

전차선로 최대경간 길이 계산기법 고찰

A study on method of maximum span length calculation of catenary system

윤장원* 이기원** 김주락** 이상중*** 창상훈****
Yoon, Jangwon Lee, Kiwon Kim, Joorak Lee, Sangjung Chang, Sanghoon

ABSTRACT

The maximum span length is decided by the relation among the independent factors of rail, train and catenary. However, During the calculation of the maximum span length with the way of Kyung-Bu High railway design using by the commercial program 「MATLAB」 the mathematical error was founded. Therefore, this paper presents the analysis of the reason why caused the mathematical error occur.

1. 서론

열차가 주행하기 위해서는 전력의 공급이 필요하다. 이를 위해 전기를 공급하는 가공전선인 전차선을 가설하고 팬터그래프의 집전장치를 통해 차량에 전력을 공급한다. 이처럼 전기차는 전차선으로부터 전기공급을 받아 주행하기 때문에, 이에 각각의 구간마다 전차선을 연결할 수 있는 전주를 세워야 하며 이를 설계해야 한다. 이와같이 전차선로 상세설계 단계에서 실제 전차선로 루트를 놓고 전주 위치를 배치해야 하는데 이것을 Catenary Pegging Plan 이라 하며 이처럼 Pegging Plan을 해야하는 중요한 이유는, 경간길이를 나눔에 있어서 이를 보다 효율적이고 경제적으로 나눌 수 있기 때문이다. 전차선로 설계에 필요한 조건, 즉 편위, 곡선반경, 풍속, 차량조건, 선로조건 등을 고려하여 상세설계시 Pegging Plan을 한다면 보다 최적의 상태에서의 경간길이를 얻을 수 있음과 동시에 경제성과 효율성을 높일 수 있을 것이다. 이에 본 연구에서는 Peggign plan시 실제 사용할 수 있도록 Matlab을 가지고 프로그램을 만들어 최대경간길이를 구하였다. 또한 이 결과값을 가지고 경부고속철도의 경간길이 결과값과 비교하여 본 프로그램의 신뢰성을 검토하였다. 그 결과 약간의 오차는 있었으나 곡선반경에 따른 경간길이에 나타나는 경향은 같으므로 본 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

그러나 simulation 과정에서 문제점이 발생하는 것을 알 수 있었다. 그것은 팬터그래프의 잔여너비 계산식에는 '편위와 곡선반경효과를 포함하여 풍압으로 인한 전차선 횡변위량'인 U_d' 이 있는데 이 factor의 수식에서 수학적 오류가 발생하였다. 이는 KTX의 설계기준과 UIC 기준을 적용한 본 프로그램에서, 기준 풍속조건에서는 문제가 없었으나 풍속조건이 달라

* 서울산업대학교 철도기술대학원, 정회원

** 한국철도기술연구원 주임연구원, 정회원

*** 서울산업대학교 교수

**** 한국철도기술연구원 책임연구원, 정회원

지면 팬터그래프의 잔여너비 M_w 는 경간길이가 증가함에 따라 감소하는 그래프의 경향을 나타내야 하는데, 경간길이가 증가함에 따라 같이 증가하는 그래프를 나타내게 된다. 이는 U_d '의 수식중 분수값에서 분자의 변화율이 분모의 변화율보다 크게 변함으로써, 전체 잔여너비 M_w 값에 큰 영향을 미치고 있기 때문이다.

2. 최대 경간 길이 계산 방법 고찰

2.1 최대 경간 길이 Simulation의 원리

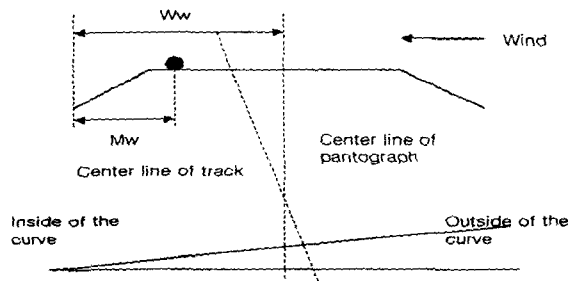
최대경간길이를 결정한다는 것은 전차선의 횡움직임이 팬터그래프의 접촉 유효 면적을 벗어나지 않는 범위에서의 경간길이를 결정한다는 것이다. 따라서, 최대 경간 길이 최적화는 전차선로의 횡변위량을 제한하도록 하는 것이며 이 횡변위량은 경간길이에 의해 결정된다.

2.2 최적화 기법

최대경간의 계산은 최악조건하에서 이루어지는 것이므로 팬터그래프 Working Zone의 Half Width의 잔여부분 $M_w \geq 0$ 일 경우는 전차선이 팬터그래프와 이접이 없어진다는 것을 의미하므로, $M_w \geq 0$ 최초시점에서의 경간길이를 구한다.

2.3 최고속도로 열차가 주행할 때 곡선 외측으로부터 최대풍압이 작용할 경우

[그림 1]과 같이 열차가 최고속도로 주행할 경우에는 열차는 원심력에 의해 곡선 바깥으로 기울게 되고 이 때 최대풍압이 곡선 안쪽으로 불게 되면 전차선은 곡선 내측의 최대지점까지 향하게 된다. 이러한 최악의 상태에서 팬터그래프의 잔여너비를 계산하여 $M_w \geq 0$ 이 되는 값을 얻게 되면 팬터그래프가 전차선을 이탈하지 않는 안정된 Pegging Plan을 할 수가 있게 되며, 이 때의 경간길이를 최대경간으로 선정한다.



[그림 1] 최고속도 열차주행, 곡선외측으로부터 최대풍압이 작용시 M_w

● 팬터그래프의 잔여너비(M_w) 계산식

$$M_w = w_w - e_p + u_n - \frac{C^2}{8R} - \frac{l - l_n}{2} - \frac{2.5}{R} - \frac{u_{wind} - u_p}{\sqrt{T_1^2 + u_c^2 + u_0^2 + u_m^2 + u_1^2 + u_a^2 + u_a'^2}} \quad (1)$$

여기서, M_w : 팬터그래프 유효 접촉 운전 Zone Half Width의 잔여 너비

<차량>

w_w : 팬터그래프 유효 접촉 운전 Zone의 반폭 (Half Width)

e_p : 차량특성에 따라 팬터그래프 Bow의 중심축이 궤도중심으로부터 이탈량

u_p : 팬터그래프 압상력의 수평성분에 의한 전차선 이동량

u_0 : 차량 회전운동 Rolling에 의한 영향

<전차선>

- u_N : 전주에서 전차선의 편위 절대값
- u_M : 2개의 연속 전주에서 1번 전주의 전차선 편위
- $C^2/8R$: 풍압으로 인한 전차선 횡변위량
- u_m : 전주 횡방향 처짐에 의한 전차선 이동량
- u_t : 시공허용오차에 의한 전차선 Offset
- u_a : 온도변화로 인한 Cantilever 회전에 따른 전차선의 횡변위 영향
- u_d' : 풍압으로 인한 전차선 횡변위량

<선로>

- $(l - l_n)/2$: 궤간 허용오차가 주는 영향
- $2.5/R$: UIC 505-1에서 규정한 팬더그래프 Bow의 최대 Geometrical Overthrow
- u_{unbE} : 캔트로 인한 전차선 높이에서의 영향
- u_{unbI} : 캔트 부족으로 인한 전차선 높이에서의 영향
- T_1 : 대단위 선로보수가 이루어지기 전까지 궤도의 횡이동에 대한 허용량
- u_c : 양 레일면 높이에 대한 허용오차가 주는 영향

3. 사례연구

3.1 Matlab을 이용한 최대경간 길이 계산 결과

식(1)의 잔여너비 계산식에 의하여 Matlab을 이용해서 최대경간 길이를 계산하였다. 곡선반경이 400m에서부터 ∞ m까지 변화되는 각각의 곡선반경에 따라 사용자 편위에 따라 두 가지 방법으로 잔여너비가 최초 $Mw \geq 0$ 이 되는 때의 경간길이를 구할 수 있다. 두 가지 방법의 결과 값은 모두 동일하며 두 가지 방법은 다음과 같다.

첫째, 곡선반경이 400m ~ ∞ m 까지 변할 때 각각의 구간에서 $Mw \geq 0$ 이 되는 경간길이를 동시에 구할 수 있고, 둘째, 원하는 곡선반경과 풍속을 각각 입력하여 입력한 곡선반경에 따른 $Mw \geq 0$ 이 되는 경간길이를 각각 구할 수 있다. 전체 결과값은 다음과 같다.

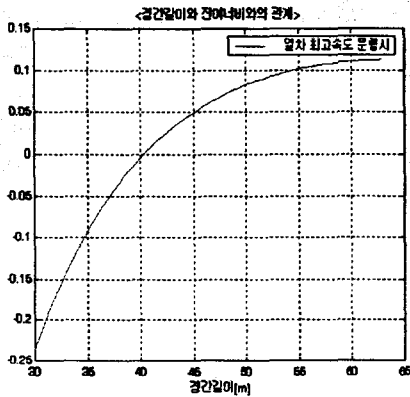
[표1] 경부고속철도 data와 Matlab의 결과값 비교

Radius (m)	Stagger (mm)	Normal area (m)	
		경부고속철도 값	Matlab 결과
∞	200/-200	63	63
$\infty > R \geq 20000$	200/-200	60	60.5
$20000 > R \geq 10000$	200/-150	60.5	61.5
$10000 > R \geq 7000$	200/-100	60.5	61
$7000 > R \geq 4000$	200/-50	59.5	61
$4000 > R \geq 2000$	200/50	57	59.5
$2000 > R \geq 1000$	200/200	52	53
$1000 > R \geq 750$	200/200	47	48
$750 > R \geq 500$	200/200	40	41
$500 > R \geq 400$	200/200	36.5	37

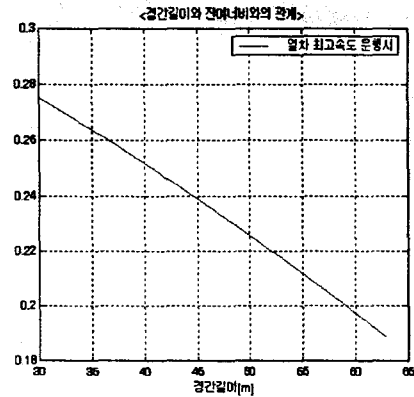
두 개의 결과값을 비교하면 평균 1m 정도의 오차가 있다. 그러나, 이러한 오차들은 각 factor들의 계산값 중 정수 이하 값들이 전체 Mw값에 영향을 미쳐 다소 다르게 나타나나, 곡선반경에 따른 경간의 길이가 나타나는 경향은 같으므로 Pegging Plan 시 본 프로그램을 적용하는 것에는 문제가 없다고 판단된다.

2.2 계산결과와 문제점

경부고속철도와 Matlab의 결과값은 경부고속철도 설계조건과 UIC 기준을 적용하고 있다. 따라서 [표1]의 결과값들은 Zone과 site로 나누어 풍속의 조건을 각각 31m/s, 35.3m/s, 45m/s, 40m/s에서 얻은 값들 중 풍속 31m/s에서 얻은 값이다. 그러나 모든 조건이 동일한 가운데 풍속을 변화시킬 경우에는 즉, 위에서 언급한 경부고속철도 풍속조건 이외의 풍속변화를 주게 되면 (식1)의 root 안에 들어있는 U_d' 값에서 error가 생기게 된다. [그림 2]와 [그림 3]은 U_d' 가 팬터그래프잔여너비 Mw에 영향을 주고 있음을 그래프로 나타낸 것이다. mathematical error가 생기는 곡선반경과 풍속에서 [그림 2]는 잔여너비식을 그대로 적용할 때의 그래프이고 [그림 3]은 잔여너비식에서 U_d' 의 분수값을 제거한 후 계산된 그래프이다. 여기서 [그림 3]에서 잔여너비가 정상시와 다르게 나타나는 이유는 잔여너비식에서 고려되어야 될 부분인 U_d' 의 분수값을 완전히 제거하고 계산했기 때문이므로 이 점은 참고하기 바란다.



[그림 2] U_d' 의 분수를 포함하여 계산



[그림 3] U_d' 의 분수를 제거하여 계산

이로써 U_d' 의 분수값이 경간길이를 결정하는데 어떠한 영향을 미치는가를 알 수 있다.

U_d' 의 식은 다음과 같다.

$$U_d' = U_d + \frac{(U_M - U_N)^2}{16 \cdot \left[U_d + \frac{C^2}{8 \cdot R} \right]} \quad (2) \quad U_d = \frac{\gamma \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot e \cdot A \cdot C^2}{8 \cdot Z_f} \quad (2-1)$$

< U_d' : 편위와 곡선반경효과를 포함하여 풍압으로 인한 전차선 횡변위량 식(1) >

C : 경간길이(m)

R : 선로 곡선반경(m)

U_d : 풍압에 의한 Catenary 처짐량 식(2-1)

U_N : 편위(m)

e : Catenary 전선의 Drag 계수 (UIC 606-1 OR로부터 e=1.25)

A : Catenary 전선 직경 (전차선 직경 + 조가선 직경)

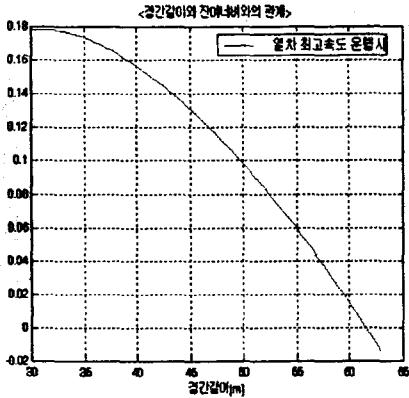
Z_f : Catenary 장력 (전차선 장력 + 조가선 장력)

v : 풍속

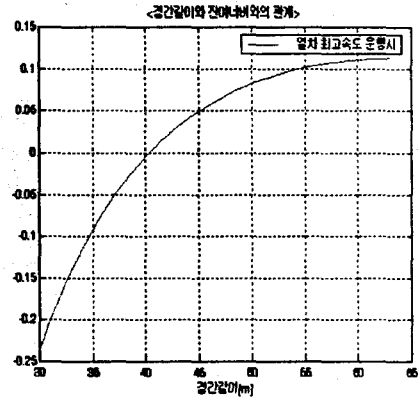
γ : 공기의 비중 (UIC 606-1 OR로부터 $\gamma=11.5$)

g : 중력가속도 (UIC 606-1 OR로부터 g=9.81)

U_d' 의 값은 곡선 반경 R과 경간길이 C, 그리고 풍속 v의 영향을 모두 받는다. 위 U_d' 의 식에서 분수값을 보게되면 U_d 가 분수의 분모값으로 들어가게 되는데 이 때의 분수값에서 mathematical error가 생긴다. 앞에서도 언급했지만 경부고속철도의 설계조건에서는 문제가 생기지는 않지만 곡선반경 R이 증가하고 풍속 v가 작은 경우에는 분수에서 분자값의 변화율이 분모의 변화율보다 너무 크기 때문에, 전체적인 잔여너비 Mw는 경간길이가 길어짐에 따라 감소해야함에도 불구하고 증가하는 현상이 나타나게 된다. [그림 4]는 경부고속철도의 풍속조건을 따른 것이고, [그림 5]는 경부고속철도의 풍속조건 이외의 5m/s에서 계산된 결과를 비교하여 나타낸 것이다.



[그림 4] 곡선반경 10000m, 풍속 31m/s



[그림 5] 곡선반경 10000m, 풍속 5m/s

위 그래프와 같은 현상이 나타나는 이유를 알아보기 위해 U_d' 의 분수식에서 상수값을 계산하고 변수 R, C, v, U_N 에 대하여 정리를 하면 식(3)과 같이 되며 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

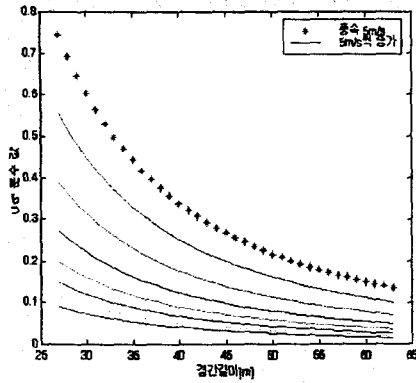
$$\text{분수값 정리식} = \frac{(33540 \cdot R) \cdot (U_M - U_{N2}^2)}{C^2 \cdot (0.3464375 \cdot R \cdot v^2 + 667080)} \quad (3)$$

- ⇒ v가 증가함에 따라 분수값 감소
- ⇒ C가 증가함에 따라 분수값 감소
- ⇒ R이 증가함에 따라 분수값 증가

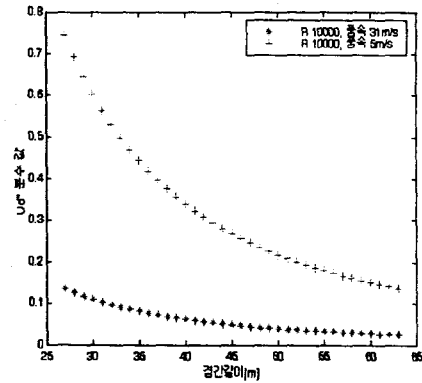
위 식에서 알수 있듯이 U_d' 의 분수값은 R, C, v의 영향을 동시에 받게 되어 변화되는 양이다. 특히 이중에서 R값의 변화율이 나머지 C, v의 변화율 보다 너무 크기 때문에 분수값에 큰 영향을 주어 U_d' 값이 큰 변화율을 갖게 되는 것이 전체 Mw 그래프를 증가시키는 원인이 된다.

[그림 6]는 곡선반경이 10000m이고 풍속을 5m/s부터 40m/s까지 5씩 변화시킨 U_d' 의 분수값을 그래프를 나타내는 것이며, [그림 7]는 [그림 4]와 [그림 5]에서의 U_d' 의 분수값을 비교하여 나타낸 그래프이다.

[그림 6]에서 보는 것과 같이 풍속이 작고 경간길이가 작을수록 U_d' 의 분수값 변화율이 큰 것을 볼 수 있으며, [그림 7]에서는 [그림 5]에서 증가하는 그래프가 나타나는 원인이 U_d' 의 분수값 변화율의 차이가 큰 것에서 비롯됨을 보여주는 것이다.



[그림 6] R=10000, v=5m/s부터 5씩 증가



[그림 7] R=10000, 풍속 31m/s와 풍속 5m/s

따라서, R, C, v가 변하여도 U_d' 의 분수값은 [그림 7]의 *와 비슷한 기울기를 갖도록 하는 것이 이문제를 해결할 수 있는 방법이라 할 수 있겠다.

4. 결론

본 연구에서 Matlab으로 만든 프로그램은 그 신뢰성을 경부고속철도의 자료와 비교, 확인 하였으므로 실제 Pegging Plan시 사용할 수 있다. 하지만 경부고속철도의 풍압조건이 달라질 경우에는 Mathematical error로 인하여 문제가 생기게 된다. 이는 U_d' 의 수식을 유도할 때의 Catenary 곡선이 포물선(Parabolic Curve)으로 근사화되는 과정에서의 오차가 이 문제의 원인이 되는 것으로 보인다. 따라서 문제해결의 방법 중 하나는 U_d' 의 수식을 더욱 근사화 시킬 필요가 있으며, 다른 방법은 U_d' 분수값에서 필요이상으로 계산되어지는 값을 보정할 수 있는 특정값을 정한 후 특정값 이상이 나올 경우 이를 상수화 시켜 계산한다면 보다 정확한 결과값을 얻을 수 있을 것이다.

따라서, 향후 이러한 오차의 발생원인과 대책방안에 대하여 보다 정확하게 연구하여 프로그램의 신뢰성을 더욱 높임과 동시에 Pegging시 오차를 줄여 경제성과 효율성을 높일 수 있도록 하여야겠다.

5. 참고문헌

- [1] 한국고속철도공단, "고속철도 전차선로 설계 요소기술 분석 및 성능시험기술 연구"1998.12
- [2] UIC 606-1 OR, "Consequences of the application of the kinematic gauges defined by UIC leaflets in the 505 series on the design of the contact lines(1)", 1st Edition, 1987-1-1
- [3] UIC 505-1 OR, "Railway transport stock. Rolling stock construction gauge", 7th Edition, 1993-1-1
- [4] "Basic environmental data for catenary design", Seoul-Pusan HSR project, Korea TGV Consortium, 1995.
- [5] "Pegging out rules for Zone 1 to 3 (Maximum span length calculation)" Seoul-Pusan HSR project, Korea TGV Consortium, 1996.
- [6] "Catenary basic design criteria", Seoul-Pusan HSR project, Korea TGV Consortium, 1995.
- [7] "Matlab 입문과 활용" 김용수 저, 2000-2-3