

전동차 대차 프레임의 확률론적 피로강도 평가

Probabilistic Estimation of the Fatigue Strength of an Electric Car Bogie Frame

서정원* 구병춘** 김남포** 유원희*** 정홍채***
Seo Jung-won, Goo Byeong-choon, Kim Nam-po, You Won-hee, Chung Heung-chai

ABSTRACT

Bogie frame of the electric car is an important structural member for the support of vehicle loading. In general, more than 25 years' durability is necessary. A lot of study has been carried out for the prediction of the structural integrity of the bogie frame in experimental and theoretical domains. One of the useful methods is reliability-based approach.

The objective of this paper is to estimate the structural integrity of the bogie frame of an electric car, which is under the running test. We used two approaches. In the first approach probabilistic distribution of S-N curve is used. In the second approach, limit state function is used.

1. 서론

전동차의 대차 프레임은 차체와 함께 하중을 지지하는 역할을 하는 주요 구조체로서 25년 이상의 긴 수명을 요구하고 있다. 이러한 구조체의 건전성 평가는 시험대를 이용한 정하중 시험이나 피로시험을 통하여 관련규격을 만족하는지 평가하는 방법, 유한요소법 등 수치해석을 이용하는 방법 그리고 최근에는 확률론적인 신뢰성 평가법이 널리 활용되고 있다^(1, 2).

본 연구는 S-N 곡선의 확률분포와 실제의 운행에서 측정된 하중 데이터를 이용한 신뢰성 평가와 등가응력을 사용한 한계상태 방정식으로부터 신뢰성을 평가하였다.

2. 대차프레임의 기계적 성질 및 발생응력

주행장치들의 side frame은 SWS490A로 제작되며 cross beam pipe는 STKM13B, transom 및 기타 bracket들은 SS400으로 제작된다. 각 재료의 기계적 성질은 Table 1과 같다. 해석에 사용된 응력 스펙트럼은 대차의 가장 취약부에 부착한 3축 게이지 신호의 스트레인으로부터 계산하였으며 이렇게 얻은 파형은 그림1과 같다. 그림 1의 파형으로부터 최대 주응력 등가응력으로 환산하였으며 simplified rainflow counting⁽³⁾ 방법을 사용하여 파형의 수와 크기를 계산하였다(그림 2).

* 한국철도기술연구원 차량연구본부 주임연구원

** 한국철도기술연구원 차량연구본부 선임연구원

*** 한국철도기술연구원 차량연구본부 책임연구원

Table 1 기계적 성질

단위) kg/mm²

재질	항복강도	인장강도	S-N 선도 ($\sigma_a = a N^{-0.263}$ 에서 a 값)		
			모재	사상	용접부
SWS490A	33	50	908.24	624.42	397.36
STKM13B	31	45	794.71		
SS400	25	41	794.71		

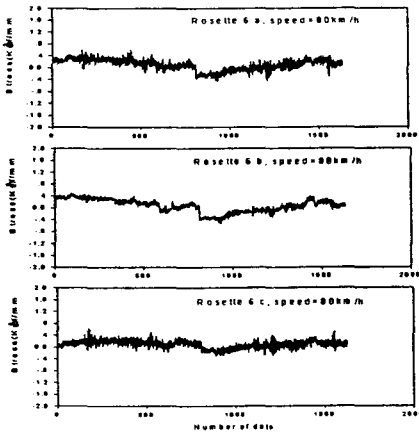


Fig. 1 대차에서 측정된 응력 파형

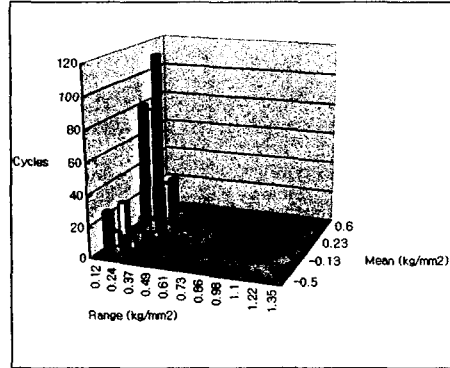


Fig. 2 응력 범위, 평균, 사이클 수

3. 피로강도평가 및 안전계수

3.1 P-S-N(확률론적 S-N선도) 이용한 평가

이 방법은 확률론적 피로수명 평가로서 S-N 선도를 정규분포로 가정하여 파괴확률에 따라서 구하고 Miner's의 법칙을 이용하여 수명을 평가하는 것이다. 그림 3은 가장 큰 응력이 발생한 부위인 용접부의 파손확률에 따른 S-N 선도이고 이때 표준편차는 0.11이다. 식(1)은 50%선도에 대한 것이다.

$$\text{파손확률 50\%} : \sigma_r = 397.36 N^{-0.263} \quad (1)$$

각각의 파손확률에 따른 S-N 선도를 이용하여 안전계수를 구하면 Table 2와 같으며 50%일 경우 안전계수가 4.51이고 0.1% 일 경우는 3.64로 평가되었다. 안전계수는 실제 작용응력에 대한 파손이 일어날 때의 비로서 다음과 같이 정의된다.

$$\text{안전계수} = \text{파손변동등가응력} / \text{실제변동등가응력}$$

Table 2 S-N 모델 평가 결과

파손확률 (%)	S-N 곡선	안전계수
50	$\sigma_r = 397.36 N^{-0.263}$	4.51
10	$\sigma_r = 363.73 N^{-0.263}$	4.13
1	$\sigma_r = 338.29 N^{-0.263}$	3.84
0.1	$\sigma_r = 320.98 N^{-0.263}$	3.64

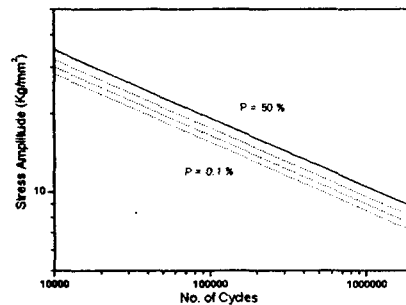


Fig.3 부품 S-N 선도 (SS400 용접부)

3.2 한계상태방정식을 사용한 평가

3.2.1 신뢰성 지수

정확한 파손확률의 수학적 해석을 위해서는 각각의 확률변수 X_1, X_2, \dots, X_n 로 구성된 결합확률밀도함수(joint probability density function)를 구하여 이를 적분하여야 한다. 결합확률밀도함수가 주어진 경우 파손기준을 적용한 한계상태방정식(limit state function) $g(X)$ 를 수식으로 구성한다. 수식의 구성은 한계상태방정식이 0보다 크면 파손이 발생하지 않으며, 음의 값을 가지면 파손이 발생하도록 한다.

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0 \quad (\text{safe}) \quad (2) \quad g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0 \quad (\text{unsafe}) \quad (3)$$

여기서 확률변수 X_i 는 항복강도, 탄성계수, 중성자 조사량 등이 될 수 있으며, 조건을 나타내는 한계상태방정식 $g(X_i)$ 는 파괴역학 및 재료역학의 조건이 될 수 있다.

반면 수식의 구성 및 적분이 용이하지 않은 경우 파손확률의 근사값을 얻기 위해 FORM(First Order Reliability Method), SORM(Second Order Reliability Method)을 많이 사용하고 있다. 파손 확률의 근사값 계산시 Taylor 급수전개를 사용하며, Taylor 급수의 1차항만을 사용하는 경우 FORM, 2항까지 사용하면 SORM이라 한다. 위의 과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$G = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4)$$

한계상태방정식의 Taylor 급수의 1차항 전개를 사용하면 새로운 확률변수 G 에 대한 평균(μ_G)과 분산(σ_G^2)이 다음과 같이 얻어진다.

$$\mu_G \approx g(\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xn}) \quad (5) \quad \sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial g}{\partial X_j} Cov(X_i, X_j) \quad (6)$$

여기서, $Cov(X_i, X_j)$ 는 X_i 와 X_j 의 공분산이다.

한계상태방정식 $g(X)$ 에 대한 파괴확률은 새로운 확률변수 G 가 0보다 작을 확률이므로 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$P_f = P(G \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_G}{\sigma_G}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right) \quad (7)$$

여기서 한계상태방정식의 표준편차에 대한 평균의 비인 μ_G/σ_G 를 신뢰도 지수(Reliability Index)라 하며 β 로 정의한다. 파괴확률 P_f 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad \text{여기서 } \beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (8)$$

위에서 설명한 일계이차모멘트법인 FORM에서는 한계상태방정식의 구성방법에 따라 파손확률에 차이가 발생할 수 있음에 유의할 필요가 있다.

3.3.2 등가응력 모형을 이용한 평가

1) 한계상태방정식

이 방법은 하중이력을 등가응력으로 환산하여 평가하는 방법으로 등가응력 평가는 식(9)로 하였고, 계산된 결과는 Table 2와 같이 0.38 kg/mm² 이다. 해석에 사용된 S-N 선도는 식(1)과 같이 파손확률 50% 선도이며 등가응력 계산을 위하여 변형하면 식(10)과 같다.

$$\sigma_e = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^{n_b} f_i \sigma_i^m} \quad (9)$$

$$NS^m = A \quad (10)$$

여기서 σ_e : Miner의 평균 등가응력 σ_i : 블록 i 의 응력 f_i : 블록 i 에 해당하는 응력의 사이클 수 m = S-N 곡선의 기울기 n_b = 응력 블록의 수

한계상태방정식(Limit state function)은 식(11)과 같이 주어지며 식에서 확률변수로는 등가응력 (σ_e), 피로파손율(Δ), S-N 선도의 계수(A), 등가응력에 대한 불확실도(k_s)로서 4가지이다. 이러한 확률변수 중 σ_e , Δ , A는 대수 정규 분포로 k_s 는 정규분포로 가정하였으며 이에 대한 데이터는 Table 3에 나타내었다. 이로부터 신뢰성지수 β 를 구하고 또한 파손확률을 구할 수 있다.

$$g_1 = \frac{\Delta \cdot A}{k_s^m \sigma_e^m} - N_t \quad (11)$$

여기서 Δ : 피로손상률(fatigue damage ratio) A : S-N 곡선의 N축과의 교점

k_s : 피로 응력 불확실도 N_t : 수명 주기 동안 대차에 작용하는 총 하중 사이클의 수

2) 해석결과

측정된 응력으로 신뢰성지수 및 파손확률을 구하면 신뢰성지수는 5.08이고 파손확률은 1.87E-5 %이다. 등가응력을 조금씩 크게 하여 해석을 수행하면 Table 4와 같으며 여기서 안전계수는 실제 작용응력에 대한 파손이 일어날 때의 비로서 정의된다.

Table 4에서 보듯이 실제응력이 2배가 커지면 신뢰성 지수는 2.77이고 파손확률은 0.28 %이고 3배가 커지면 신뢰성지수는 1.41이고 파손확률은 7.92%이다. 이것을 그림으로 나타내면 그림 4, 5 와 같다. 그림과 같이 신뢰성 지수가 커질수록 파손확률은 낮고, 안전계수 즉 작용응력이 커질수록 파손확률은 높아진다.

Table 3 입력 데이터

Random variable	Mean	Standard Deviation	Distribution type
σ_e	0.38	0.2	Log Normal
Δ	1.0	0.4	Log Normal
A	7.64E9	0.11	Log Normal
k_s	1	0.2	Normal
m	3.8		

Table 4 평가 결과

No.	안전 계수	등가응력 (Se)	신뢰성지수	파손확률(%)
1	1	0.38	5.08	1.87E-05
2	1.2	0.456	4.47	3.87E-04
3	1.4	0.532	3.96	3.79E-03
4	1.6	0.608	3.51	2.23E-02
5	1.8	0.684	3.12	9.11E-02
6	2	0.76	2.77	2.84E-01
7	2.2	0.836	2.45	7.20E-01
8	2.4	0.912	2.16	1.55E+00
9	2.6	0.988	1.89	2.94E+00
10	2.8	1.064	1.64	5.04E+00
11	3	1.14	1.41	7.92E+00

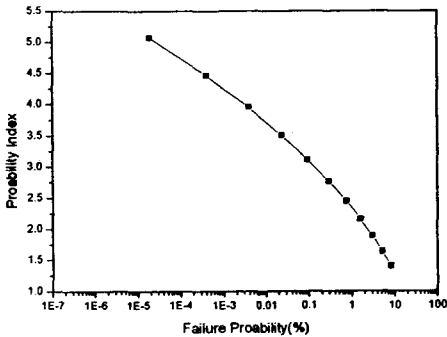


Fig. 5. 파손확률과 신뢰성지수

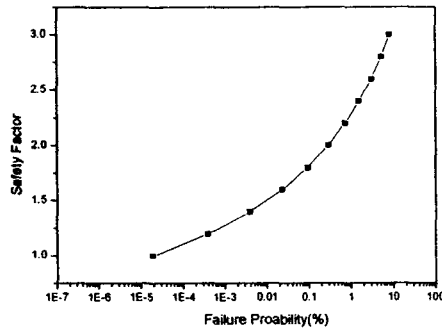


Fig. 6. 파손확률과 안전계수

3.3.3 통계적 모형을 이용한 평가

1) 한계상태방정식

발생응력을 통계적모형인 Weibull 분포로 가정하여 한계상태방정식을 구하면 다음과 같다. 발생응력에 대한 Weibull 분포는 식(12)로부터 평가하였으며 이때의 계수 값은 $a=1.53$, $b=0.24$ 이다. 해석에 사용된 S-N 선도는 식(1)과 같이 파손확률 50% 선도이며 상태방정식 계산을 위하여 변형하면 식(13)과 같다.

$$f(S) = \frac{a}{b} \left(\frac{S}{b}\right)^{a-1} \exp\left(-\frac{S}{b}\right)^a \quad (12)$$

$$NS^m = A \quad (13)$$

여기서 a : shape factor, b : scale factor, $m=3.8$, $C=7.64 E9$

피로손상률(Miner rule, D)는 식(14)과 같으며 확률분포로써 표시할 수 있다.

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} = \int_0^\infty \frac{N_f f(S)}{N(S)} dS = \frac{N_f}{A} \int_0^\infty S^m f(S) dS \quad (14)$$

여기서, $f(S)$: S에 대한 상대발생빈도(probability density function)

$N(S)$: S에 대한 반복수 N_f : 전체응력진폭수 (Total number of stress cycles)

식(12)과 식(14)의 조합으로 최종적으로 다음과 같이 표현된다.⁽⁴⁾

$$D = \frac{N_f}{A} \frac{S_o^m}{(\ln N_0)^{\left(\frac{-m}{a}\right)}} \Gamma\left(\frac{m}{a} + 1\right) \quad (15)$$

이로부터 한계 상태방정식은 다음과 식(16)과 같다. 여기서 초과응력(S_o)의 불확실성을 나타내기 위하여 불확실도 계수(k_s)를 추가하였다. 한계상태방정식(Limit state function)에서 확률변수는 초과응력(S_o), 피로파손율(Δ), S-N 선도의 계수(A), 등가응력에 대한 불확실도(k_s)로서 4가지이다. 이러한 확률변수는 S_e , Δ , K 는 lognormal 분포로 k_s 는 정규분포로 가정하였으며 이에 대한 데이터는 Table5에 나타내었다. 이로부터 신뢰성지수 β 를 구하고 또한 파손확률을 구할 수 있다.

$$g2 = \Delta - \frac{N_f}{A} \frac{(k_s S_o)^m}{(\ln N_0)^{\left(\frac{-m}{a}\right)}} \Gamma\left(\frac{m}{a} + 1\right) \quad (16)$$

여기서 Δ : 피로손상율 A : S-N곡선에서의 N축과의 교점 m : S-N 곡선의 기울기

S_o : $1/N_f$ 의 확률을 초과하는 응력진폭

k_s : 피로응력 불확실도

N_f : 수명주기동안 대차에 작용하는 총하중 사이클 수

2) 해석결과

실제 발생한 응력을 통계적 분포인 Weibull 분포로 하여 한계상태방정식을 구하여 신뢰성지수 및 파손확률을 구하면 신뢰성지수는 5.58이고 파손확률은 1.22E-6 %이다. 실제응력을 조금씩 크게하여 Weibull 분포를 구하고 이로부터 해석을 수행하면 Table6과 같다.

Table 6에서와 같이 실제응력이 2배가 커지면 신뢰성 지수는 3.19이고 파손확률은 0.07 %이고 3배가 커지면 신뢰성지수는 1.86이고 파손확률은 3.14%이다. 그림 6 ~ 7은 신뢰성 지수와 파손확률, 안전계수와 파손확률을 그림으로 나타낸 것으로 전반적인 경향은 등가응력을 사용하였을 경우의 모형과 같다.

Table 6 통계적 모형을 사용한 해석결과

Table 5 입력데이터

Random variable	Mean	Standard Deviation	Distribution type
So	1.74	0.2	Log Normal
λ	1.0	0.4	Log Normal
A	7.64E9	0.11	Log Normal
ks	1	0.2	Normal
m	3.8		

No.	안전계수	a	b	신뢰성 지수	파손확률(10%)
1	1	1.53	0.24	5.58	1.22E-06
2	1.2	1.52	0.29	4.93	4.14E-05
3	1.4	1.51	0.34	4.38	5.90E-04
4	1.6	1.55	0.39	3.99	3.37E-03
5	1.8	1.54	0.44	3.57	1.80E-02
6	2	1.53	0.49	3.19	7.06E-02
7	2.2	1.52	0.54	2.85	2.17E-01
8	2.4	1.52	0.58	2.61	4.49E-01
9	2.6	1.54	0.64	2.32	1.03E+00
10	2.8	1.53	0.68	2.10	1.80E+00
11	3	1.53	0.73	1.86	3.14E+00

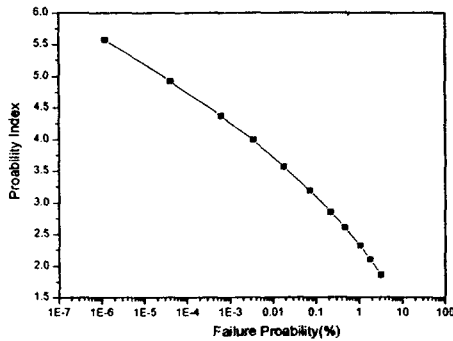


그림 6 안전계수와 파손확률의 관계

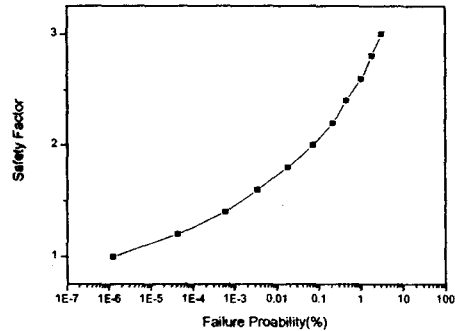


그림 7 신뢰성 계수 와 파손확률의 관계

4. 결론

현재 개발중인 표준전동차 대차 프레임의 구조 건전성 평가 결과 대차의 수명을 주행거리 300 백만 km로 할 때 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) S-N 시험 데이터의 확률분포를 이용한 평가에서 파손확률 0.1%일 때 안전계수는 3.64로 안전한 것으로 판단되었다.
- 2) 등가응력모형을 이용한 평가에서는 파손확률 0.1 %에서 안전계수가 1.82이고 통계적 모형을 사용한 경우는 2.11로써 S-N 모델에서보다 약간 낮으나 역시 안전한 것으로 판단된다.
- 3) 한계상태방정식의 구성시 응력진폭을 등가응력모형과 통계적모형을 사용하였을 경우에 안전 계수에 따른 파손확률의 전반적인 경향은 유사하였으나 값의 차이가 발생하였다. 따라서 한 계상태방정식을 구성하는 방법에 따라 차이가 발생함을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) 양영순, 서용석, 이재욱, 1999, "구조 신뢰성 공학," 서울대학교 출판부
- (2) 이준성, 2001, "확률론적 파괴역학을 도입한 원전 주요기기의 건전성 평가 연구," 성균관대학교
- (3) Z. Eliahu, T. Vladimir, 1996, "Fatigue Design - Life Expectancy of Machine Parts," A Solomon Press Book
- (4) A. Almer - Nass, 1985 "Fatigue handbook (Offshore steel structure)", TAPIR