

외팔보형 구조물의 편심축 회전운동 해석

°조지현*, 윤신일*, 한상보**

Analysis of Cantilevered Structure Rotating on an Eccentric Axis

Ji-Hyun Cho, Shinil Yun, Sangbo Han

ABSTRACT

A gyroscope is a rotating body possessing one axis of symmetry and whose rotation about the symmetry axis is relatively large compared with the rotation about any other axis. Tuning fork is this type of structure that various modern gyro-sensors are based on. In this paper, dynamic behavior of a cantilevered beam subjected to a base rotation with respect to the eccentric axis that is parallel to the beam axis is analyzed. The final equations of motion in terms of generalized coordinates can be solved with numerical scheme with various values of angular velocities and angular accelerations of the rotating axis. In contrast to the case of rotating cantilever beam like helicopter blade, the rotational motion with respect to the beam axis has effect to decrease the stiffness of the beam and has unstable region depending on the magnitude of the rotational angular velocity and angular acceleration.

부호설명:

- L: 보의 길이
- E_0 : 보의 탄성계수
- G: 보의 전단탄성계수
- ρ : 보의 단위 길이 당 질량
- A_0 : 보의 단면적
- I_2, I_3 : 단위벡터 \hat{b}_2, \hat{b}_3 방향에 대한 보의 단면 2 차모멘트
- α_2, α_3 : 전단면계수
- k: Saint-Venant 비틀림계수
- e_3 : 보의 길이방향축과 회전축 사이의 거리
- P_1 : 축방향 힘
- V_2, V_3 : 전단력
- T: 비틀림
- M_2, M_3 : 굽힘 모멘트
- k' : 유효 비틀림 상수

1. 서론

정밀기계 제작 및 전자제어 기술의 발달에 힘입어 초소형 정밀기기(MEMS)의 개발과 응용에 대한 관심이 높아지고 있다. 그와 더불어 휴대용 카메라, 자동차, 항공기 등 민간분야 뿐만 아니라 단거리 미사일, 위치 탐지 시스템 등 군수분야에서도 기계시스템의 운동을 측정하고 제어하기 위한

정밀성을 보장하면서도 부착이 용이한 초소형의 센서가 요구되고 있다. 특히 회전운동의 크기를 측정하기 위한 센서로 회전질량을 가진 기계적 자이로스코프, 광학 자이로스코프, 화이버 자이로스코프 등 여러 종류의 자이로 센서가 개발되고 있으나 저렴한 가격과 에너지를 거의 소모하지 않는다는 이점과 초소형 제작이 가능하다는 장점으로 MEMS 형(tuning fork) 자이로센서의 개발이 활발하게 이루어지고 있다.^{(1),(2)}

최근 일본을 중심으로 회전 각속도를 측정하기 위한 MEMS 형 자이로센서의 개발이 활발하게 이루어지고 있는데, 주로 음차 형태의 공진자를 사용하여 코리올리 효과에 의해 발생하는 음차의 변형을 측정하여 회전 각속도를 측정하고 있다. Momosaki 등⁽³⁾은 IEEE 에 발표된 논문을 통해 수정진동자로 제작된 음차를 사용해 코리올리효과를 바탕으로 제작된 기존 센서의 문제점을 해결하려 하였으나 적용 방법에 있어서의 구체적인 이유가 결여되었다. Abe 등⁽⁴⁾은 3 개의 날을 가진 삼지형태의 자이로 센서를 개발, 발표 하였으나 제작상의 특징 만을 강조 하였고, Ishida 와 Tomikawa⁽⁵⁾는 음차 부위의 질량 관성 모멘트를 증대시킨 형태의 음차를 발표했지만 성능 실험에 관한 보고에 지나지 않는다. 현재, 대부분 발표되고 있는 자이로 센서에 대한 연구 결과는 모두 동역학적 관점이 결여된 실험적 결과의 발표를 위주로 한 내용들이다. 이는 코리올리효과라는 기본개념을 바탕으로 하고 있다는 점에서는 차이점이 없으나 다양한 기하학적 형상으로 인하여 그 결과를 일반화 시키는 데 큰 어려움이 있다.

* 경남대학교 대학원 기계설계학과

** 경남대학교 기계자동화 공학부

회전운동을 하는 구조물로서 보의 동적 거동에 대한 논문은 국내외를 통하여 그 수를 소개하기 어려울 정도로 많다. 그 대표적인 논문으로는 회전하는 기저에 고정된 보의 거동을 인장변형 변수와 Cartesian 변형 변수를 동시에 사용하여 운동방정식을 선형화 한 Kane 등⁽⁶⁾의 논문이 있으며, 이를 계승한 H. H. Yoo⁽⁷⁾의 논문도 있다.

본 해석에서는 종 방향 축과 일정 거리만큼 떨어져 나란한 회전축에 대한 보의 회전 운동을 통해 음차의 동역학적 해석을 수행하였다. 먼저 보의 인장, 굽힘, 전단, 비틀림, 및 뒤틀림 모두를 고려한 일반적인 식을 유도하였고, 코리올리 효과를 파악하기 위해 전단효과와 비틀림 효과를 무시한 세장보 형태에 대해서 고려하였다.

2. 운동방정식

본 논문에 사용된 보의 균일한 등방성 재료이며, 단면은 정사각형으로 서로 대칭이며 일정하다. 따라서 단면의 도심과 탄성 축, 비틀림 축은 서로 일치한다. 본 해석의 목적은 편심축 회전을 하는 보의 인장, 굽힘, 전단 및 비틀림 효과를 고려한 운동방정식을 도출하는데 있다. Fig. 1 은 강체 A 에 고정되어 회전중심 O 에서 e_3 거리 만큼 떨어져서 회전하는 외팔보를 보여준다.

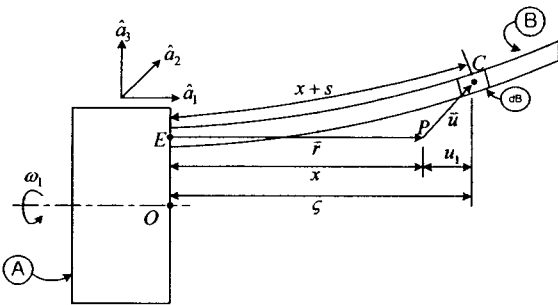


Fig. 1 Deformed structure with differential element

x 는 보의 고정 점 E로부터 임의의 질 점 P 까지의 거리이고, \vec{u} 는 그 질점에서의 탄성 변위를, s 는 보가 길이방향으로 신장된 길이를 나타낸다. $\vec{\omega}^A$ 는 강체 A 의 각속도를 나타내며, $\vec{\omega}^A$ 에 의한 E 점의 속도 \vec{v}^E 는 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{\omega}^A \underline{\Delta} \omega_1 \hat{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{v}^E = -e_3 \omega_1 \hat{a}_2 \quad (2)$$

보의 운동을 나타내기 위해 미소요소 dB 를 고려하면, dB 의 회전은 강체의 고정된 좌표계의 단위벡터 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 에 대한 미소요소에 고정된 좌표계의 단위벡터 $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3$ 의 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 회전으로 생각할 수 있다.

벡터 $\vec{r}, \vec{u}, \vec{e}$ 를

$$\vec{r} \underline{\Delta} x \hat{a}_1 \quad (3)$$

$$\vec{u} \underline{\Delta} u_1 \hat{a}_1 + u_2 \hat{a}_2 + u_3 \hat{a}_3 \quad (4)$$

$$\vec{e} \underline{\Delta} e_3 \hat{a}_3 \quad (5)$$

로 정의하면, 회전중심 O 에서 탄성중심 C 까지의 위치벡터 \vec{P}^{OC} 는 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{P}^{OC} &= \vec{P}^{OE} + \vec{P}^{EC} \\ &= \vec{P}^{OE} + \vec{r} + \vec{u} \\ &= \vec{P}^{OE} + (x + u_1) \hat{a}_1 + u_2 \hat{a}_2 + (u_3) \hat{a}_3 \quad (6) \end{aligned}$$

A 에 대한 미소요소의 방향 행렬은 1-2-3 회전 행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$R_B^A = R_{123}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (7)$$

C 점의 속도는

$$\begin{aligned} \vec{v}^C &= \frac{d\vec{P}^{OC}}{dt} = \vec{v}^E + {}^A\vec{v}^C + \vec{\omega}^A \times \vec{P}^{EC} \\ &= \dot{u}_1 \hat{a}_1 + [\dot{u}_2 - (e_3 + u_3)\omega_1] \hat{a}_2 + (\dot{u}_3 + u_2\omega_1) \hat{a}_3 \quad (8) \end{aligned}$$

여기서,

$${}^A\vec{v}^C = \frac{{}^A d^A \vec{v}^C}{dt}$$

이고, 미소요소 dB 의 각속도는

$$\begin{aligned} \vec{\omega}^{dB} &= \vec{\omega}^A + \vec{\omega}^{dB} = (\omega_1 c_2 c_3 + \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3 s_2) \hat{b}_1 \\ &+ [\omega_1 (s_1 s_2 c_3 - s_3 c_1) + (\dot{\theta}_2 c_1 + \dot{\theta}_3 s_1 c_2)] \hat{b}_2 \\ &+ [\omega_1 (c_1 s_2 c_3 + s_3 s_1) + (-\dot{\theta}_2 s_1 + \dot{\theta}_3 c_1 c_2)] \hat{b}_3 \quad (9) \end{aligned}$$

이다. 여기서,

$$s_i \triangleq \sin \theta_i$$

$$c_i \triangleq \cos \theta_i \quad (i=1,2,3)$$

을 나타낸다.

(8)식과 (9)식에 나타난 $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ 를 일반화 좌표계로 나타내기 위해 Kane 에 의해 제시된 다음과 같은 기하학적 조건을 사용하였고

$$x + s(x, t) = \int_0^x \left\{ 1 + \left[\frac{\partial u_2(\sigma, t)}{\partial \sigma} \right]^2 + \left[\frac{\partial u_3(\sigma, t)}{\partial \sigma} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} d\sigma \quad (10)$$

가정모드법을 사용하기 위한 변수는 아래와 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} s(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{1i}(x) q_i(t) \\ u_2(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{2i}(x) q_i(t) \\ u_3(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{3i}(x) q_i(t) \\ \theta_1(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{4i}(x) q_i(t) \\ \theta_2(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{5i}(x) q_i(t) \\ \theta_3(x, t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{6i}(x) q_i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

(11)식을 (8)식과 (9)식에 대입한 후, Maclaurin 급수와 q_1, \dots, q_{μ} 변수의 2 차항 이상을 무시하여 (8)식과 (9)식을 선형화 하면, 선형화된 편속도(partial velocity) \tilde{v}_i^C , C 의 속도 \tilde{v}^C , 편각속도(partial angular velocity) $\tilde{\omega}_i^{dB}$, 미소요소의 각속도 $\tilde{\omega}^{dB}$ 는 식(12)-(17)과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \tilde{v}^C &= \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{1j}(x) \dot{q}_j(t) \hat{a}_1 \\ &+ \left[\sum_{j=1}^{\mu} \phi_{2j}(x) \dot{q}_j(t) - \{e_3 + \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{3j}(x) q_j(t)\} \omega_1 \right] \hat{a}_2 \\ &+ \left[\sum_{j=1}^{\mu} \phi_{3j}(x) \dot{q}_j(t) + \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{2j}(x) q_j(t) \omega_1 \right] \hat{a}_3 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{v}_i^C &= [\phi_{1i}(x) - \sum_{j=1}^{\mu} (\beta_{ij} + \gamma_{ij}) q_j(t)] \hat{a}_1 \\ &+ \phi_{2i}(x) \hat{a}_2 + \phi_{3i}(x) \hat{a}_3 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{여기서, } \beta_{ij} = \int_0^x \phi_{2i}'(\sigma) \phi_{2j}'(\sigma) d\sigma \quad (14)$$

$$\gamma_{ij} = \int_0^x \phi_{3i}'(\sigma) \phi_{3j}'(\sigma) d\sigma \quad (i=1, \dots, \mu) \quad (15)$$

이다.

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}^{dB} &= [\omega_1 + \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{4j}(x) \dot{q}_j(t)] \hat{b}_1 \\ &+ [-\omega_1 \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{6j}(x) q_j(t) + \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{5j}(x) \dot{q}_j(t)] \hat{b}_2 \\ &+ [\omega_1 \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{5j}(x) q_j(t) + \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{6j}(x) \dot{q}_j(t)] \hat{b}_3 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_i^{dB} &= [\phi_{4i}(x) - \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{5j}(x) \phi_{6i}(x) q_j(t)] \hat{b}_1 \\ &+ [\phi_{5i}(x) + \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{4j}(x) \phi_{6i}(x) q_j(t)] \hat{b}_2 \\ &+ [\phi_{6i}(x) - \sum_{j=1}^{\mu} \phi_{4j}(x) \phi_{5i}(x) q_j(t)] \hat{b}_3 \end{aligned} \quad (17)$$

(i=1, \dots, \mu)

Kane 의 운동방정식⁽⁸⁾을 이용하면,

$$\tilde{F}_i^* + \tilde{F}_i = 0 \quad (i=1, \dots, \mu) \quad (18)$$

과 같이 되고 여기서 \tilde{F}_i^* 는 선형화된 i 번째 일반화 관성력이고, \tilde{F}_i 는 일반화 외력이다.

일반화 관성력 \tilde{F}_i^* 는

$$\begin{aligned} \tilde{F}_i^* &= \int_0^L \rho \tilde{v}_i^C \cdot \tilde{a}^C dx \\ &+ \int_0^L \tilde{\omega}_i^{dB} \cdot (\tilde{\alpha}^{dB} \cdot I + \tilde{\omega}^{dB} \times I \cdot \tilde{\omega}^{dB}) dx \end{aligned} \quad (19)$$

(i=1, \dots, \mu)

로 주어지는데, 여기서 ρdx 는 미소요소의 질량, $\tilde{I} dx$ 는 dB 의 관성 dyadic, \tilde{a}^C 는 C 점의 가속도, $\tilde{\alpha}^{dB}$ 는 dB 의 각속도를 나타내며, .

$$\tilde{I} dx \triangleq \rho (I_{11} \hat{b}_1 \hat{b}_1 + I_{22} \hat{b}_2 \hat{b}_2 + I_{33} \hat{b}_3 \hat{b}_3) \quad (20)$$

$$I_{22} = \frac{I_2}{A_0}, I_{33} = \frac{I_3}{A_0}, I_{11} = \frac{I_2 + I_3}{A_0} = I_{22} + I_{33} \quad (21)$$

이다.

일반화 외력은

$$\begin{aligned}
 F_i &= -\frac{\partial U}{\partial q_i} \\
 &= \sum_{j=1}^{\mu} \left\{ \int_0^L E_0 A_0 \phi_{1i}'(x) \phi_{1j}'(x) dx \right. \\
 &\quad + \int_0^L \frac{GA_0}{\alpha_3} [\phi_{5i}(x) \phi_{5j}(x) + \phi_{5i}(x) \phi_{3j}'(x) \\
 &\quad + \phi_{5j}(x) \phi_{3i}'(x) + \phi_{3i}'(x) \phi_{3j}'(x)] dx \\
 &\quad + \int_0^L \frac{GA_0}{\alpha_2} [\phi_{6i}(x) \phi_{6j}(x) - \phi_{6i}(x) \phi_{2j}'(x) \\
 &\quad - \phi_{6j}(x) \phi_{2i}'(x) + \phi_{2i}'(x) \phi_{2j}'(x)] dx \\
 &\quad + \int_0^L Gk \phi_{4i}'(x) \phi_{4j}'(x) dx \\
 &\quad + \int_0^L E_0 I_2 \phi_{5i}'(x) \phi_{5j}'(x) dx \\
 &\quad \left. + \int_0^L E_0 I_3 \phi_{6i}'(x) \phi_{6j}'(x) dx \right\} q_j \\
 &\quad (i = 1, \dots, \mu)
 \end{aligned} \tag{22}$$

로 주어지는데 여기서,

$$\begin{aligned}
 U &= \int_0^L \frac{(P_1)^2}{2E_0 A_0} dx + \int_0^L \frac{\alpha_2 (V_2)^2}{2GA_0} dx + \int_0^L \frac{\alpha_3 (V_3)^2}{2GA_0} dx \\
 &\quad + \int_0^L \frac{(T_1)^2}{2GK} dx + \int_0^L \frac{(M_2)^2}{2E_0 I_2} dx + \int_0^L \frac{(M_3)^2}{2E_0 I_3} dx
 \end{aligned} \tag{23}$$

이다. 일반화 외력 \tilde{F}_i 를

$$\tilde{F}_i = \sum_{j=1}^{\mu} H_{ij} q_j \quad (i = 1, \dots, \mu) \tag{24}$$

로 표현하면

$$\begin{aligned}
 H_{ij} &\triangleq \int_0^L \{ E_0 A_0 \phi_{1i}'(x) \phi_{1j}'(x) \\
 &\quad + \frac{GA_0}{\alpha_3} [\phi_{5i}(x) \phi_{5j}(x) + \phi_{5i}(x) \phi_{3j}'(x) \\
 &\quad + \phi_{5j}(x) \phi_{3i}'(x) + \phi_{3i}'(x) \phi_{3j}'(x)] \\
 &\quad + \frac{GA_0}{\alpha_2} [\phi_{6i}(x) \phi_{6j}(x) - \phi_{6i}(x) \phi_{2j}'(x) \\
 &\quad - \phi_{6j}(x) \phi_{2i}'(x) + \phi_{2i}'(x) \phi_{2j}'(x)] \\
 &\quad + Gk \phi_{4i}'(x) \phi_{4j}'(x) + E_0 I_2 \phi_{5i}'(x) \phi_{5j}'(x) \\
 &\quad + E_0 I_3 \phi_{6i}'(x) \phi_{6j}'(x) \quad (i, j = 1, \dots, \mu)
 \end{aligned} \tag{25}$$

로 주어진다. 따라서, 일반화좌표로 표현된 보의 운동방정식은

$$M\ddot{q} + G\dot{q} + Kq = F \tag{26}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, M 은 질량 행렬, G 는 자이로 행렬, K 는 강성행렬 이며 각각의 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 M_{ij} &= W_{11ij} + W_{22ij} + W_{33ij} \\
 &\quad + Y_{44ij} + Y_{55ij} + Z_{44ij} + Z_{66ij}
 \end{aligned} \tag{27}$$

$$G_{ij} = 2\omega_1 (W_{32ij} - W_{23ij}) \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
 K_{ij} &= -\omega_1^2 (W_{22ij} + W_{33ij} - Y_{55ij} - Z_{66ij}) \\
 &\quad + \dot{\omega}_1 (W_{32ij} - W_{23ij} - Y_{65ij} - Y_{56ij}) + H_{ij}
 \end{aligned} \tag{29}$$

$$F_i = -[\dot{\omega}_1 (Z_{4i} + Y_{4i}) - e_3 (\dot{\omega}_1 W_{2i} + \omega_1^2 W_{3i})] \quad (i, j = 1, \dots, \mu) \tag{30}$$

또한, 위 행렬식들에 포함되는 모드함수들의 적분값들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 W_{kl ij} &\triangleq \int_0^L \rho \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx \\
 W_{ki} &\triangleq \int_0^L \rho \phi_{ki}(x) dx \\
 Y_{kl ij} &\triangleq \int_0^L \rho I_{22} \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx \\
 Y_{ki} &\triangleq \int_0^L \rho I_{22} \phi_{ki}(x) dx \\
 Z_{kl ij} &\triangleq \int_0^L \rho I_{33} \phi_{ki}(x) \phi_{lj}(x) dx \\
 Z_{ki} &\triangleq \int_0^L \rho I_{33} \phi_{ki}(x) dx
 \end{aligned} \quad (i, j = 1, \dots, \mu; k, l = 1, \dots, 6) \tag{31}$$

3. 굽힘만을 고려한 운동방정식

축방향 회전운동에 의한 보의 굽힘진동에 대한 거동을 살펴보기 위하여 축방향 인장과 전단효과, 회전관성의 효과를 무시하면 보의 굽힘방향 운동에 관한 식은 다음과 같이 주어진다.

• u_2 방향

$$\begin{aligned}
 W_{22ij} \ddot{q}_j(t) - 2\omega_1 W_{23ij} \dot{q}_j(t) + [-\omega_1^2 W_{22ij} - \dot{\omega}_1 W_{23ij} \\
 + \int_0^L E_0 I_3 \phi_{2i}''(x) \phi_{2j}''(x) dx] q_j(t) = e_3 \dot{\omega}_1 W_{2i}
 \end{aligned} \tag{32}$$

• u_3 방향

$$W_{33ij} \ddot{q}_j(t) + 2\omega_1 W_{32ij} \dot{q}_j + [-\omega_1^2 W_{33ij} + \dot{\omega}_1 W_{32ij}] q_j(t) + \int_0^t E_0 I_2 \phi_{3i}''(x) \phi_{3j}''(x) dx q_j(t) = e_3 \omega_1^2 W_{3i} \quad (33)$$

$(i, j = 1, \dots, \mu)$

4. 운동 방정식에 대한 고찰

식 (32)와 (33)은 보의 길이 방향으로 나란한 축에 대한 회전운동으로 인한 보의 굽힘 방향에 대한 선형화된 운동방정식을 나타내고 있다. 일반적으로 시간의 함수로 주어지는 각속도와 각가속도에 대하여 닫힌 형태의 운동방정식에 대한 해를 구할 수 없으며 이 경우 운동방정식의 해는 수치적 방법을 사용하여야 한다. 그러나 위 방정식들에 대한 본격적인 해를 구하기 전에 위 방정식의 형태로부터 축방향 회전운동을 하고 있는 보의 굽힘방향 거동에 대한 정성적인 특성들을 몇 가지 파악해 볼 수 있다.

우선, 보의 회전으로 인한 굽힘 강성의 변화를 알 수 있는데 회전각속도와 회전각가속도의 변화에 따라 강성이 증가되기도 할 뿐만 아니라 감소할 수도 있다는 것을 알 수 있다. 만일 회전각속도가 일정한 경우에는 동적강성이 각속도의 크기의 제곱에 비례하여 감소한다는 것을 알 수 있는데 이것은 보가 축과 수직인 방향으로 일정한 각속도로 회전할 때 축방향 인장으로 인하여 동적 강성의 크기가 증가하는 것과는 다른 모습을 보이고 있다는 것이다. Fig. 2 는 일정한 크기의 각속도로 회전하는 보에 대하여 굽힘강성의 크기 감소로 인한 고유진동수의 감소 경향을 나타낸 그림이다. Fig. 2의 경향은 보의 고유진동수에 대하여 회전각속도의 크기가 상대적으로 작은 값을 가질 때의 경우로서 보의 굽힘방향 거동이 안정된 거동을 보일 때의 경우이다. 보의 운동방정식으로부터 계의 안정성 여부를 파악할 수 있는데 자이로스코프 항이 보의 운동에 기여하는 일율은 자이로행렬의 반대칭 특성에 의하여 항상

$$\sum_{i=1}^{\mu} (-\sum_{j=1}^{\mu} G_{ij} \dot{q}_j) = -\sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu} G_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j = 0$$

이 된다. 다시 말하면 코리올리력이 계에 대하여 하는 일은 없다는 것이다. 따라서 계의 안정성 여부는 위치에너지를 값에 따라 결정된다. 즉, 계의 위치에너지가 양의 한정일 때는 코리올리항과 관계없이 계가 안정하고 계의 위치에너지가

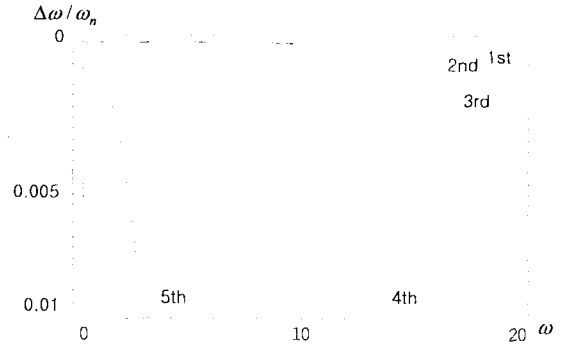


Fig. 2 Decrement of natural frequency of the first five bending modes of the beam with increasing constant angular velocity.

양의 반한정이나 음의 한정일 경우 계가 불안정한 거동을 보이게 된다. 식(32), (33)에서 계의 위치에너지를 결정시켜주는 항은 K 행렬에 의해 좌우된다는 것을 알 수 있으며, 이는 회전 각속도와 회전각 가속도의 크기에 따라 결정되게 된다.

5. 결론

주어진 회전각속도와 회전각가속도로 축방향 회전운동을 하는 보에 대하여 Kane의 운동방정식을 적용하고 가정모드법을 사용하여 선형화된 운동방정식을 도출하였다. 본 논문에서 사용된 운동방정식의 정식화 방법은 외팔보의 지지점 임의의 운동을 하는 경우에 대해서도 확장될 수 있으며 음차의 운동방정식을 도출하는데 직접 적용될 수 있다. 가정모드법을 사용하여 일반화좌표의 항으로 표현된 최종적인 형태의 운동방정식은 Runge-Kutta 법과 같은 수치적 방법을 사용하여 축방향 회전각속도와 회전각가속도의 영향에 대한 보의 거동을 예측하는데 사용될 수 있다. 축방향 회전운동을 하는 보의 경우 헬기의 블레이드와 같은 회전 외팔보와는 다른 특성을 보이고 있다는 것을 알 수 있는데, 이는 동적 강성이 후자의 경우 증가하는데 반하여 전자의 경우에는 감소한다는 것이다. 따라서 회전각속도와 회전각가속도의 크기에 따라 보의 거동이 불안정해지는 영역이 발생할 수 있다. 안정성 영역의 판별은 운동방정식으로부터 Routh 항을 찾아내어 판별할 수도 있으나 코리올리항이 계의 에너지에 기여하는 점이 없다는 사실로부터 보의 강성항의 특성만을 사용하여 손쉽게 판별할 수 있다.

6. 참고문헌

- (1) Paul B. Ruffin, 2000, "Progress in the development of gyroscopes for use in tactical weapon systems", Proc. of SPIE Vol. 3990, Smart Electronics and MEMS, p. 2~12
- (2) J. N. Schoess, D. Arch, W. Yang, C. Cabuz, B. Hocker, B. Johnson, M. Wilson, 2000, "MEMS sensing and control: An aerospace perspective", Proc. of SPIE Vol. 3990, Smart Electronics and MEMS, p. 22~27
- (3) E. Momosaki, T. Kaneko, T. Shimoda, 1995, "A study of Quartz Tuning Fork Resonators in the second Flexural Mode", IEEE Transaction on ultrasonics ferroelectrics and frequency control. Vol. 42, No.3, p.443~450
- (4) M. Abe, E. Shinohara, K. Hasegawa, S. Murata, M. Esashi, 2000, "Trident-type Tuning Fork Silicon Gyroscope by The Phase Difference Detection", IEEE, p. 508~513
- (5) N. Ishida, Y. Tomikawa, 1999, "Basic Consideration of Trident-Type Tuning Fork Accelerometers Using Coriolis Force Phenomenon", Jpn. J. of Appl. Phys. Vol. 38 p. 3228~3232
- (6) T. R. Kane, R. R. Ryan, A. K. Banerjee, 1987, "Dynamics of a Cantilever Beam Attached to a Moving Base", J. of Guidance, Vol. 10, No. 2, p.139~151
- (7) H. H. Yoo, R. R. Ryan, R. A. Scott, 1995, "Dynamics of flexible beams undergoing overall motions", J. of Sound and Vibration, 181(2), p. 261~278
- (8) T. R. Kane, D. A. Levinson, 1985, Dynamics: Theory and Applications", McGraw-Hill, New-York, p.158