자기 공명 영상과 k-Space의 개념

조 민 형
경희대학교 동서의학대학원 의료공학 전공

서 론

자기 공명 영상(MRI)에서 k-space의 개념은 매우 중요하여 여러 영상법 원리의 핵심을 차지하고 있다. k-space란 공간 좌표에 대응하는 주파수 공간을 의미하며 (x, y, z)로 이루어진 3차원 공간에 대하여 각각 (k_x, k_y, k_z)로 표시할 수 있다. 주파수 공간이란 영상을 얻고자 하는 물체의 영상 함수를 Fourier 변환이라는 수학적 변환을 통하여 주파수 성분별로 나열하는 가상 공간을 의미한다. MRI에서는 물체의 공간적 위치 정보를 x, y, z, 세 방향의 경사자계(Magnetic Field Gradient)를 이용해서 얻게 된다. 고주파(RF) 펄스로 여기된 물체 내의 spin magnetization은 경사 자계를 가하면 경사 자계에 비례하는 주파수로 회전하게 되며 그로부터 얻는 신호는 공간의 스핀 분포를 Fourier 변환한 주파수 영역(k-space)에서의 값이 된다. 다시 말하여 MRI의 신호 데이터는 물체의 영상을 물체의 공간 주파수 영역 즉, k-space 상에서 얻게 되며 이를 Fourier 역변환함으로써 최종적인 영상을 얻을 수 있다. 2차원 또는 3차원의 영상을 얻기 위해서는 2차원 또는 3차원의 k-space 데이터를 확보해야 하고 이를 얻는 방법이 여러 가지로 있을 수 있어서 다양한 영상법이 가능하게 된다. 그러므로 MRI의 다양한 영상법을 이해하는 데 있어서 k-space 개념에 대한 이해는 필수적이라 할 수 있다. 본고에서는 MRI에서의 k-space에 대한 의미를 이해하고 MRI 영상법과 어떠한 연관성을 갖는지를 서술하고자 한다.

본 론

Fourier 변환과 k-space

1800년대 초, Fourier라는 프랑스 수학자는 모든 함수를 무수히 많은 주파수 성분의 sin과 cos의 합으로 보았고 이를 수학적으로 증명하였으며 각 주파수 성분의 크기를 구할 수 있는 식을 유도하였다. 이를 Fourier 변환이라 하며 임의의 함수를 Fourier 변환한 결과는 원래 함수가 주파수가 낮은 성분부터 높은 성분까지 각 성분별로 얼마의 크기로 이루어졌는지를 알 수 있게 해준다. Fourier 변환에 대한 쉬운 이해를 위하여 우선 1차원 신호에 대해서 설명하기로 한다. 1차원 신호 함수 $f(x)$를 가정하고 Fourier가 증명한 바와 같이 무수히 많은 주파수의 sin과 cos의 합으로 표시하면 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{ikx}dk \qquad (1)$$

여기서 i 는 단위 복소수 $\sqrt{-1}$ 을 의미하며 $e^{ikx} = \cos kx + i\sin kx$ 이다. 또, 변수 x 에 대한 주파수 변수를 k 라 정의하기로 하면 주파수 영역을 k-space라 부를 수 있게 된다. 식 (1)의 의미는 함수 $f(x)$ 를 주파수 k 의 cos과 sin의 합으로 표시하고 그 성분의 크기를 $\frac{1}{2\pi}F(k)$ 로 표시하여 -∞부터 ∞까지 모든 주파수 성분을 해당 크기만큼 더하면 함수 $f(x)$ 가 됨을 말해주고 있다. 이에 대한 증명은 매우 널리 알려진 바이므로 본고에서서는 생략하기로 한다. 주파수 성분별 크기 함수 $F(k)$ 를 구하기 위해서는 다음의 식을 사용한다.

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}dx \qquad (2)$$

공간 좌표 함수 $f(x)$ 를 주파수 영역, k-space 함수 $F(k)$ 로 바꾸는 식(2)를 Fourier 변환이라 하고 이와 반대로 $F(k)$ 를 $f(x)$ 로 바꾸는 식 (1)을 Fourier 역변환이라 한다. 간단한 예로 그림 1 (a)와 같은 사각 펄스 함수를 k-space로 Fourier 변환한 결과가 (b)에 그려져 있다. 그림에서 보듯이 사각 펄스는 주파수가 2π/T 이하의 저주파 성분으로 주로 이루어져 있음을 알 수 있다.

1차원 신호의 Fourier 변환 식 (2)는 다음과 같이 2차원으로 확장된다.

$$F(k_x, k_y) = \iint f(x, y)e^{-i(k_x x + k_y y)}dxdy \qquad (3)$$

여기서 k_x 와 k_y 는 각각 x 와 y 에 대한 주파수(k-space) 변수이다. 2차원 Fourier 변환의 예로서 그림 2에 그림 1의 예를 2차원 확장한 함수를 도시하였다. (a)는 사각형 물체를 나타내는 함수이며 (b)는 (a)의 2차원 Fourier 변환 결과인 k-space 함수이다.

이상과 같이 Fourier 변환 관계식에서 알 수 있듯이 공간 좌표계 (x, y)에서의 영상 함수 $f(x, y)$ 와 k-space에서의 주파수 성분 함수 $F(k_x, k_y)$ 는 상호 유일한 대응 관계를 가지고 있으므로 하나를 구하면 다른 하나를 Fourier 변환 또는 역변환으로 구할 수 있다.

MRI 신호와 k-space

MRI에서 얻는 신호는 영상법마다 약간의 차이가 있지만 기본 원리가 같으므로 가장 전형적인 pulse sequence인 spin echo sequence에 대하여 서술하기로 한다. MRI의 원리에 따라 스핀은 각 위치에서의 자기장의 세기에 비례하는 주파수(Lamor 주파수라 한다.)로 회전하면서 신호를 낸다. 선형 경사 자계를 이용하여 위치마다 비례하는 자기장을 가하면 스핀들은 공간 좌표 상에서 위치 좌표에 비례하는 주파수의 신호를 각자 내게 되고 따라서 얻어지는 MR 신호는 여러 가지 주파수의 신호가 합쳐진 형태로 얻어진다. 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다. 우선 2차원 공간 (x, y)에 밀도 ρ의 spin magnetization은 다음과 같이 된다. 단순하게 하기 위하여 물체를 2차원 (x, y)로 국한시켰다.

$$M_{xy}(x,y,t) = M_0\rho(x,y)e^{\{-i\gamma(x\int_0^t G_x dt + y\int_0^t G_y dt)\}} \tag{4}$$

여기서 상수 γ는 gyromagnetic ratio이며 G_x, G_y는 각각 x, y 방향의 경사 자계의 세기이다. 물체 전체에서 얻어지는 신호 $S(t)$는 식 (4)를 물체 전체에 대하여 적분하면 되므로 다음과 같이 된다.

$$S(t) = \iint M_{xy}(x,y,t)dxdy \tag{5}$$

경사 자계 중에서 G_x를 데이터를 얻는 도중에 일정하게 하는 read-out gradient로 설정하고 G_y를 단계 별로 바꾸면서 일정한 기간 동안만 가하는 coding gradient로 정하면 식(5)는 다음과 같은 2차원 신호로 바뀐다.

$$S(t,g_y) = \iint M_0\rho(x,y)e^{-i\gamma(xG_xt + yg_yT_y)}dxdy \tag{6}$$

여기서 t는 신호 데이터를 얻는 시간이며 상수 T_y는 coding gradient를 가하는 기간, G_x는 신호 데이터를 얻는 기간동안 일정하게 가해지는 x 방향의 read-out gradient, g_y는 한 T_R(Repetition Time)마다 가변하여 가해주는 coding gradient step이다. 식 (6)에서 보듯이 모든 2차원 데이터를 얻으려면 g_y를 바꾸어 가면서 계속적으로 T_R마다 반복하여야 한다.

식 (6)의 변수를 약간 수정하여 다음 식으로 대치한다.

$$k_x = \gamma G_x t, \qquad k_y = \gamma g_y T_y \tag{7}$$

그러면 식 (6)은 다음과 같이 바뀐다.

$$S(k_x, k_y) = \iint M_0 \rho(x,y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dxdy \qquad (8)$$

식 (8)을 식(3)과 비교하면 우리가 얻는 MR 신호 $S(k_x, k_y)$는 촬영하고자 하는 물체의 영상 함수 $M_0\rho(x,y)$의 2차원 Fourier 변환한 결과, 즉 k-space 데이터임을 알 수 있다. 결국 우리는 T_R마다 펄스를 가하며 영상의 k-space 데이터를 얻는 것이고 이렇게 얻어진 2차원 k-space 데이터를 Fourier 역변환하면 최종적으로 원하는 영상이 얻어지게 되는 것이다. 이 과정의 예가 그림 3에 도시되어 있다.

이와 같은 MR 영상의 원리를 이해한다면 MRI가 촬영 시간이 근본적으로 길 수 밖에 없음을 잘 알 수 있다. 2차원 영상을 얻기 위해서는 2차원 k-space 데이터가 필요하고 원리적으로 한번의 펄스로 한 줄의 k-space 데이터 밖에 얻지 못하기 때문에 coding gradient의 크기를 바꾸어 가면서 여러 번의 펄스를 가하여 2차원 k-space, 전 영역의 데이터를 확보해야 하는 이유이다. 이러한 문제를 개선하고자 여러 가지 고속 영상법이 개발되었다. 한번의 펄스로 한 장의 영상을 얻음으로써 가장 빠른 MR 영상법으로 알려진 EPI(Echo Planar Imaging)는 한 개의 MR echo 신호에서 전체 k-space 데이터를 얻는 방법이다. 그 원리의 핵심은 경사 자계를 연속적으로 스위칭하여 k-space 전 영역을 지그재그 형태로 스캔하는 것이다. 최근에 각광을 받고 있는 spiral EPI는 EPI가 지그재그 스캔을 하는데 비하여 맴돌이 곡선(spiral) 형태로 전 k-space를 스캔하는 방법으로 더 효율적이라고 알려져 있다.

유사한 원리를 이용하는 Fast Spin Echo 영상법은 EPI가 한 개의 echo 신호만을 이용하기 때문에 여러 취약점이 생기는 문제를 개선한 것이다. Fast Spin Echo 영상법은 여러 개의 180° RF 펄스를 이용하여 다중 echo 신호를 만든 후, 각 echo 신호에서 k-space의 한 줄씩 여러 줄을 얻는 방법이다. 그 외에 Turbo spin echo 등 기타 유사한 영상법들도 모두 k-space를 효율적으로 스캔함으로써 촬영 시간을 빠르게 하는 방법들이다.

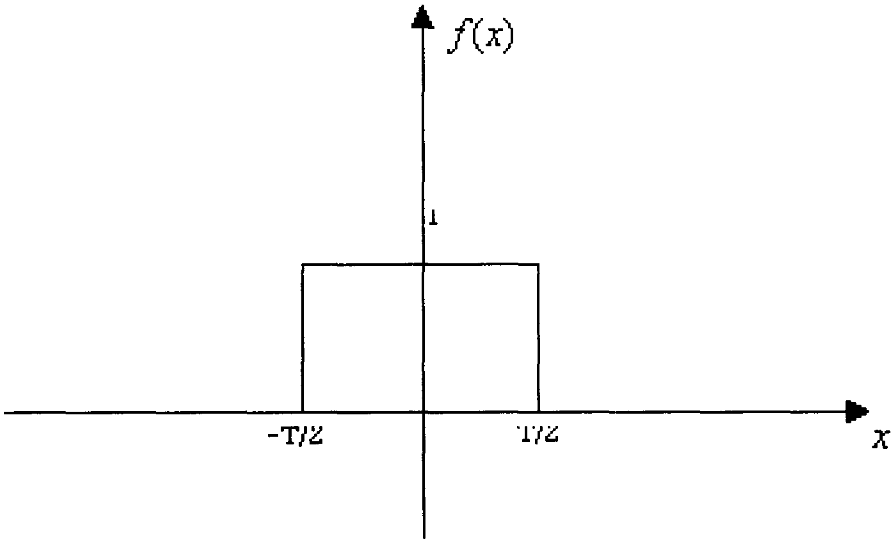
결 론

본고에서는 MRI에서 k-space데이터의 원리와 이를 이용한 MR 영상의 재구성에 관해 서술하였다. 결론적으로 MRI 영상법이란 영상의 2차원 k-space의 데이터를 얻은 후, 이를 2차원 Fourier 역변환함으로써 영상을 만드는 것이다. 따라서 촬영 시간을 단축하면서 고화질의 영상을 얻기 위해서는 주어진 시간 내에 가장 효율적으로 k-space를 스캔하는 수 밖에 없음을 알 수 있다. MRI가 다른 영상 진단 기기에 비하여 매우 다양한 촬영 방법(Imaging Protocol)을 제공하는 것은 T_R과 T_E 등 영상 파라메터를 바꿈으로써 영상의 특성을 바꿀 수 있다는 점도 있지만 같은 특성의 영상을 얻을 때도 k-space의 스캔을 어떠한

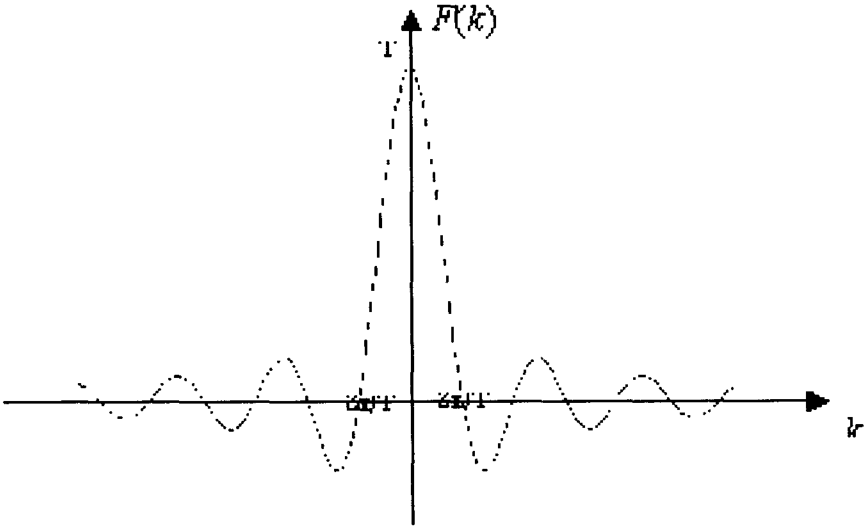
방법으로 하느냐에 따라 촬영 시간과 화질을 결정하게 된다는 점도 주요한 이유가 된다. 최적의 영상법을 선택하기 위해서는 MRI의 핵심 원리인 k-space를 이해하고 k-space의 스캔이 화질에 어떠한 영향을 주는지를 이해할 필요가 있다.

참 고 문 헌

1. Z. H. Cho, Joie P. Jones, Manbir Singh, "Foundations of medical imaging," John Wiley & Sons, Inc., 1993.
2. Marinus T. Varrdingerbroek, Jacques A. den Boer, "Magnetic resonance imaging theory and practice," Springer, 1996.
3. Ronald N. Bracewell, "The Fourier Transform and its applications," 2nd edition," Mc GRAW-HILL, 1986.



(a)



(b)

그림 1. 사각형 펄스 함수와 그의 Fourier 변환된 k-space 함수

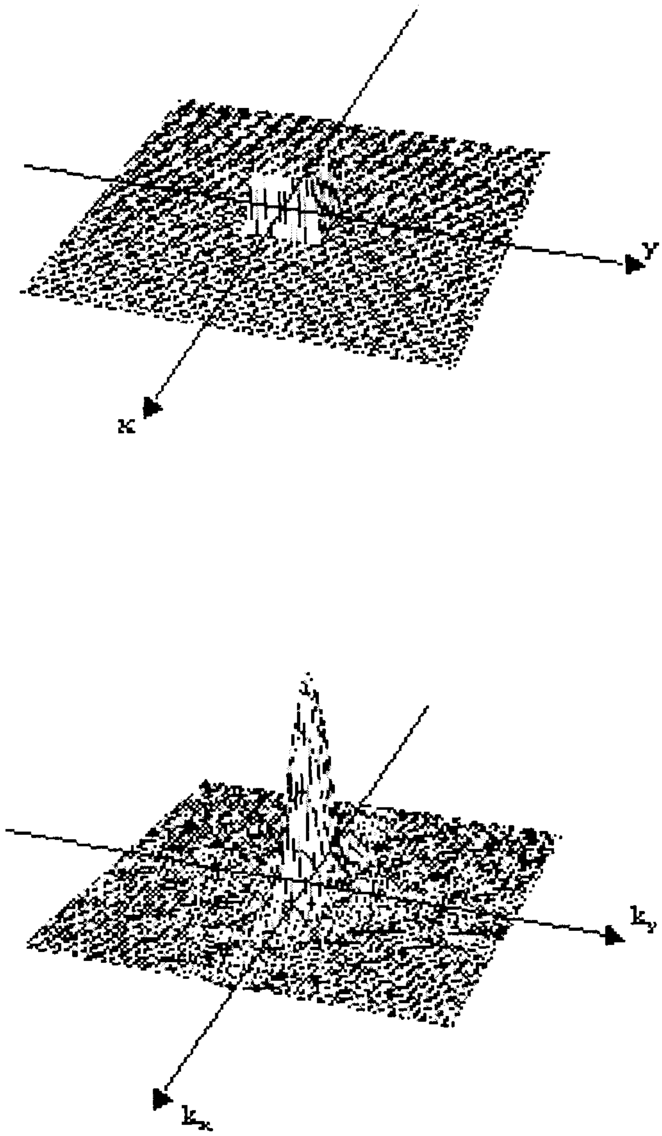


그림 2. 사각형 물체와 그의 Fourier 변환된 k-space 함수

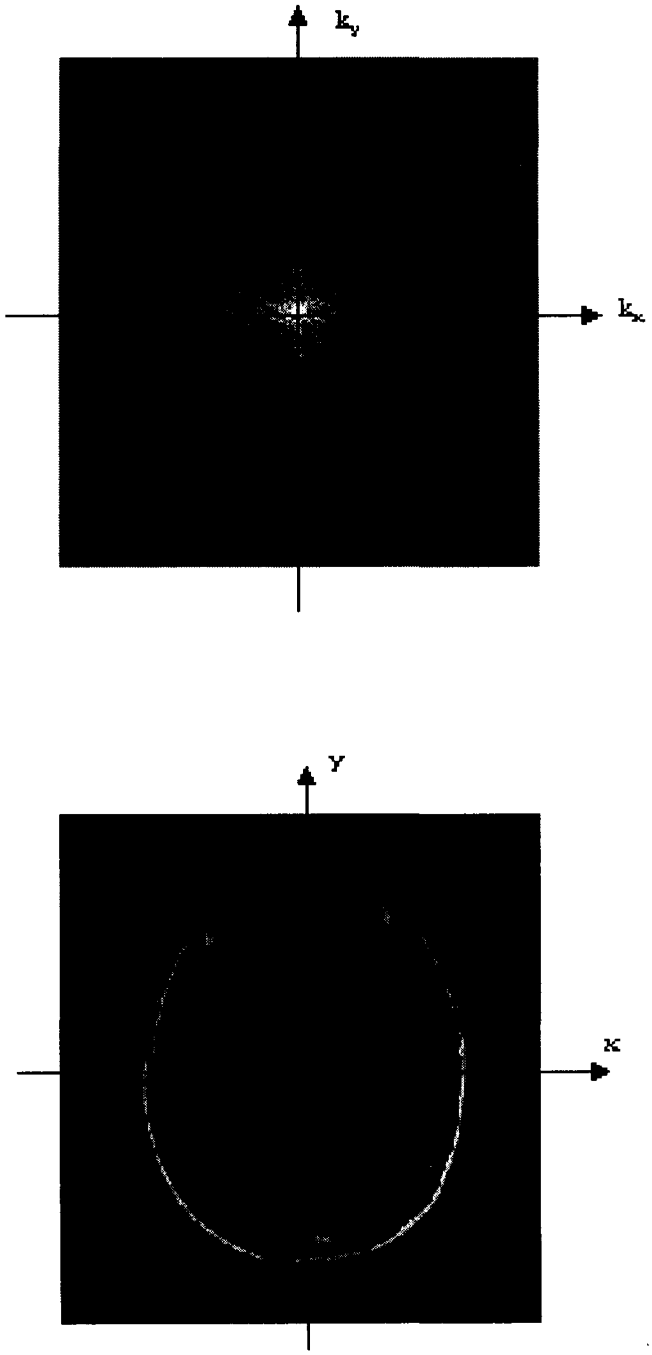


그림 3. k-space MR 신호 데이터와 Fourier 역변환으로 얻은 인체 두부 영상