

변태 소성을 고려한 용접 구조물의 유한 요소 해석

(Finite Element Analysis considering transformation plasticity for a welded structure)

김 주완, 임 세영

한국과학기술원 기계공학과

ABSTRACT We propose an implicit numerical implementation for Leblond's transformation plasticity constitutive equations , which are widely used in welded steel structure. We apply Euler backward scheme rule to integrate the equations and determine the consistent tangent modulus. The implementation may be used with updated Lagrangian formulation. we test a simple butt-welding process to compare with SYSWELD and discuss the accuracy.

1. 서 론

SYSWELD는 용접 구조물의 잔류응력 해석을 위하여 가장 많이 사용되는 상용 해석 코드로 다른 해석 코드와는 달리 상변태에서 발생하는 변태 소성을 고려하여 잔류 응력을 해석 한다. 이 프로그램은 Leblond가 제안한 변태 소성 구성 방정식의 복잡성으로 인해 외연적 적분법(explicit integration)을 사용한다. 이러한 외연적 적분법의 사용은 해석의 수렴성을 보장하지 못하는 문제점을 발생시킨다. 본 연구에서는 SYSWELD에서 사용한 Leblond 변태 소성 구성 방정식에 대해서 수렴성을 보장하는 하나의 내연적 적분 방법(implicit integration method)을 제시하고 검증하고자 한다.

2. 이론 해석

SYSWELD에서 사용하는 변태 소성에 대한 구성방정식은 1986년 Leblond에 의해서 제한된 모델 사용한다. 이 모델은 강재(steel)의 상을 크게 2개로 나누어 고려한다. Austenite(phase 1)와 Martensite를 비롯한 다른 상(phase2)으로 구분하여 상변태시 발생하는 변태 소성(transformation plasticity)을 고려한다. 이때 항복 응력은 다음과 같이 표현한다.[1]

$$\sigma^y(\bar{\epsilon}_1^{eff}, \bar{\epsilon}_2^{eff}) = [1-f(z)]\sigma_1^y(\bar{\epsilon}_1^{eff}) + f(z)\sigma_2^y(\bar{\epsilon}_2^{eff})$$

여기서 z 는 상2의 상비율을 나타내면 $f(z)$ 는 비선형 Mixture rule을 표현하기 위한 함수로 z 의 함수로 주어진다. $\bar{\epsilon}_1^{eff}, \bar{\epsilon}_2^{eff}$ 는 각각 상1과 2의 등방성 경화 변수(Isotropic hardening variable)이다. 응력이 항복 응력에 도달되지 않은 상태에서 발생하는 변태 소성 변형률과 $\bar{\epsilon}_1^{eff}, \bar{\epsilon}_2^{eff}$ 의 진화 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^m + \dot{\epsilon}^{tp}$$

$$\dot{\epsilon}^{tp} = (-) \frac{3\Delta\epsilon_{1 \rightarrow 2}^{th}}{\sigma_1^y(\bar{\epsilon}_1^{eff})} h\left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma^y}\right) \sigma'(\ln z) \dot{z}$$

$$\dot{\epsilon}^{mp} = \frac{3(1-z)}{2\sigma_1^y(\bar{\epsilon}_1^{eff})} \frac{gz}{E} \sigma' \dot{\bar{\sigma}} + \frac{3(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sigma_1^y(\bar{\epsilon}_1^{eff})} z(\ln z) \sigma' \dot{\theta}$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}_1^{eff} = (-) \frac{2\Delta\epsilon_{1 \rightarrow 2}^{th}}{1-z} h\left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma^y}\right) (\ln z) \dot{z} + \frac{g(z)}{E} \dot{\bar{\sigma}} + \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)z \ln z}{1-z} \dot{\theta}$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}_2^{eff} = (-) \frac{\dot{z}}{z} \bar{\epsilon}_2^{eff} + \omega \frac{\dot{z}}{z} \bar{\epsilon}_1^{eff}$$

여기서 α_1, α_2 는 상1,2의 열팽창 계수, θ 는 온도, ω 는 Martensite변태 경화를 고려를 위한 계수, $\bar{\sigma}$ 는 등가 응력(equivalent stress), $\Delta \varepsilon_{1 \rightarrow 2}^{th}$ 는 상변태가 발생하는 온도에서 두상의 열변형률 차이를 나타낸다. h, g 는 실험 결과와의 보정을 위한 함수이다.

일반적인 Von-Mises flow 법칙($\dot{\varepsilon}^p = \gamma \mu$)과 비교했을 때 위의 구성방정식은 하중 계수(loading index), γ 를 이용하여 아래와 같이 간략히 표현할 수 있다.

$$\frac{2}{3} \gamma = \frac{(1-z)}{\sigma_y^y(\bar{\varepsilon}_i^{eff})} \{(\dot{\varepsilon}_i^{eff})\} \|\sigma\|$$

응력-변형률 관계식(stress-strain relation)은 Simo가 제안한 hyperelastoplastic 응력-변형률 관계식을 사용하였다.[2] 응력 변화율은 원주 회귀법(Radial Return mapping)을 이용하여 적분하고 다른 상태 변수들은 응력 변화율 적분법에 호응해서 Euler backward 방법으로 적분하였다. $(\bar{\varepsilon}_i^{eff})_{n+1} = \lambda + (\bar{\varepsilon}_i^{eff})_n$ 라 표시할 때 탄성 예측 응력, s_{n+1}^{trial} 을 이용하여 $\Delta \gamma_{n+1}$ 을 표시해 보면 다음과 같다.

$$\Delta \gamma_{n+1} = K(\lambda) \|s_{n+1}^{trial}\|$$

여기서 $K(\lambda, \bar{\mu})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$K(\lambda) = \frac{(1-z_{n+1})\lambda}{2\bar{\mu}(1-z_{n+1}) + \frac{2}{3}\hat{\sigma}_i(\lambda)}$$

온도와 상비율은 상변태를 고려한 열전달 해석을 통하여 이미 구해진 값이므로 결국 다음의 비선형 방정식을 푸는 문제로 귀결된다.

$$\lambda = \hat{a} \frac{\{1 - 2\bar{\mu}K(\lambda)\}}{G_i(\lambda)} \|s_{n+1}^{trial}\| + \hat{b} \{1 - 2\bar{\mu}K(\lambda)\} \|s_{n+1}^{trial}\| + \hat{c}$$

여기서 $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ 은 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{a} = (-) \frac{2(\Delta \varepsilon_{1 \rightarrow 2}^{th})_{n+1}}{1-z_{n+1}} (\ln z_{n+1}) \lambda z_{n+1} a, \quad \hat{b} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{g(z_{n+1})}{E_{n+1}},$$

$$\hat{c} = (-) \frac{2(\Delta \varepsilon_{1 \rightarrow 2}^{th})_{n+1}}{1-z_{n+1}} (\ln z_{n+1}) \lambda z_{n+1} b - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{g(z_{n+1})}{E_{n+1}} \|s_n\| + \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)_{n+1} z_{n+1} \ln z_{n+1} \Delta \theta_{n+1}}{1-z_{n+1}}$$

본 연구에서는 Newton 방법을 이용해서 주어진 비선형 방정식을 풀고 λ 값을 구하였다. 나머지 상태 변수들의 값은 구해진 λ 와 주어진 다른 수식들을 이용해서 구할 수 있다. 자세한 응력을 개선(update stress)방법은 [2]를 참조하였다.

제시한 적분방법에 대응하는 접선 계수(Consistent Tangent Modulus)는 다음과 같이 표현된다.

$$c^{cp} = c_{vol} + c_{dev}^{cp}$$

$$c_{vol} = (JU')' J I \otimes I - 2JU'' II$$

$$c_{dev}^{trial} = 2\bar{\mu} [II - \frac{1}{3} I \otimes I] - \frac{2}{3} \|s\| [n \otimes I + I \otimes n]$$

$$c_{dev}^{cp} = c_{dev}^{trial} - \beta_1 c_{dev}^{trial} - 2\bar{\mu} \beta_3 n \otimes n - 2\bar{\mu} \beta_4 \text{sym}[n \otimes \text{dev}[n^2]]$$

여기서 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 는 각각 아래와 같이 주어진다.

$$\beta_0 = 1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial \hat{\sigma}_y}{\partial \Delta \gamma_{n+1}} \frac{1}{2\bar{\mu}}, \beta_1 = \frac{2\bar{\mu}\Delta\gamma_{n+1}}{\|s_{n+1}^{trial}\|}, \beta_2 = [1 - \frac{1}{\beta_0}] \frac{2}{3} \frac{\|s_{n+1}^{trial}\|}{\bar{\mu}} \Delta\gamma, \beta_3 = \frac{1}{\beta_0} - \beta_1 + \beta_2, \beta_4 = [\frac{1}{\beta_0} - \beta_1] \frac{\|s_{n+1}^{trial}\|}{\bar{\mu}}$$

본 연구에서는 제시한 적분법의 검증을 위하여 2차원 평면 변형률 상태를(plane strain state)가정한 butt 용접 구조물의 모델에 대하여 유한 요소 해석을 수행하였으며 그 결과를 SYSWELD를 이용한 해석 결과와 비교하였다. 재료의 물성치는 [3]에서 주어진 A508 c1.3 steel의 데이터를 이용하였다.

Fig. 1은 용접후 잔류 Von-Mises 응력 분포를 나타낸다. (a)는 본 연구의 방법을 이용한 것이고 (b)는 SYSWELD를 이용한 결과이다. 두 결과는 매우 유사한 분포를 보여 주고 있다.

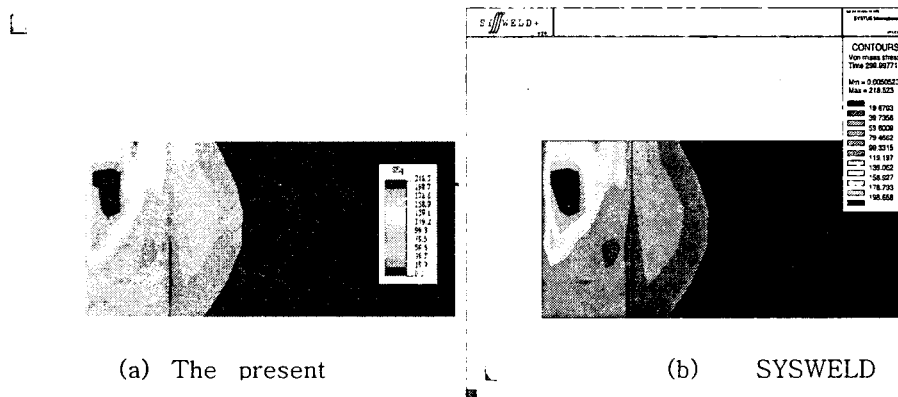


Fig. 1 Von-Mises stress distribution of the test example.

3. 결 론

본 연구에서는 SYSWELD를 이용하여 용접 구조물 잔류 응력 해석할 때 발생하는 수렴성 문제를 해결할 수 있는 하나의 변태 소성 구성방정식 적분법을 제시하였고 유효성을 입증하였다. 그리고 이 방법에 대응하는 접선 계수(consistent tangent modulus)를 구하였다.

후 기

본 논문은 과학기술부가 지원하는 특정연구개발사업중 중점국가연구개발사업(기계설비요소기술개발)으로 지원되어 수행되었음에 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Leblond, J. B., Mottet G. and Devaux J. C. : A Theoretical and Numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations Part-II , Study of classical plasticity for ideal-plastic phases, J. Mech. Phys. Solids, 34-4(1986), pp411-432
2. Simo, J.C. : A Framework for Finite Strain Elastoplasticity Based on Maximum Plastic Dissipation and the Multiplicative Decomposition Part I, Continuum Formulation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 66(1988), pp199-219
3. J.B. Leblond and J. Devaux : A new kinetic model for anisothermal metallurgical transformations in steels including effect of austenite grain size ,Acta metall.,32(1984), pp137-146