

# 곡선부 궤도의 최소좌굴강도 추정식의 개발

## Development of Empirical Equation for Prediction of Minimal Track Buckling Strength

양 신 추\* · 김 은\*\* · 이 지 하\*\* · 신 정 렬\*\*  
Yang, Sin-Chu · Kim, Eun · Lee, Jee-Ha · Shin, Jung-Ryul

### ABSTRACT

In this study, a empirical equation which can be feasibly used to evaluate minimal track buckling strength without exact numerical analysis is presented.

Parameter studies are carried out to investigate the effects of the individual factor on buckling strength. In order to simulate track buckling in the field as precisely as possible, a rigorous buckling model which accounts for all the important parameters is adopted. A empirical equation for prediction of minimal track buckling strength is derived by taking nonlinear regression of data which are obtained from numerical analyses. Its characteristics and applicability are investigated by comparing the results by the presented equation with the one by the equation which was presented in japan, and is frequently using in korea when designing track structure.

*Keywords:* empirical equation, minimal track buckling strength, buckling model, nonlinear regression

### 1. 서 론

본 연구에서는 궤도좌굴의 발생에 영향을 미치는 레일의 온도, 궤도의 종·횡저항력, 레일종류, 곡선반경, 체결구 회전강성, 궤도수직지지강성, 궤도틀림 등뿐만 아니라 차광하중까지 고려하여 매개변수연구를 수행하였다. 또한 수치해석으로부터 얻어진 곡선반경과 도상횡저항력에 대한 하좌굴 온도의 해석결과들을 회귀분석함으로써 현장실무자가 쉽게 사용할 수 있는 최소좌굴강도 추정식을 도출하였다. 본 연구에서 제시한 추정식과 일본에서 사용하고 있는 간략식을 비교한 결과 좌굴 발생이 쉽게 일어날 수 있는 조건을 고려하여 만든 본 연구에서의 추정식이 최소좌굴강도를 안전측으로 평가함을 알 수 있었다.

### 2. 급곡선부 궤도 좌굴 해석

#### 2.1 궤도좌굴에 미치는 영향인자의 해석모델링

##### 가. 도상저항력

도상저항력은 침목의 형상, 무게, 길이 및 재질, 침목의 간격, 도상 다짐정도, 도상의 형상, 크기, 입도분포, 도상어깨의 높이 및 폭 등과 같은 다수의 인자들에 의하여 영향을 받으므로 동일 궤도 유형에 대해서도 변화의 폭이 매우 크다. 그러나 도상저항력은 현장측정 결과에 의하면 그림 1에

\* 한국철도기술연구원 책임연구원, 궤도시스템연구팀장

\*\* 한국철도기술연구원 주임연구원

서 나타낸 바와 같이 초기 미소변위에 대해서는 탄성거동을 보이다가 일정 변위 이상에서 연화현상(Strain-softening)에 의하여 저항력이 어느 정도 감소하다 일정하게 되는 거동을 보이는 것을 알 수 있다. 지금까지 많은 해석에서는 해석의 단순화를 위하여 일정 변위 이상에서 도상저항력이 일정하게 되는 탄소성거동(Elasto-Plastic)의 모형을 사용하였지만, 본 연구에서는 실제거동을 비교적 정확히 나타낼 수 있도록 하기 위하여 연화현상을 고려한 모델링을 사용하였다. 모델링에 필요한 인수  $F_p$ ,  $F_L$ 은 각 매개변수 연구에서 자유롭게 변화하는 것으로 가정하였지만 한계탄성변위  $W_p$ 는 2mm로 고정되는 것으로 하였다.

수직하중(차량하중)이 있는 모델을 나타낼 경우 도상저항력은 침목저부의 마찰력의 증감으로 인하여 변화하는데, 이러한 관계식은 그림 1과 같이 수평 및 수직응력 관계를 나타내는 모어콜롬(Mohr-Columb)모델링 이론<sup>(1)</sup>을 사용하였다.

그림 1에서  $S_{vert}$ 는 수직하중을 나타내고,  $C$ 는 수직하중이 존재하지 않을 경우의 항복강도  $S_{max}$ 값을 나타내며,  $\tan \phi$ 는 도상과 침목저부의 마찰계수이고,  $S_{residu}$ 는 궤도가 상향으로 돌릴 경우의 도상저항력을 나타낸다.

#### 나. 궤도틀림

곡선부에서 궤도틀림은 그림 2와 같이 궤도틀림 길이  $\lambda$ 와 진폭  $\delta$ 로 정의할 수 있다. 파장의 길이가  $2\lambda_0$ 이고 진폭이  $\delta_0$ 인 궤도틀림이 있을 때 온도변화가 생기면 종방향으로 신축에 저항하는 종저항력( $\bar{P}$ )이 발생하고 레일의 횡변위를 구속하는 횡저항력이 작용하게 된다. 계산의 편의를 위해 그림 3에서 종방향의 변위가 무시되는 좌굴영역(buckled zone)과 횡방향의 변위가 무시되는 근접영역(adjoining zone)으로 나누어 계산한다.

#### 다. 비틀림 강성

비틀림 저항은 평면상에서의 비틀림에 대한 저항으로서 체결구 내에 묶여있는 레일의 비틀림에 대한 저항을 나타낸다. 비틀림 저항에 대한 데이터는 매우 적으나 체결 시스템의 형상, 침목 그리고 베이스플레이트의 형상 등에 크게 좌우되는 것으로 보고되고 있다. 본 연구에서 비틀림강성은 체결구의 비틀림강성, 침목의 굽힘강성과 체결구의 종방향 강성이 포함된 등가비틀림강성을 사용하였는데<sup>(1)</sup>, 그 식은 다음과 같이 나타내진다.

$$S_t = \frac{1}{\frac{1}{S_t^*} + \frac{h}{6E_s I_s} + \frac{4}{K_f h^2}} \quad (1)$$

여기서  $S_t^*$ : 체결구 비틀림강도,  $h$ : 궤간,  $E_s$ : 침목의 탄성계수,  $I_s$ : 침목의 단면계수,  $K_f$ : 체결구의 종방향 강도이다.

#### 라. 종저항력

종방향의 변위가 큰 경우는 종저항력을 보통 탄소성거동을 갖는 쌍일차스프링(Bilinear Spring)을 사용하여 모형화하나 궤도좌굴시에는 종방향변위가 크지 않기 때문에 본 연구에서는 탄성스프링으로 모형화한다.

#### 마. 차량하중

그림 3은 실제의 차량하중이 가해지는 부분에 대한 개념도로서 차량의 축중 작용에 따른 레일

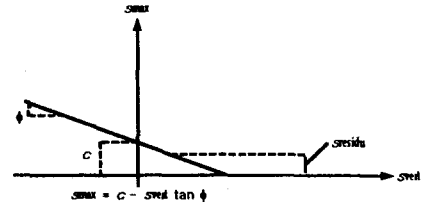


그림 1 항복강도  $S_{max}$ 와 수직하중의 관계

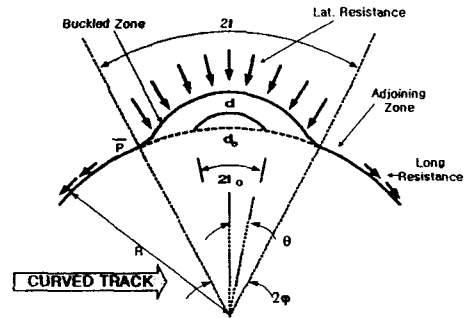


그림 2 곡선부에서의 궤도틀림 정의

의 변위 형상을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 차량과 차륜 사이의 공간에서는 레일이 상향으로 올라가는 현상이 나타나게 된다. 이러한 부분은 차량하중에 의한 레일거동의 특성으로서, 레일의 부상에 의하여 도상횡저항력이 급격한 저하를 유발한다. 본 연구에서는 차량하중을 일정한 배열을 갖는 축중으로 모형화하였다. 차량하중이 작용하여 궤도가 부상하는 개소의 도상저항력은 그림 2에서 나타낸 모어-콜롬(Mohr-Columb) 모델링을 사용하여 모형화하였다.

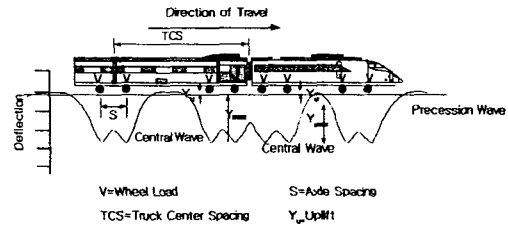


그림 3. 차량하중 재하시 궤도틀림

## 2.2 해석 프로그램 CWERRI

장대레일의 좌굴에 대한 해석은 CWERRI 프로그램<sup>(1)</sup>을 사용하였다. CWERRI는 도상궤도나 교량 등 구조물에 부착되어 있는 궤도에 대한 장대레일의 안정성을 검토할 수 있다, 프로그램 CWERRI에서는 두개의 구조요소를 사용하고 있다. 하나는 보요소(beam element)로서 레일, 침목, 교량 및 교각이나 교대의 모델링에 사용하며, 다른 하나는 스프링 요소로서 구조간의 상호작용을 모사하는 체결구, 도상 그리고 지점 등에 사용된다. 이들 두 요소를 사용하면 장대레일의 좌굴 해석을 위한 충분한 모델링을 수행할 수 있다.

## 2.3 해석조건

### 가. 곡선반경 R

국내 철도에서 주로 나타나는 곡선반경인 300m~700m구간 내의 값을 사용하였고, 100m씩 증가시킨 값을 적용하여 곡선반경의 변화에 따른 좌굴은도의 영향에 대하여 파악하였다.

### 나. 도상저항력 g

도상저항력을 400kg/m~1300kg/m까지 증가시키며 해석을 수행하였다.

### 다. 궤도틀림

궤도틀림은 궤도틀림 길이( $\lambda$ )와 진폭( $\delta$ )으로 정의된다. 본 연구에서는, 궤도틀림 길이  $\lambda$ 는 3m, 5m, 7m 및 10m로 설정하였고, 궤도틀림의 진폭  $\delta$ 는 3, 5, 7mm를 대상으로 하였다. 설정된 궤도틀림의 길이와 진폭은 국철의 궤도정비기준을 참고로 하여 설정하였다.

### 라. 궤도

단위 길이당의 궤도에 대한 각 방향의 강성은 표 1의 값을 사용한다.

표 1. 궤도지지강성

종강도	수직강도	등가비틀림강도
6,000,000N/m	200,000,000N/m	114,688.794Nm/rad

CWERRI 프로그램에서 침목과 침목에 체결되는 2개의 체결구는 1개의 스프링요소로 모델링한다.

### 마. 침목

침목은 국철 연속식 84년형을 사용하였는데, 침목의 중앙부에서의 단면제원과 침목에 대한 각 상수들은 표 2와 같다.

표 2. 침목의 제원 및 물성치

상면폭	저면폭	높이	$\sigma_{ck}$
160mm	220mm	170mm	500 kg/cm <sup>2</sup>
체결구의 비틀림강도	침목의 탄성계수	침목의 단면계수	종방향강도
58732.77Nm/rad	$3.354 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>	$7.779 \times 10^{-5}$ m <sup>4</sup>	6,000,000N/m

### 바. 체결장치

체결장치는 체결시스템의 거동에 대한 실험 결과에 의해 선형 탄성스프링으로 모델링한다. 등가 비틀림강도의 계산에 사용되는 체결구의 비틀림강도는 위의 표 2에 제시한 바와 같다.

### 사. 차량

차량은 축중 21.0ton, 대차간격 13.0m, 축간거리 1.676m인 화차 컨테이너카를 대상으로 하였다.

### 3. 궤도좌굴에 미치는 영향인자의 분석

#### 3.1 상, 하좌굴온도의 정의

일반적으로 좌굴이 발생하는점에 대응하는 온도,  $T_{max}$ 를 상좌굴온도라 정의하며, 에너지 평형이 이루어지는 점에 대응하는 온도, 즉 이론상 좌굴이 발생하지 않는 온도,  $T_{min}$ 를 하좌굴온도라 정의한다.<sup>(3)</sup>

#### 3.2 하좌굴온도의 변화 경향

좌굴이 발생하기 쉬운 궤도틀림조건( $\lambda=3m$ ,  $\delta=7mm$ )에 대하여 도상저항력이 400, 500, 600, 700, 900, 1100, 1300kg/m인 7가지 경우에 대한 곡선반경별 하좌굴온도를 그림 4에 나타내었다. 이 결과로부터 곡선반경의 증가에 따라 도상저항력에 관계없이 거의 일정한 형상을 유지하면서 증가하는 것을 알 수 있다.

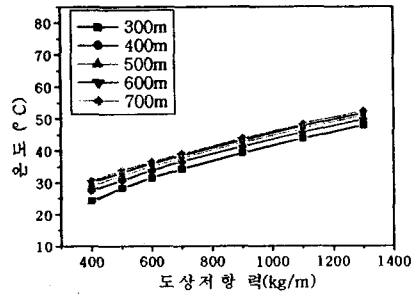
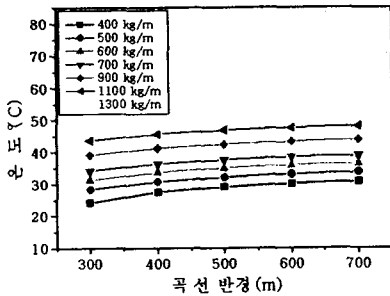


그림 4 곡선반경에 따른 하좌굴온도의 변화      그림 5.도상저항력에 따른 하좌굴온도의 변화

또한 같은 궤도틀림조건에 대하여 곡선반경이 300, 400, 500, 600, 700m등 4가지 경우에 대하여 도상저항력에 따른 하좌굴온도를 나타낸 그림 5로부터, 곡선반경에 따른 결과와 유사하게 일정한 형상을 유지하면서 증가하는 것을 알 수 있다. 이 결과로부터 도상저항력이 어느 정도 큰 경우 하좌굴온도는 도상저항력의 증가에 따라 곡선반경에 관계없이 선형적으로 증가하기 때문에 곡선반경이 적은 급곡선 구간을 장대화할 경우도 도상저항력을 증가시키면 좌굴안전성을 충분히 확보할 수 있음을 알 수 있다.

### 4. 궤도 하좌굴온도의 추정식의 도출

본 연구에서는 안전측의 좌굴강도식을 제안하기 위해서 궤도틀림조건에 대한 현장의 궤도틀림중 비교적 짧은 3m로 하고, 진폭은 보선규정상 줄틀림 관리기준치(이 이상의 궤도틀림이 발생할 경우 궤도보수가 행해짐)인 7mm로 하여 곡선반경과 도상저항력의 함수로 나타내지는 최소좌굴강도의 추정식을 도출하였다. 그림 4에 나타낸 곡선반경에 따른 하좌굴온도를 비선형 회귀분석하면 그림 6과 같은 결과를 얻을 수 있다. 이들 결과로부터 도상저항력이 주어지면 하좌굴온도는 곡선반경의 함수인 다음 유형의 식으로 잘 나타낼 수 있음을 알 수 있다.

$$T_{min} = a(g)\{R - b(g)\}^{c(g)} \quad (2)$$

여기서  $a(g)$ ,  $b(g)$ ,  $c(g)$ 는 도상저항력의 함수들이다.

도상저항력의 함수인  $a(g)$ ,  $b(g)$ ,  $c(g)$ 의 결정은 다음과 같은 과정을 통하여 결정할 수 있다. 먼

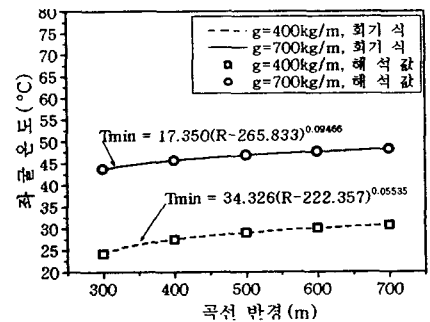
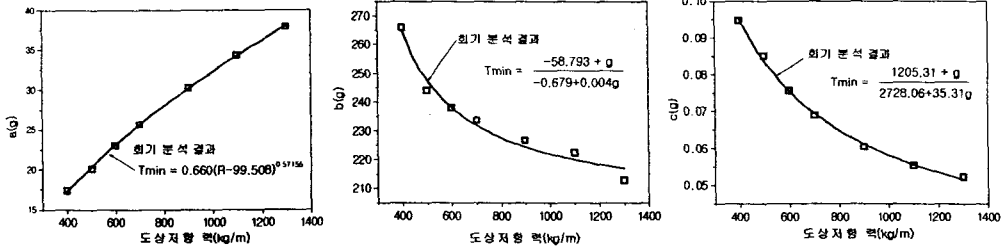


그림 6. 곡선반경에 따른 좌굴온도의 비선형 회귀분석

저 도상저항력이 400, 500, 600, 700, 900, 1100, 1300kg/m인 경우에 대하여 앞서와 같이 회귀분석한다. 다음으로 각 경우에 얻어진 a, b, c 값들을 그림 7과 같이 각각 도상저항력에 따른 값들로 나타낸다. 마지막으로 이들을 적절히 나타낼 수 있는 상수를 포함한 함수형태들을 찾아내고, 각 상수들은 다시 회귀분석함으로써 찾아낸다. 이러한 과정을 통하여 얻어진 a(g), b(g), c(g)는 다음과 같다.

$$a(g) = 0.660(R - 99.508)^{0.57155}, \quad b(g) = \frac{-58.793 + g}{-0.679 + 0.0049g}, \quad c(g) = \frac{1205.31 + g}{2728.06 + 35.31g} \quad (3)$$



(a) a(g)의 회귀분석 (b) b(g)의 회귀분석 (c) c(g)의 회귀분석  
그림 7. 도상저항력에 따른 a(g), b(g), c(g)의 비선형 회귀분석

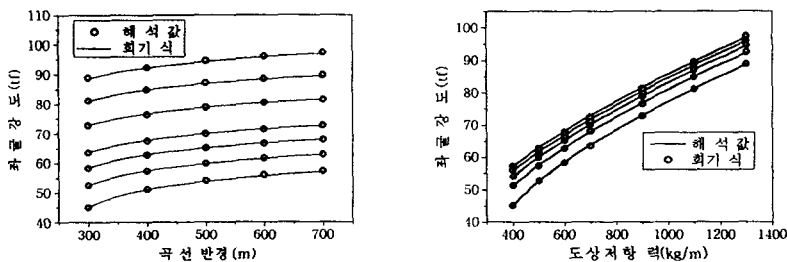
이제 곡선반경과 도상저항력이 주어지면 하좌굴온도는 식 (2)를 사용하여 추정할 수 있고, 하좌굴온도,  $T_{min}$ 에 대한 최소좌굴강도는 다음 식으로 주어진다.

$$P_t = EA\alpha T_{min} = EA\alpha a(g)(R - b(g))^{c(g)} \quad (4)$$

$$= 0.660EA\alpha(R - 99.508)^{0.57155} \left( R - \frac{-58.793 + g}{-0.679 + 0.0049g} \right)^{\frac{1205.31 + g}{2728.06 + 35.31g}}$$

여기서 E는 레일의 탄성계수이고, A는 레일의 단면적이며,  $\alpha$ 는 레일의 열팽창계수이다.

추정식의 정확도를 검증하기 위하여 곡선반경에 따른 하좌굴온도의 변화를 나타낸 그림 10과 도상저항력에 따른 하좌굴온도를 나타낸 그림5의 결과를 좌굴강도로 환산하고 식(3)의 추정식으로 구한 결과들을 함께 나타내면 그림 8과 같다. 이들 결과로부터 제시한 추정식에 의한 값들과 해석에서 얻은 값들은 곡선반경 및 도상저항력에 따라 거의 일치하는 것을 알 수 있다.



(a) 곡선반경에 따른 최소좌굴강도 (b) 도상저항력에 따른 최소좌굴강도

그림 8. 해석 및 추정식 의한 최소좌굴강도의 비교

한편, 일본의 유도상궤도 설계기준<sup>(2)</sup>에서 정한 궤도의 최저좌굴강도 약산식은 국내에서 지금까지 궤도의 좌굴안전 검토시 자주 사용하고 있는 식으로서 아래와 같다.

(i)  $R \leq R_0$  인 경우

$$P_{11} = 11.6 J^{0.374} g_0^{0.534} - a J^b g_0^c / R \quad (5-a)$$

(ii)  $R \geq R_0$  인 경우

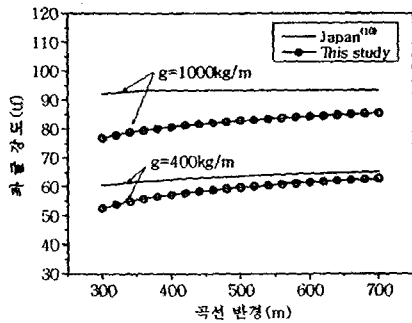
$$P_{12} = 10.6 J^{0.388} g_0^{0.521} \quad (5-b)$$

여기서  $R_0$ 는 다음의 식으로 나타나며,

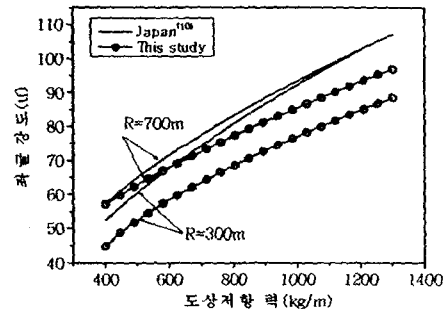
$$R_o = \frac{a J^b g_o^c}{11.6 J^{0.374} g_o^{0.534} - 10.6 J^{0.388} g_o^{0.521}} \quad (5-c)$$

$P_m$ (kN)은 파수  $n$ 의 좌굴파형에 의한 궤도의 최저좌굴강도이고,  $J$ ( $cm^4$ )는 수직축에 대한 레일의 단면2차모멘트이며,  $g_o$ (N/cm)는 도상횡저항력이고,  $R$ (m)은 곡선반경이며  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 는 상수들로서 60kg 레일에 대해서는 각각 109.0, 1.04, -0.186을 사용한다.

이 약산식과 본 연구에서 제안한 추정식과 비교하기 위하여 도상저항력이 400, 1000kg/m인 경우에 곡선반경에 따른 최소좌굴강도를 그림 9-(a)에 나타내었고, 곡선반경이 300, 700m인 경우에 도상횡저항력에 따른 최소좌굴강도를 그림 9-(b)에 나타내었다. 이들 결과로부터 문헌<sup>(2)</sup>에서 제안한 약산식과 본 연구에서 제시한 추정식과는 많은 차이가 발생하는 것을 알 수 있다. 이러한 차이는 곡선반경이 작을수록, 그리고 도상저항력이 클수록 크게 발생하는 것을 알 수 있는데, 주요 원인은 문헌에서 제안한 약산식에서는 차량하중에 의한 궤도의 들림(Uplift) 현상이 반영되지 않았고, 또한 좌굴전 궤도틀림도 본 연구에서 처럼 좌굴발생이 쉽게 일어날 수 있는 조건이 반영되지 않았기 때문으로 생각된다. 이외에도 도상저항력의 모델링, 궤도 중 및 수직방향 지지계수, 비틀림 강성 등의 차이에서도 그 원인이 있는 것으로 판단된다.



(a) 곡선반경에 따른 좌굴강도비교



(b) 도상저항력에 따른 좌굴강도비교

그림 9. 일본의 최저좌굴강도 약산식과 본 연구에서 제안한 약산식과의 비교

## 5. 결론

곡선반경과 도상횡저항력에 대한 하좌굴은도의 수치해석결과들을 비선형 회귀분석함으로써 현장실무자가 쉽게 사용할 수 있는 최소좌굴강도 추정식을 도출하였다. 제시한 추정식에 의한 최소좌굴강도는 곡선반경 300~700m, 도상저항력 400~1300kg/m에서 해석과정을 통한 결과들과 정확하게 일치하는 것을 알 수 있었다. 제시한 추정식과 국내에서 자주 사용하고 있는 일본에서 제시한 간략식과 비교한 결과, 좌굴발생이 쉽게 일어날 수 있는 조건을 고려하여 만든 본 연구에서의 추정식이 최소좌굴강도를 안전측으로 평가함을 알 수 있었다.

본 연구에서 제시한 좌굴강도 추정식은 복잡한 수치해석과정을 통하지 않고서도 매우 정확하게 추정할 수 있으므로, 향후 궤도좌굴안전 검토시 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 참고 문헌

1. European Rail Research Institute, "Improved knowledge of forces in CWR track", ERII D 202/RP 4, 1999.
2. 鐵道總合技術研究所, "鐵道構造物等設計標準·同解説 軌道構造(有道床軌道)案", 平成9年.
3. European Rail Research Insititute, "Theory of CWR track stability" ERII D 202/RP3, 1995.
4. G. Samavedam, A. Kish, A. Purple, J. Schoengart, "Paramtric Analysis and Safety Concepts of CWR Track Buckling", U.S. Department of Transportation Federal Railroad Administration Office of Research and Development Washington. DC 20590, 1993