# 고속전철 액슬 기어박스 현가계의 고유 진동수 측정

# Finding-out the Natural Frequency of the Axle Gearbox Suspension System of the High-speed Train

최진욱* 차수덕* 김용기* 이태화*
Choi, Jin-Wook Cha, Soo-Duck Kim, Yong-Gi Lee, Tae-Hwa

ABSTRACT

Axle Gearbox of the High Speed Train has rotational degree of freedom centered on the Axle Shaft Center Line, and constrained by the Reaction Arm connected to the Bogie Frame via Resilient Ring made of Rubber. This System is laid on the Power Train and can influence on the Power transmitted from Motor to Axle. The stiffeness of the Resilient Ring have to be selected for the Natural Frequency of this System do not overlap with the Teeth-mating Frequency. To confirm the Design Parameters, Calculation and Experiment were executed and compared.

## 1. 서 론

Axle Gearbox(이하 AGB)의 Input Gear는 Tripod Cardan Shaft에 직결되어 동력을 전달받는다. AGB와 부속 부착물들은 운전 중 Axle Center Line을 중심으로 회전운동을 할 수 있으며, AGB의 회전 운동은 AGB Input Gear의 움직임을 동반하고 이 움직임은 다시 Motor 회전자에 이르기까지의 모든 동력 전달 부품에 전달된다. AGB Input Gear는 AGB Case의 회전시 Axle Center Line을 중심으로 공전(公轉)하며 동시에 Axle Gear와의 접촉에 의해 자전(自轉)하게 된다.

AGB의 Output Gear는 Axle Gear이며, Axle에 압입되어 Axle과 같이 회전하므로 Axle을 고정단으로 보고 Gearbox 현가계의 회전 진동을 계산하는 과정에서는 고정된 강체로 보아 계산에서 제외하였다. 하지만, AGB Case가 Axle에 대해 회전 운동을 할 경우 AGB Input Gear의 회전을 유발하며, 이 때 Input Gear의 회전 각속도에 Gear비에 해당하는 비율로 영향을 주므로 Axle Gear의 잇수는 계산에 고려되었다. Motor 회전자에서부터 AGB에 이르는 모든 회전체와 AGB Case의 모든 부착물들의 회전관성모멘트가 계산에 고려되었고, 해당 단품들의 회전관성모멘트는 Trifilar Method를 이용하여 구하였다. 전술한 회전 운동 과정에서 AGB Ass'y 현가계의 고유 회전 진동수가 Torque 전달에 동요를 일으킬 가능성을 검토하기 위해 계의 회전 고유 진동수를 계산하고 실험치와 비교한 후 동력 전달 계통상에서 발생 가능한 모든 가진 주파수와의 일치 여부를 확인하였다. 실험은 대차 장착부 Mounting을 포함한 실물 및 가공품을 실제 조립 상태와 같이 배열 및 체결하였으며, Axle의 회전을 구속한 후 Reaction Arm 끝단에 연결되는 Resilient Ring의 급작스런 이완을 발생시켜 가진하고 Reaction Arm 끝단부에서 가속도계를 이용하여 회전 고유진동수를 측정하였다. Motor와 Driving Pinion은 현재 확보되어 있지 않은 상태이므로 시험에서는 제외되었다.

* 한국DTS(주)

## 2. 회전 고유 진동수 계산

### 2.1 기본 수식

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k_T}{J_t}}$$

$J_t$ : Axle 및 Axle Gear를 제외한 모든 부품들의 Axle Center에 대한 회전 관성 Moment

k : Resilient Ring의 탄성 계수
(Axle Center에 대한 회전 접선 방향으로 환산)

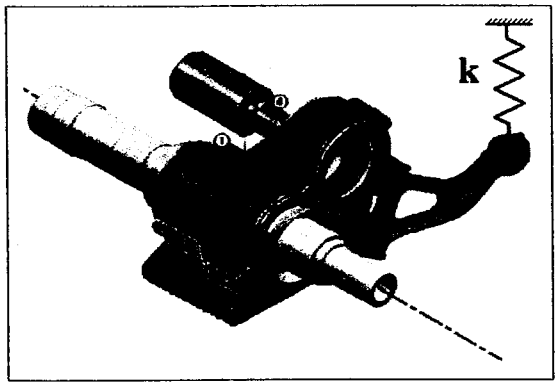


그림 1. AGB 및 현가계의 회전 운동

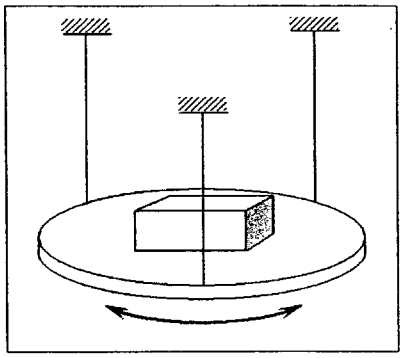

그림 2. Tri-filar Method
적용 구성도

### 2.2 단품 관성 Moment 측정

**(1) Tri-filar Method**

위의 그림 2.와 같이 세 가닥의 Wire로 매달린 원판의 회전 진동 주기를 측정한 후, 원판의 중심에 피측물의 무게 중심이 오도록 물체를 올려놓은 후 다시 회전 진동 주기를 측정하여 그 차이로부터 피측물의 회전관성모우멘트를 계산해 내는 방법으로, 정확한 측정을 위해 30 회의 회전 소요 시간을 2회 측정하여 평균을 취하였다.

적용 수식은 다음과 같다.

$$J = \frac{g\,T^2\,r_o^{\,2}(m_o + m)}{4\pi^2 \ell} - J_o$$

m : 피측물 질량

$m_o$ : 원판 질량

g : 중력가속도

T : 회전 진동 주기(평균)

$r_o$ : 원판 반지름

$\ell$ : Wire 길이

$J_o$ : 원판의 질량 관성모우멘트

J : 피측물의 질량 관성모우멘트

① 측정

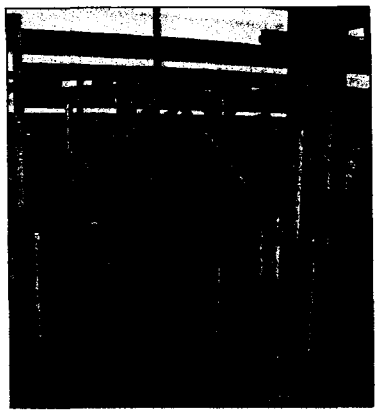

그림 3. AGB 구성품 및 Gear류의 회전진동 주기 측정

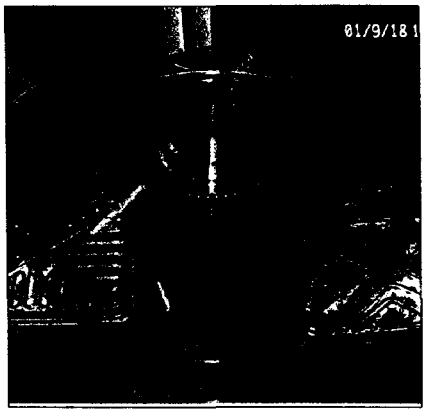


그림 4. 원판과 피측물의 무게 중심 일치

② Jig 규격

별도의 Jig를 제작하여 시험을 수행하였으며, 원판은 아크릴 판을, Wire는 브레이크 선을 사용하였다.

$m_o$ : 원판 질량 = 2.663 kg
g : 중력가속도 = 9.8 kg
$T_o$ : 원판 회전 진동 주기 = 1.873 sec
$r_o$ : 원판 반지름 = 0.54 m
l : Wire 길이 = 1.46 m
$J_o$ : 원판의 질량 관성모우멘트 = 0.4635 kg · $m^2$

③ 무게 중심 일치

원판과 피측물의 무게 중심 일치는 세 대의 저울을 이용하여 모든 저울의 지시 값이 동일하게 되는 위치를 찾아내고, 회전체의 경우 피측물의 중심과 원판의 중심이 일치하는지 확인하다.

④ 측정 결과

도표 1. 피측물들의 회전 주기 및 판을 포함한 무게

| 피 측 물 | 회전 진동 주기 [sec] | 무게(판포함) [kg] |
|---|---|---|
| Driving Pinion | 1.35633 | 53.79 |
| Idler Gear | 1.468 | 43.80 |
| Output Gear | 1.14267 | 91.08 |
| Cardan Shaft (짧은 부분) | 1.243 | 62.10 |
| Cardan Shaft (긴 부분) | 0.905 | 124.35 |
| AGB Cover | 1.35667 | 110.70 |
| AGB Case | 1.42467 | 166.50 |
| Reaction-arm | 1.487 | 57.09 |
| Input Gear | 1.15267 | 88.38 |

도표 2. 피측물의 회전 관성 Moment

| 피 측 물 | 회전관성Moment [km · $m^2$] |
|---|---|
| Driving Pinion | 0.03724 |
| Idler Gear | 0.01415 |
| Output Gear | 0.1383 |
| Cardan Shaft | 0.07391 |
| AGB Cover | 0.56758 |
| AGB Case | 1.2467 |
| Reaction-arm | 0.17531 |
| Input Gear | 0.13072 |

표 3. Axle Center에 대한 피측물의 회전 관성 Moment

| 피측물 | 회전 관성 Moment (to Axle Center) [kg · $m^2$] | 피측물 질량 [kg] | 거리 (Axle Center~ 피측물 무게중심) [m] |
|---|---|---|---|
| Cardan Shaft | 1.079 | 13.70 | 0.383 |
| Input Gear | 1.064 | 6.36 | 0.383 |
| Reaction-arm | 2.181 | 3.16 | 0.7966 |
| AGB Cover | 0.687 | 8.632653 | 0.1174 |
| AGB Case | 1.969 | 14.32653 | 0.2246 |
| 기타 부품류 | 4.624 | 19.146 | |
| 합 계 | 11.603 | 65.326 | |

AGB의 회전에 따라 움직임이 발생하는 부품은 AGB Ass'y와 AGB에 직접 부착되는 구성품들이므로 Axle Center를 회전 중심으로 하는 회전 관성 Moment의 계산은 표 3.3.1.3의 6개 항목에 대해서만 수행하였다.

⑤ Axle Center에 대한 AGB 계의 회전 관성 Moment [kg · $m^2$]

$$J_{total} = J_{rigid} + J_{rot} = 16.1519$$

$$J_{rigid} = J_{case,to\ axle} + J_{cover,to\ axle} + J_{r\text{-}arm,to\ axle} + J_{input,to\ axle} + J_{others,to\ axle} + J_{cardan,to\ axle,\ eq} = 11.6031$$

$$J_{rot} = J_{axle\ (=0)} + (N_{axle}/N_{input})^2 * J_{input,eq} = 4.5488$$

$$\because J_{input,eq} = J_{input} + J_{cardan} + J_{output,\ eq} = 4.0089$$

$$\because J_{output,\ eq} = J_{output} + (N_{output}/N_{idler})^2 * J_{idler,eq} = 3.8042$$

$$\because J_{idler,eq} = J_{idler} + (N_{idler}/N_{driving})^2 * J_{driving,eq} = 2.3693$$

$$\because J_{driving,eq} = J_{driving} + J_{rotor} = 1.0213$$

## 2.3 Resilient Ring의 스프링 상수

Resilient Ring의 재질은 천연고무이다. 아래 시험 결과에 의하면, Resilient Ring 하나의 스프링 상수는 30,000N/9.1mm임을 알 수 있다.

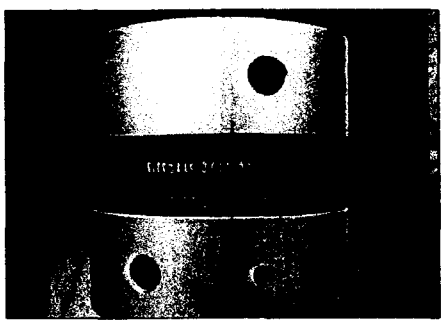

그림 5. Resilient Ring 압축시험

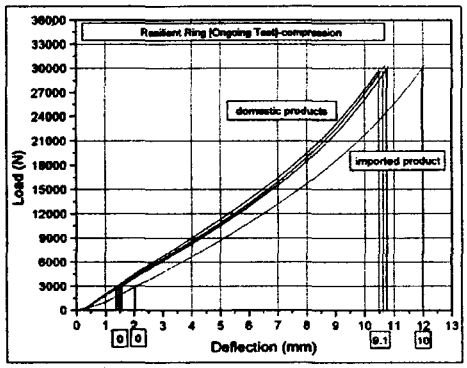


그림 6. 상온에서의 압축시험 결과

시험 결과, 개발품의 변형량은 9.1 mm, 수입품: 10.0 mm이며, 참고로, Spec.에서 규정한 값은 7.5~11 mm이다.

이러한 고무 스프링 4장이 직렬로 연결되며 대차 장착부와 Reaction Arm 사이에는 2장의 고무가 안착된다. 바깥쪽 두 장의 고무 스프링은 Reaction Arm이 아래 방향 움직임에 대응하며, 안쪽 두 장의 고무 스프링은 Reaction Arm이 윗방향 움직임에 대응한다. 따라서 스프링상수는 각 방향에 대해서 각 2장의 고무 스프링이 직렬로 연결된 것으로 보았다.

▶ Resilient Ring 하나의 스프링 상수 : 336.4 kg.f/mm

▶ 상하 방향의 스프링 상수 :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{336.4}+\frac{1}{336.4}} = 336.4/2 = 168.2 \text{ kg.f/mm}$$

Axle Center~Spot-faced Bolt Hole Center 거리가 1.13 m이므로

Resilient Ring의 Axle Center에 대한 회전 방향 스프링 상수 $k_T$ = 214,637 kgf · m/rad

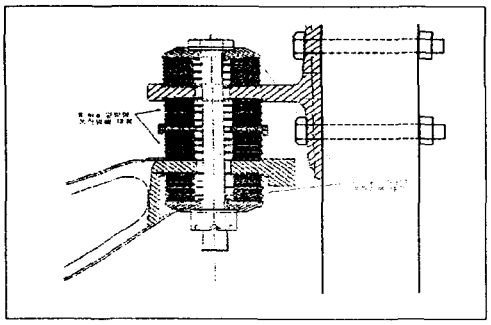

그림 7. R-Ring의 장착 상태

**2.4 회전 고유 진동수 계산**

상기 결과들을 앞서의 기본 식에 적용하면

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k_T}{J_t}}$$

$k_T$ = 214,637 kgf · m/rad

$J_t$ = 16.1519 kg · $m^2$

$$\therefore \omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{214,637}{16.1519}} = 115.2764$$

실차 장착 조립 상태의 회전 고유진동수 $f = \frac{115.2764}{2\pi}$ = 18.35 Hz

단, 시험 시 조립 상태(Motor와 Driving Pinion을 제외한 상태)의 조립품 회전 관성 Moment는

$J_t$ = 12.017 kg · $m^2$ 이므로

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{214,637}{12.017}} = 133.646$$

시험 시 조립 상태의 회전 고유진동수 $f = \frac{133.646}{2\pi}$ = 21.27 Hz로 계산되었다.

## 3. 회전 고유 진동수 측정

### 3.1 측정 조건

실차 장착 상태와 같은 Jig를 설치하여 조립하되, 현재 조립 가능한 완성품(Motor 및 Driving Pinion)들로 계를 구성하였다.

1) Jig 설치

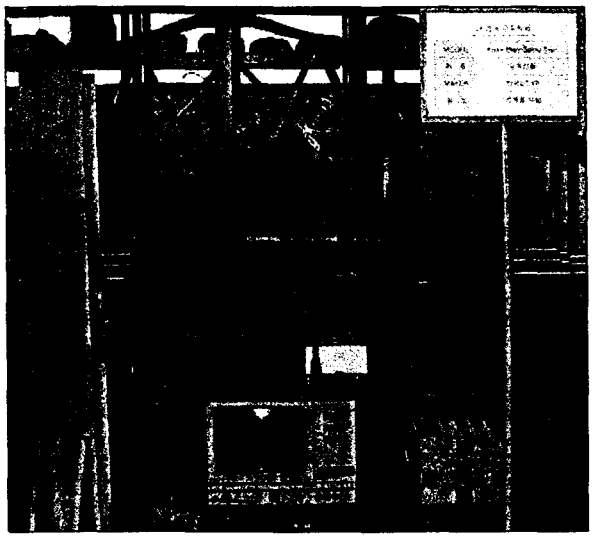

그림 8. 시험 조립 상태

2) 측 정

아래의 장비를 이용하여 계의 고유 진동을 측정하였다.

- 가속도계 : B&K 4396
- 가진기(Impact Hammer) : Dytran 5801A5
- FFT Analyzer : B&K 2035

3) 시험 결과

[위치 번호는 그림 1. 참조]

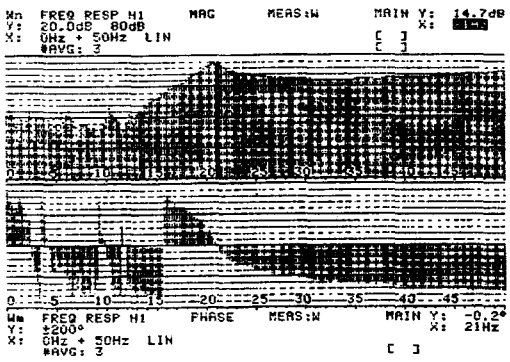


그림 9. 위치 ①에서의 측정 결과

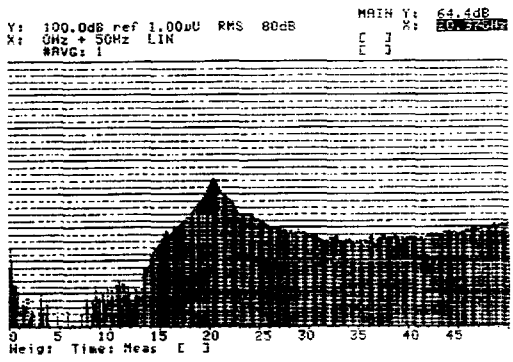


그림 10. 위치 ②에서의 측정 결과

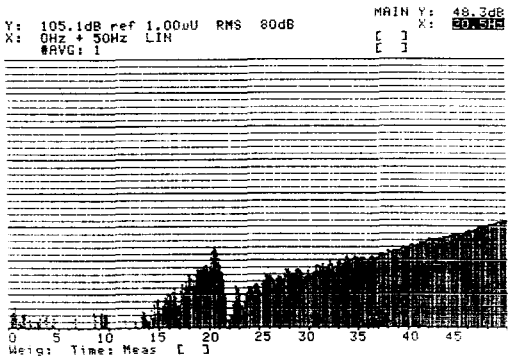


그림 11. 위치 ③에서의 측정 결과

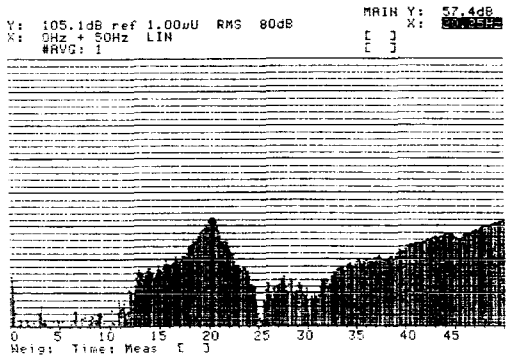


그림 12. 위치 ④에서의 측정 결과

## 4. 결과 검토

### 4.1 계산 결과와 시험 결과의 비교

▶ 계산 결과 : 21.27 Hz

▶ 측정 결과 : 21 Hz

▶ 오차 : 1.27 %

오차가 고무 부품의 제품당 편차 허용 범위(10%) 이내이므로 계산 결과와 실측 결과가 일치하는 것으로 나타났다.

### 4.2 피해야 할 주파수

고속전철 구동계에서 발생되어 AGB Suspension System으로 전달될 수 있는 주파수 성분은 다음과 같다.

도표 4. 동력 전달계 발생 가능 주파수

[단위 : Hz]

| | 성분 | 1차성분 | 2차성분 | 3차성분 | 비 고 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1차 감속장치 | fm | 1800 | 3600 | 10800 | 입력 4000 rpm |
| | fm±nfr | 1733, 1867 | 3533, 3667 | 10867, 10733 | |
| | nfr | 66.7 | 133.4 | 200.1 | |
| | nfro | 35.3 | 70.6 | 105.9 | |
| 2차 감속장치 | fm | 1380 | 2760 | 4140 | 입력 1800 rpm |
| | fm±nfr | 1350, 1410 | 2730, 2790 | 4110, 4170 | |
| | nfr | 30 | 60 | 90 | |

※ fm : 기어 맞물림 주파수

fr : 기어의 입력축 회전 주파수

fro : 기어의 입력축 회전 주파수

### 4.3 결과 및 의견

AGB는 Axle Center를 중심으로 회전 방향으로 Resilent Ring을 통해 탄성 구속 되어있으며, AGB Suspension System의 회전 관성 Moment와 Resilent Ring의 탄성 계수에 의해 회전 진동 할 수 있다. 회전 고유진동수는 계산 및 실험을 통해 찾아질 수 있으며, 두 과정을 통해 계산된 결과는 Motor 및 Driving Pinion을 제외한 조립 상태에서 21.27 Hz로 계산되고 21 Hz로 실측 되었다. 두 값이 일치함을 볼 때 Motor 및 Driving Pinion도 조립된 상태로

계산한 결과인 18.31 Hz 역시 실제와 근사할 것으로 생각된다. 예상 결과인 18.31 Hz는 정속 주행 중 AGB에 전달될 수 있는 가진 성분들과 일치하지 않으므로 운전 시 공진 문제를 발생시키지 않을 것으로 판단된다.

**참고 문헌**

[1] 고속 전철 대차용 감속 구동 장치 개발 (2단계 2차년도 연차보고서), p 395~439
[2] 고속 전철 대차용 감속 구동 장치 개발 (1단계 3차년도 연차보고서), p 366~377
[3] Daniel J. Inman, Engineering Vibration, Prentice Hall, 1994, p 42
[4] D. J. Ewins, Modal Testing : Theory and Practice, Research Studies Press Ltd., 1984, p 19

**후기** : 본 연구는 건설교통부와 통상산업부 및 과학기술처 선도기술사업인 "고속전철 기술개발사업"의 일환으로 수행된 연구결과의 일부임을 밝힌다.