 경우에 수직선을 나타낸다. Fig. 4(a)와 (b) 사이의 비교에서 같은 회전자속도 범위에서도 다른 궤적의 형태를 보이는데, 이것은 회전마멸이 발생하는 동안, 마찰과 접촉에 의한 비선형성이 있음을 보여주는 것이다.



(a) 0.1 mm clearance during increasing

(1500, 1600, 1750, 1900 rpm)



(b) 0.1 mm clearance during decreasing

(1850, 1650, 1550, 1450 rpm)

Fig. 4 Orbits (experiment)

4. 접촉모델

4.1 반발계수 모델

반발계수는 일반적으로 기계공학의 접촉문제 해석에 널리 이용되고 있다. 기본적으로 반발계수는 무한강성(infinite stiffness)과 유한감쇠(finite damping)를 갖는다고 가정하는 것이다. 단순한 반발계수를 이용한 모델은 부분회전마멸에서 적용해 볼 수 있다. Fig. 5는 실험과 부분마멸의 수치해석의 응답을 비교한 것이다. 계산과정은 기본적으로 Runge-Kutta 알고리즘을 이용하였다. 일반적인 Runge-Kutta 알고리즘과의 차이는 식(3)에서 반발계수의 비로 접촉 전과 후의 속도 변화를 고려한 것이다. 반발계수의 정의로부터 속도변화는 단지 Y 방향에만 적용된다. Fig. 5에서 Y 방향의 응답이 큰 차이를 보인다. 차이는 특히 임계속도보다 적은 속도 범위에서 0.05 mm의 베어링 간극에 기인한 것이다. 대신 고속영역에서의 응답은 실험과 잘 일치한다. Fig. 5에서 보듯이 반발계수의 값은 응답의 크기를 결정하는 중요한 요소가 아니다. Fig. 6은 반발계수를 이용하여 계산한 궤적을 보여준다. 이 경우 선회궤적은 거의 원형이나 일그러진 타원 형태를 볼 수 있다. 반발계수를 포함한 궤적의 형태는 수평방향으로 방해물에 의하여 형태가 무시되는 경향을 보여준다. Fig. 4의 실험적으로 관찰된 궤적과 비교해 보면 반발계수에 의한 수치해석 결과는 응답크기 계산에는 적합하나 부분마멸의 궤적형태를 계산하기에는 충분하지 못함을 보여주고 있다.

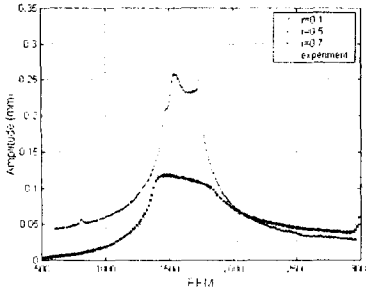


Fig. 5 Overall responses for the bounce model
(Y-axis response during increasing)

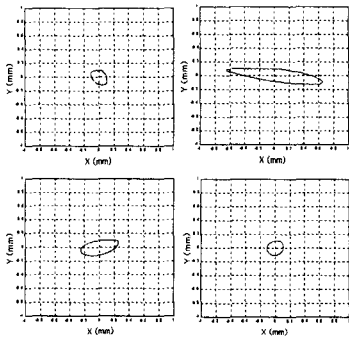


Fig. 6 Orbits (bounce model) for 0.1 mm clearance during increasing (1400, 1550, 1650, 1800 rpm)

4.2 편적선형 모델

편적선형 모델은 일반적으로 기계공학에서 접촉 문제에 자주 쓰이고 있다. 접촉과정에 대한 물리적 설명은 충분 할 수는 없으나 많은 경우 편적선형 모델을 이용한 수치해석결과가 실험결과와 잘 일치하고 있다. Fig. 7, 8, 9는 부분회전마멸의 실험결과와 편적선형 모델의 적절한 변수들을 찾기 위한 수치해석 결과이다. Fig. 7에서 보는 것처럼, 축의 강성의 2000배의 접촉강성 K 를 적용할 때 실험결과와 근접함을 보여주고 있다. 2000배는 돌출부를 봉으로 보고 $\frac{EA}{l}$ 라는 봉의 강성에서 추론 되었다. 2000배 보다 작은 접촉강성은 회전자의 속도가 증가할 때 임계속도에서 X 방향은 실험과 일치하지 않고 Y 방향은 발산하는 경향을 보였다. Fig. 8은 부분마멸이 발생할 때 편심거리의 영향을 보여주고 있다. 일반적으로 큰 편심거리는 X, Y

방향에 큰 응답을 보인다. 그러나 0.06 mm의 편심거리는 Fig. 8에서처럼 임계속도에서 발산하는 경향을 보여 주었다. 이것은 편심량이 커지면 혼돈응답이 발생할 가능성을 보여주는 것이다. Fig. 9는 마찰계수의 영향을 보여준다. 저속영역에서의 불일치가 베어링 간극에 기인함을 고려하면 실제적으로 잘 일치함을 보여준다. 다만 마찰계수의 변화가 전체 응답의 크기에 큰 영향을 못 미침을 알 수 있다. 편적선형 모델에 대하여 계산한 궤적은 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 4에서 실험적으로 관찰되어진 궤적과 수치해석에 의한 궤적은 편적선형 모델이 접촉현상을 잘 모델링할 수 있음을 보여준다. 기울기가 있는 타원형체의 경우 실험결과와 잘 일치하고 있다. 또한 Fig. 4(c)와 Fig. 10(a)에서와 같이 1900 rpm, 0.1 mm 간극의 경우, 가속과 감속이 서로 다른 응답이 존재함을 보여주고 있다. 실험결과와 수치해석으로부터 회전자의 속도가 가속 혹은 감속하는 동안, 회전궤적이 갑자기 변화하는 현상이 발생하는바, 이는 부분회전마멸에 강비선형이 있음을 의미한다.

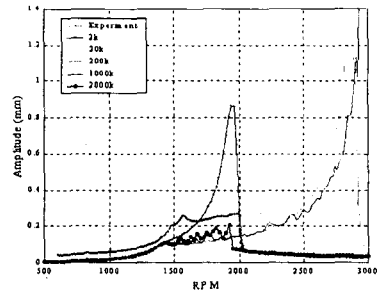


Fig. 7 Effects of contact stiffness of piecewise-linear model
(Y-axis response during increasing)

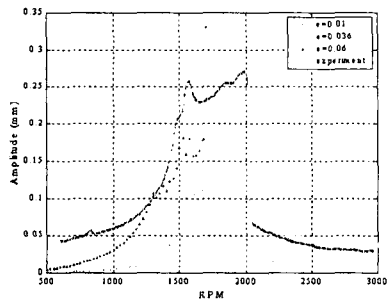


Fig. 8 Effects of eccentricity of piecewise-linear model
(Y-axis response during increasing)

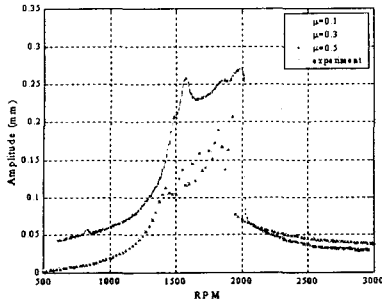
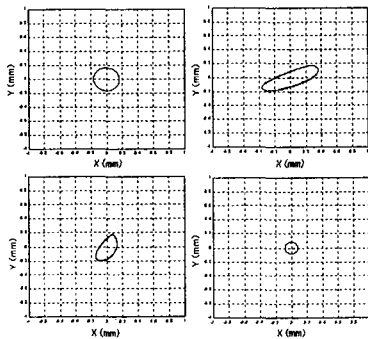
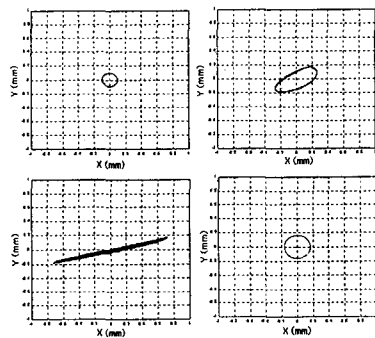


Fig. 9 Effects of μ for piecewise-linear model
(Y-axis response during increasing)



(a) 0.1 mm clearance during increasing
(1500, 1600, 1750, 1900 rpm)



(b) 0.1 mm clearance during decreasing
(1850, 1650, 1550, 1450 rpm)

Fig. 10 Orbits (piecewise-linear model)

5. 결 론

본 연구에서는 회전기계에서 회전자가 고정자와 선회계적 중 일부 구간에서 접촉하는 부분회전마

멸 현상에 대하여 실험과 수치해석을 통하여 아래와 같은 결론을 얻었다.

- 1) 부분회전마멸에 의한 회전자의 궤적은 접촉과 마찰에 기인한 강비선형성을 나타낸다.
- 2) 진동레벨과 선회계적형태를 볼 때 부분회전마멸 현상은 반발계수를 이용한 모델보다 편직선형 모델이 적합하다.
- 3) 부분회전마멸이 발생하면 도약현상과 고차 조화성분이 존재함을 확인 할 수 있었다.
- 4) 마찰계수는 수평방향에만 영향을 주고, 접촉 강성은 수직응답에만 영향을 준다.

후기

본 연구는 과학기술처의 특정연구개발사업(기계설비요소기술개발사업)으로 지원 되었습니다.

참고문헌

1. Beatty, R. F., "Differentiating rotor response due to radial rubbing," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 107, pp. 151-160. 1985.
2. Muszynska, A., "Partial lateral rotor to stator rubs," *ImechE C281/84*, pp. 327-335. 1984.
3. Xingjian, D., Xiaozhang, Z., and Zhaoxiong, J., "On the Vibration of Rotor With Rotor/Stopper Rubbing," *DETC99/VIB-8 274*, ASME, 17th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, 1999.
4. Yeon-Sun Choi, "Experimental investigation of Partial Rotor Rub," *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 11, 1250-1256. 2000.