

PBD가 설치된 연약 점토지반의 압밀특성을 고려한 설계방법

이승래¹⁾, Seung Rae Lee

¹⁾ 한국과학기술원 토목공학과 부교수, Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, KAIST

1. 개요

투수가 원활이 이루어지지 않는 연약 점토지반의 압밀을 촉진 시키기 위하여 PBD (Prefabricated Band Drain, 또는 Plastic Board Drain)가 적용된 연약 점토지반의 압밀거동은 주어진 연약 점토지반이 비교적 균질한 특성을 가지고 있다 하더라도 PBD 설치로 인해 다차원적인 압밀 거동특성을 가진다. 이러한 거동특성을 가지는 PBD가 설치된 연약 점토지반의 압밀특성을 고려한 설계방법은 크게 수치해석을 이용한 방법과 해석적인 해를 이용하는 방법으로 대별될 수 있다. 각 방법들의 적용성은 주어진 지반조건 특성과 연약 점토지반 거동특성 및 이들의 모델방법에 따라 다르다. 수치해석적인 방법으로는 유한차분법과 유한요소법이 대부분 적용되고 있으며 특히 해석적인 방법에 의해 해를 구하기 어려운 대변형을 고려한 경우, 연약 점토지반층이 여러 층으로 이루어진 경우, 2차원 또는 3차원 거동 해석시 적용될 수 있다.

여기서는 실제 현장에서 많이 적용되고 있는 해석적인 방법의 기본원리 및 적용성과 문제점 등에 대하여 논하였다.

2. 해석적인 방법의 적용을 위한 모델링 방법

해석적인 방법에서는 대표적으로 삼각형과 사각형의 두가지 형태(pattern)(그림 1참조)로 배수재가 설치되는 경우 하나의 배수재를 관점으로 압밀과정을 모델링한다(그림 2참조). 또한 해석적인 방법을 적용하기 위해서는 몇몇 가정이 필요하다. 먼저 연약지반 전 깊이에 배수재가 설치된 경우로 가정하며 Terzaghi의 일차원 압밀이론에 포함된 모든 가정 하에 하나의 배수재를 향한 반경방향 흐름으로 인한 일차원 연직 압축이 일어나는 경우로 한정된다.

3. PBD가 설치된 연약 점토지반의 압밀이론

3.1 지배방정식

Reudulic(1935)은 하나의 배수재를 향한 반경방향 흐름으로 인한 일차원 연직 압축과정을 나타내는 해를 구하기 위한 지배방정식을 다음과 같이 유도하였다(부록 A 참조).

$$\partial u / \partial t = c_h (\partial^2 u / \partial r^2 + \frac{1}{r} \partial u / \partial r) \quad (1)$$

이는 Terzaghi의 일차원 압밀 방정식 유도시 포함된 모든 가정하에 유도된 지배방정식 형태이다.

또한 Carillo(1942)는 연직방향 흐름이 함께 고려되는 경우 다음의 지배방정식으로부터 임의의 반경 r 과 임의의 깊이 z 에서의 과잉 간극수압을 $u_{r,z} = u_r u_z / u_0$ 로 구하였고 평균압밀도는 $(1-U) = (1-U_z)(1-U_r)$ 을 이용하여 구할 수 있다고 제안하였다.

$$\partial u / \partial t = c_h (\partial^2 u / \partial r^2 + \frac{1}{r} \partial u / \partial r) + c_v \partial^2 u / \partial z^2 \quad (2)$$

이들 지배방정식들을 기본으로 하여 여러 연구자들이 이론 해를 구하였으며 이에 대한 내용은 다음절에 기술되었다. 그러나 앞서 기술된 바와 같이 이들 지배방정식들은 Terzaghi의 여러 가정 중 특히 미소 변형률에 한정하여 적용이 가능하므로 실제 연약 점토지반에서와 같이 많은 변형이 유발되는 경우에는 이를 고려한 지배 방정식이 유도될 수 있으며(부록 B 참조) 이 경우에는 해석적인 해를 구하기 어려우므로 수치해석 방법에 의해 해를 구하게 된다.

3.2 제안된 이론 해들

(1) Barron의 해(1944, 1948)

Barron은 자유 변형률(free strain)의 경우와 등가 변형률(equal strain)의 경우에 대한 해석해를 각각 구하였다(부록 C 참조). 실제 지반의 경우에는 배수재의 크기, 간격, 모래 성토층의 두께 및 강성, 배수재와 주변 연약 지반의 강성비 등에 의존하여 위의 두 조건 사이의 변형률 형태를 나타낸다. 연구 결과에 의하면 자유 변형률의 경우와 등가 변형률의 경우 각각 구해지는 시간에 따른 평균 압밀도는 거의 같은 경향을 나타내는 것으로 알려져 있으며(그림 3참조) 등가 변형률의 경우 얻어진 해가 훨씬 간편하므로 널리 이용된다.

Barron은 또한 교란 영역(smear zone)과 배수정 효과(well resistance effect)를 고려한 해를 제안하였다(부록 C 참조). 그러나 Hansbo(1981)는 배수정 효과에 대한 Barron의 해가 부정확하다고 지적하였으며 수정된 평균 압밀도와 시간의 상관관계를 제안하였다(부록 E 참조).

한편 Barron의 연구 이후 이에 대한 몇몇 개선이 이루어져 Schiffman(1958)은 투수계수의 변화를 과잉 간극수압의 함수로 표현하여 고려하였으며 Hansbo(1960)는 투수계수가 동수정사의 n 승에 비례한다고 가정하여 Barron의 등가 변형률에 대한 해를 수정하여 적용하였다.

(2) Kjellman의 해(1948)

Kjellman은 하나의 배수재를 중심으로 한 실린더 영역(반경= r_e)을 가정하고 등가 변형률 상태로 가정하여 평균압밀도를 구하는 식을 다음과 같이 구하였다(부록 D 참조).

$$U_r = 1 - \bar{u} / \bar{u}_0 = 1 - \exp[-2T_h / F(n)], \quad T_h = c_h t / r_e^2 \quad (3)$$

$$F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left[\ln n - \frac{3}{4} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{4n^2} \right], \quad n = r_e / r_w \quad (4)$$

식에 나타난 바와 같이 n 이 비교적 큰 경우에는 Barron의 해와 거의 같은 결과를 얻을 수 있다.

(3) Hansbo의 해(1979,1981)

Hansbo는 반경 방향의 흐름만이 유발되는 경우 등가 변형률 가정을 바탕으로 해를 구하였다. 또한 교란 영역이 있는 경우 교란 영역의 압축성이 비교란 영역과 같다고 가정하여 해를 구하였으며 배수정 효과 또한 고려하였다(부록 E 참조). 배수정 효과가 무시되는 경우 Hansbo의 해는 n 이 비교적 큰 경우 Barron의 해 및 Kjellman의 해와 동일하며 배수정 효과가 고려되는 경우에는 평균 압밀도가 직접 계산될 수 없고 몇 층으로 나누어 평균압밀도 $U_r(z)$ 를 산정한후 U_r 을 얻기 위해서는 이들의 평균값으로부터 산정해야 한다. 따라서 Rixner 등(1986)은 평균 압밀도를 얻기 위해 평균 $\bar{F}(n,s)$ 를 다음과 같이 산정할 것을 제안하였으며 Hansbo의 경우와 얻어진 해를 비교하였다(그림 4 참조).

$$\bar{F}(n,s) = \frac{1}{l_m} \int_0^{l_m} F(n,s) dz \quad (5)$$

여기서 l_m 은 최대 배수거리이다.

(4) Zeng & Xie의 해(1989)

Zeng & Xie는 배수정 효과를 고려한 Hansbo의 해에서는 시간에 따른 변형률 변화 $(\partial \varepsilon / \partial t)$ 가 깊이에 따라 일정하다고 가정하였고 배수채와 연약 점토지반 경계면에서 Hansbo와 Barron의 해는 연속방정식 조건을 만족하지 않는다고 지적하였다. 따라서 이를 보완하여 Zeng & Xie는 다음과 같은 평균 압밀도 식을 제안하였다.

$$U_r = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp\left[-\frac{2T_h}{F(n,s) + D}\right], \quad M = \frac{\pi}{2}(2m+1) \quad (6)$$

$$D = 8G(n^2 - 1)/M^2n^2, \quad G = \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_w}{2r_w}\right)^2, \quad F(n,s) = \text{Hansbo의 해} \quad (7)$$

배수정 효과가 없는 경우 위의 해는 Hansbo 및 Barron의 해와 거의 동일하며 배수정 효과가 커질수록 Hansbo와 Zeng & Xie의 해는 거의 같으나 Barron의 해는 $t=0$ 일때의 해로부터 추론한 결과로 인해 압밀이 진행될수록 과소 평가하는 경향을 나타낸다(그림 5참조).

(5) Yoshikuni & Nakanodo의 해(1974)

Yoshikuni & Nakanodo는 등가 변형률로 가정한 경우 반경방향의 변형 또한 고려하여 다음과 같이 평균압밀도를 산정하였다.

$$U_r = 1 - \exp\left[-\frac{2T_h}{F(n) + 0.8L^*}\right] = 1 - \exp\left[-\frac{2T_h}{F(n) + 2.6G}\right] \quad (8)$$

여기서 배수정 효과를 고려하기 위한 지수 $L^* = \frac{8}{\pi^2} \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_w}{r_w} \right)^2 = \frac{32}{\pi^2} G$ 이다. 그 결과 다른

사람들의 해와 비교하였지만 그림 6에 나타난 바와 같이 반경방향의 변형은 무시가 가능한 것으로 나타났다.

한편, Onoue(1988)는 교란 영역 또한 고려하기 위해 Yoshikuni & Nakanodo의 해를 확장 적용하였다. 이 경우 반경방향 변형을 고려함으로써 교란 영역의 경계면이 실제 압밀 과정에서 변화하지만 고정되는 것으로 가정하였고 교란 영역의 압축성이 다른 것을 고려하였다. 그 결과 반경방향의 흐름만을 고려했을 때 Hansbo의 해와 매우 유사한 결과를 얻어 교란 영역의 압축성 증가보다는 투수계수의 감소가 압밀거동에 더 큰 영향을 준다고 하였다

(6) 그외 제안된 방법들

Magnan & Deroy(1980)와 Zeng 등(1981)은 연직방향의 흐름 또한 고려하기 위하여 근사적으로 다음 식을 제안하였다.

$$U_z = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2}{4} T_v\right] \quad (9)$$

이는 Terzaghi의 압밀 방정식에 대한 정해의 첫 항만을 나타내며 이를 이용하는 경우 초기에는 평균압밀도를 과대평가하지만 U_z 가 30%보다 큰 경우에는 거의 같은 결과를 나타내었다. 이를 이용하여 평균압밀도는 다음과 같이 산정하였다.

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\left(\frac{2c_h}{r_e^2 F(n)} + \frac{\pi^2 c_v}{4 H^2}\right) t\right] \quad (10)$$

또한 Xie(1987)와 Zeng & Xie(1989)는 근사적인 반경방향 평균압밀도를 다음과 같이 제안하였다.

$$U_r = 1 - \exp\left[-\frac{2T_h}{F(n,s) + \pi G}\right] \quad (11)$$

그리고 연직방향 흐름을 고려한 U_z 와 함께 평균압밀도를 다음과 같이 산정하였다.

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\left\{\frac{2c_h}{r_e^2 [F(n) + \pi G]} + \frac{\pi^2 c_v}{4 H^2}\right\} t\right] \quad (12)$$

이는 배수정 효과가 무시되는 경우($G=0$)에는 Magnan & Deroy와 Zeng 등의 해와 동일한 결과를 나타내며 Yoshikuni & Nakanodo의 해와 비교하였을 때 초기에 평균압밀도를 과대평가하게 된다. 이는 U_z 에 대한 동일한 가정(식 9)때문이다.

한편 Lo(1991)는 U_z 와 U_r 에 대한 근사적인 해를 다음과 같이 제안하였다.

$$U_z = 1 - \exp(-4T_v) \quad (13)$$

$$U_r = 1 - \exp\left[-\frac{2T_h}{F(n,s) + 2.5G}\right] \quad (14)$$

이를 바탕으로 평균압밀도는 다음과 같이 산정하였다.

$$U = 1 - \exp\left[-\left\{\frac{2c_h}{r_e^2[F(n) + 2.5G]} + \frac{4c_v}{H^2}\right\}t\right] \quad (15)$$

3.3 부분적으로 PBD가 설치되는 경우

부분적으로 PBD가 설치되는 경우에 대한 이론적인 해는 구할 수 없으며 유한차분법이나 유한요소법 등의 수치해석방법을 이용하여야 한다. Hart 등(1958)은 유한차분법을 적용한 결과 부분적으로 PBD가 설치된 경우 평균압밀도를 다음과 같이 근사적으로 산정하였다.

$$U = U_{r,z} \frac{l_m}{L} + \left(1 - \frac{l_m}{L}\right) U_z \quad (16)$$

이때 U_z 산정시에는 전 층의 두께와 관련된 연직 배수거리 H 를 이용함으로써 배수재와 무관하다고 가정하였다.

또한 Xie(1987)와 Zeng & Xie(1989)는 위의 식에 그들이 제안한 U_z 와 $U_{r,z}$ 를 사용하였다. 그리고 U_z 산정시 최대 배수거리로서 $H_a = (1 - al_m/L)H$ 를 이용하였다. 여기서

$$a = 1 - (1 + b)^{-\frac{1}{2}}, \quad b = \frac{32}{\pi^2} \frac{1}{F(n,s) + \pi G} \quad (17)$$

이며 평균압밀도 산정식은 다음과 같다.

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{l_m}{L} \exp\left[-\left\{\frac{2c_h}{r_e^2 F(n,s)} + \frac{\pi^2 c_v}{4 H^2}\right\}t\right] - \frac{8}{\pi^2} \left(1 - \frac{l_m}{L}\right) \exp\left[-\left(\frac{\pi^2 c_v}{4 H^2}\right)t\right] \quad (18)$$

3.4 시간에 따라 하중이 변화되는 경우

이제까지 기술한 이론해들은 순간 하중이 작용하는 경우에 대하여 적용이 가능하다. 따라서 실제 시공과정이 고려되는 경우에는 일련의 단계적 하중으로 근사화하여 적용이 가능하다. Olson(1977)은 한 단계의 하중 증가분 $\Delta\sigma_v$ 가 t_c 기간 동안 일정한 율로 증가한 후 일정하게 유지되는 경우(그림 7 참조) Barron 또는 Hansbo의 이론해인 평균 간극수압 $\bar{u} = u_0 \exp[-2T_h / F(n,s)]$ 를 바탕으로 적용 가능한 방법을 다음과 같이 제안하였다.

즉, 매 시간 증가분 $d\tau$ 시 매 하중 증가분 $d[\Delta\sigma(\tau)]$ 에 의해 전층에 일정한 과잉 간극수압 $d\bar{u}(\tau)$ 가 다음과 같이 유발된다.

$$du(\tau) = d[\Delta\sigma_{v_c}(\tau)] = (\Delta\sigma_{v_c} / t_c) d\tau \quad (19)$$

따라서 임의의 τ 시간에 하중 증가분 $d[\Delta\sigma_{v_c}(\tau)]$ 를 작용시킨 후 임의의 시간 $(t-\tau)$ 시에 남아 있는 과잉간극수압은 다음과 같다.

$$d\bar{u} = d\bar{u}(\tau) \exp[-2c_h(t-\tau)/r_e^2 F(n,s)] \quad (20)$$

$$\bar{u} = \int_0^t \frac{\Delta\sigma_{v_c}}{t_c} \exp[-2c_h(t-\tau)/r_e^2 F(n,s)] d\tau \quad (21)$$

그러므로 $t < t_c$ 일때

$$\bar{u} = \frac{\Delta\sigma_{v_c}}{2} \frac{F(n,s)}{T_c} \left\{ 1 - \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n,s)}\right] \right\} \quad (22)$$

이고 평균 압밀도 U_r 은

$$U_r = \left(\frac{t}{t_c} \Delta\sigma_{v_c} - \bar{u} \right) / \Delta\sigma_{v_c} = \frac{T_h}{T_c} - \frac{F(n,s)}{2T_c} \left\{ 1 - \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n,s)}\right] \right\} \quad (23)$$

이며 $t > t_c$ 일 때에는

$$\bar{u} = \frac{\Delta\sigma_{v_c}}{2} \frac{F(n,s)}{T_c} \left\{ \exp\left[\frac{-2T_c}{F(n,s)}\right] - 1 \right\} \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n,s)}\right] \quad (24)$$

이고 평균 압밀도 U_r 은

$$U_r = 1 - \frac{F(n,s)}{2T_c} \left\{ \exp\left[\frac{2T_c}{F(n,s)}\right] - 1 \right\} \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n,s)}\right] \quad (25)$$

로부터 산정할 수 있다. 이로부터 몇몇 T_c 값에 대한 $(U_r - T_h)$ 상관관계를 나타내면 그림 8과 같다. 그리고 몇 단계로 하중이 주어지는 경우에는 중첩에 의해 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$U_r = \frac{1}{\sum_{j=1}^n (\Delta\sigma_{v_c})_j} \sum_{j=1}^n (\Delta\sigma_{v_c})_j \left\{ 1 - \frac{F(n,s)}{2(T_{cf} - T_{c0})} \left[\exp\left[\frac{2T_{cf}}{F(n,s)}\right] - \exp\left[\frac{2T_{c0}}{F(n,s)}\right] \right] \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n,s)}\right] \right\} \quad (26)$$

여기서 T_{c0} 와 T_{cf} 는 각각 j 번째 시공 단계의 시작시 및 종료시 시간 계수로서 각각 $c_h t_{c0} / r_e^2$ 및 $c_h t_{cf} / r_e^2$ 이다.

이러한 방법은 Barron과 Hansbo의 이론해 외에 다른 이론해들을 적용해서도 적용이 가능하다.

3.5 배수정 효과와 교란 영역을 고려하기 위해 배수재 반경을 보정하는 경우

Richart(1959)는 교란 영역으로 인해 평균압밀도가 감소하는 것을 고려하기 위해 배수재의 지름을 다음과 같이 감소함으로써 고려하고자 하였다.

$$n_e = ns^{(k_h/k_s-1)} \quad (27)$$

Xie(1987) 또한 배수정 효과를 고려하기 위하여 줄어든 배수재 반경을 다음과 같이 고려하였다.

$$n_e = n \exp(32G/\pi^2) \quad (28)$$

그리고 Onoue(1988)도 교란 효과를 고려한 n_e 식을 제안하였으며 $G=0$ 일 경우 Xie식과 동일한 형태를 갖는다. 그러나 이들을 적용하는 경우 s , k_h/k_s 및 k_w/k_h 값들을 알아야 하지만 이들의 결정이 그다지 용이하지 않으므로 기존에 제안된 이론 식들을 이용하는 것에 비해 장점이 없다.

4. 등가 PBD 반경

PBD의 경우 일반적으로는 band 형태를 갖지만 위에 기술한 압밀 이론해들의 적용시에는 원형으로 가정된다. 이때 등가 반경에 대한 연구 결과 몇몇 방법이 제안되었다.

Hansbo(1979)는 유한요소해석 결과와 비교하여 $r_w = (a+b)/\pi$ 를 제안하였고 Atkinson & Eldred(1981)는 유선들의 배수재로의 모임(convergence) 효과를 고려하여 $r_w = (a+b)/4$ 를 제안하였다. 그리고 Fellenus & Castonguay(1985)는 $r_w = (ab/\pi)^{1/2}$ 와 $r_w = (a+b)/\pi$ 를 이용한 결과 사용된 압밀 이론 및 지반 변수에 의존되는 결론을 도출하였다.

5. 결론

기술된 바와 같이 PBD가 설치된 연약 점토지반의 압밀특성을 해석하기 위하여 여러 이론해들이 제안되었다. 이들 각 해들은 이론해 유도과정에서 가정사항들을 포함하므로 이에 적절한 경우에 한하여 적용이 가능하다. 미소변형으로 가정된 경우에는 Hansbo에 의해 제안된 이론해가 비교적 적용이 간편하고 그 후 제안된 보완된 해와 거의 차이가 없으므로 적용성이 뛰어난 것으로 판단된다. 하지만 미소변형 가정에 바탕을 두고 있어 변형이 비교적 많이 유발되는 경우에는 그 적용성이 떨어지므로 대변형을 고려한 해석 방법이 추천된다.

또한 실제 적용시에는 관련된 몇몇 변수들에 대한 값이 요구된다. 예로서 배수재의 등가 반경과 교란영역 및 배수재 내에서의 통수능력 등이 요구되지만 이들에 대한 적절한 설계값들이 아직 완전히 정립되어 제안되지 않고 있는 실정이다.

6. 참고문헌

1. Atkinson, M.S. & Eldred, P.J.L. (1981), "Consolidation of Soil Using Vertical Drains," Geotechnique, Vol.31, No.1, pp.33-43.

2. Barron, R.A. (1944), "The Influence of Drain Wells on the Consolidation of Fine-Grained Soils," Diss. Providence, U.S. Engineering Office.
3. Barron, R.A. (1948), "Consolidation of Fine-Grained Soils by Drain Wells," Transactions ASCE, Vol.113, Paper No.2346, pp.718-742.
4. Carillo, N. (1942), "Simple Two and Three Dimensional Cases in the Theory of Consolidation of Soils," J. of Mathematics & Physics, Vol.21, No.1, pp.11-18.
5. Fellenius, B.H. & Castonguay, N.G. (1985), "The Efficiency of Band shaped Drains: A Full scale Laboratory Study," Report to National Research Council, Canada.
6. Hansbo, S. (1960), "Consolidation of Clay, with Special Reference to Influence of Vertical Sand Drains," Proc. Swedish Geotechnical Institute, No.18, 160pp.
7. Hansbo, S. (1979), "Consolidation of Clay by Band-Shaped Prefabricated Drains," Ground Engineering, Vol.12, No.5, pp.16-25.
8. Hansbo, S. (1981), "Consolidation of Fine-Grained Soils by Prefabricated Drains," Proc. 10th ICSMFE, Stockholm, Vol.3, pp.677-682.
9. Hart, E.G., Konder, R.L. & Boyer, W.C. (1958), "Analysis for Partially Penetrating Sand Drains," ASCE, J. of Soil Mech. & Foundations Division, Vol.84, No.SM4, pp.1812-1-1812-15.
10. Kjellman, W. (1948a), "Accelerating Consolidation of Fine Grained Soils by means of Cardboard Wicks," Proc. 2nd ICSMFE, Rotterdam, Vol.2, pp.302-305.
11. Kjellman, W. (1948b), Discussion, "Consolidation of Fine Grained Soils by Drain Wells," by R.A. Barron, Transactions ASCE, Vol.113, pp.748-751.
12. Lo, D.O.K. (1991), "Soil Improvement by Vertical Drains," Dissertation, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign.
13. Magnan, J.P. & Deroy, J.M. (1980), "Analyse Graphique Des Tassements Observees Sous Les Ouvrages," Bull. Liaison LPC, Vol.109, pp.45-52.
14. Olson, R.E. (1977), "Consolidation Under Time Dependent Loading," ASCE, J. of Geotech. Engr. Division, Vol.103, No.GT1, pp.55-60.
15. Onoue, A. (1988), "Consolidation of Multilayered Anisotropic Soils by Vertical Drains with well Resistance," Soils and Foundations, Vol.28, No.3, pp.75-90.
16. Rendulic, L. (1935), "Der Hydrodynamische Spannungsausgleich Zentral Entwasserten Tonzylindern," Wasserwirtsch. U. Tech., Vol.2, pp.250-253;269-273.
17. Richart, F.E.Jr. (1959), "Review of the Theories for Sand Drains," Transactions, ASCE, Vol.124, pp.709-739.
18. Rixner, J.J., Kraemer, S.R. & Smith, A.D., (1986a), "Prefabricated Vertical Drains, Vol.I, Engineering Guidelines," Federal Highway Administration.
19. Rixner, J.J., Kraemer, S.R. & Smith, A.D., (1986b), "Prefabricated Vertical Drains,

Vol.II, Summary of Research Effort,” Federal Highway Administration.

20. Schiffman, R.L. (1958), “Consolidation of Soil under Time-Dependent Loading and Varying Permeability,” Proc. Highway Research Board, Vol.39, pp.584-617.
21. Xie, K.H. (1987), “Sand-Drained Ground: Analytical and Numerical Solutions and Optimal Design,” Dissertation, Zhijiang Univ., Hangzhou (in Chinese)
22. Yoshikuni, H. & Nakanodo, H. (1974), “Consolidation of Soils by Vertical Drain Wells with Finite Permeability,” Soils and Foundations, Vol.14, No.2, pp.35-46.
23. Zeng, G.X. & Xie, K.H. (1989), “New Development of the Vertical Drain Theories,” Proc. 12th ICSMFE, Rio de Janeiro, Brazil, Vol.2, pp.1435-1438.

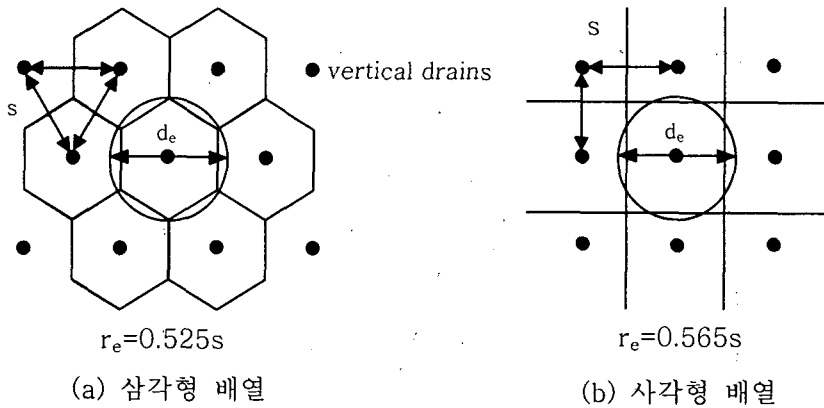


그림1 배수재가 설치되는 일반적인 형태와 영향반경

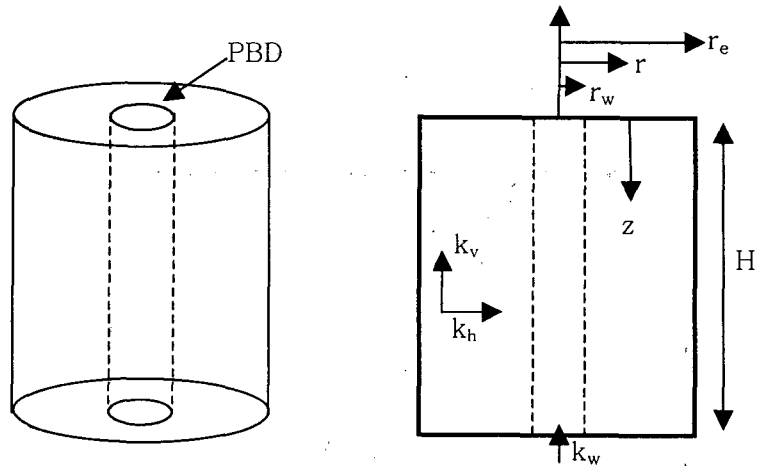


그림2 하나의 배수재가 영향을 주는 실린더 지반으로의 모델링

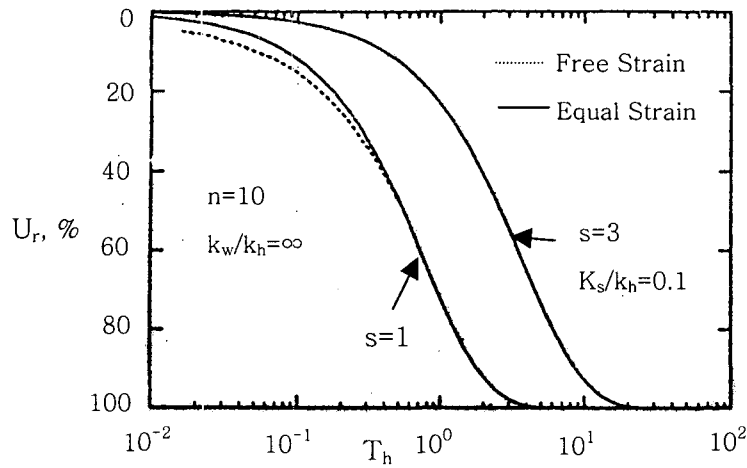


그림3 Barron의 자유 및 등가변형률에 대한 이론해 비교(Moran 등, 1958)

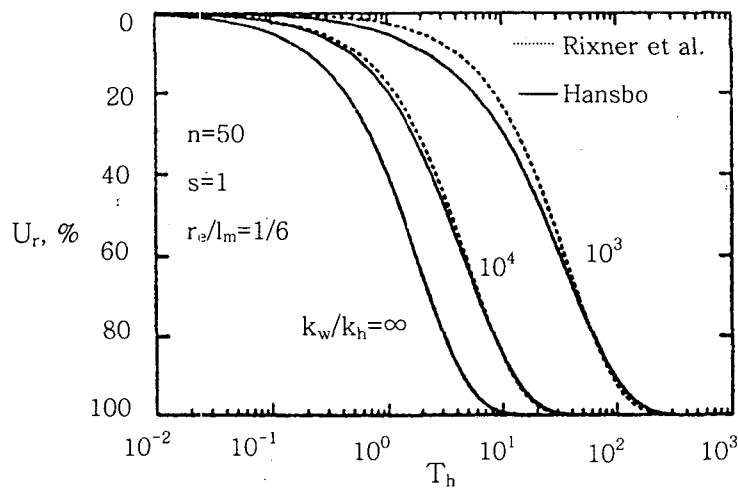


그림4 Hansbo와 Rixner 등의 해에 대한 비교

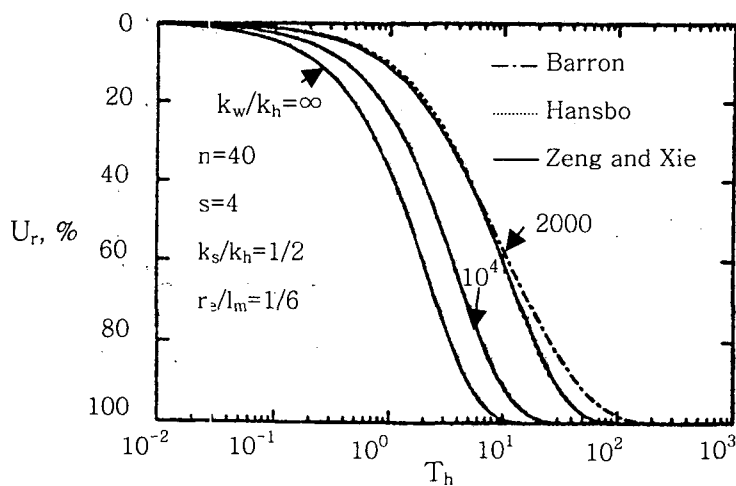


그림5 Zeng & Xie의 해와 Hansbo 및 Barron해와의 비교

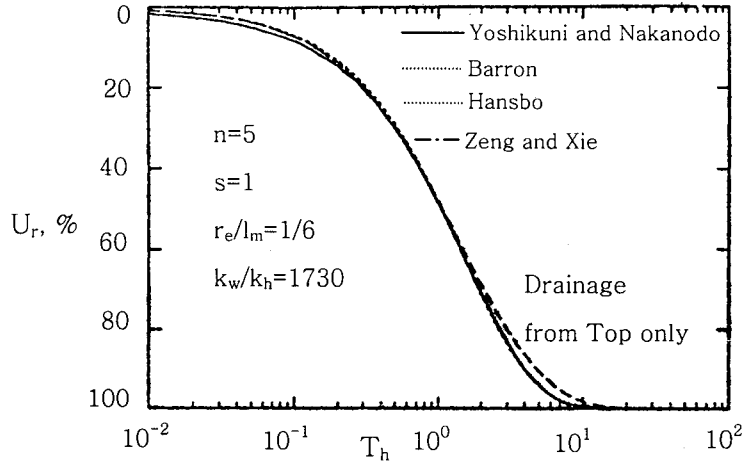


그림6 반경방향 변형을 고려한 경우의 해와 다른 해들과의 비교

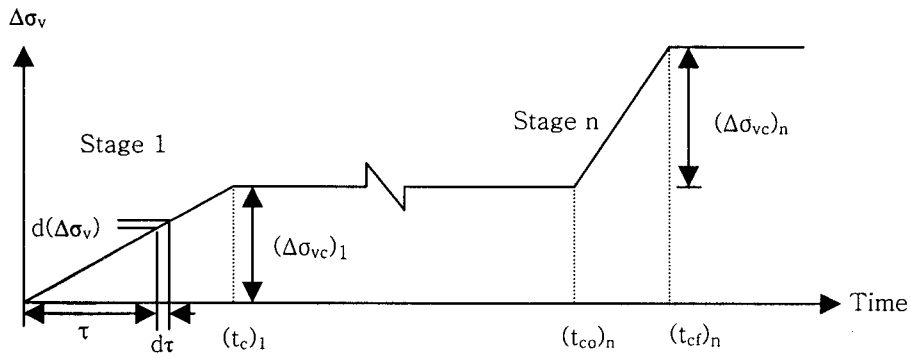


그림7 시간에 따라 하중이 변화되는 경우

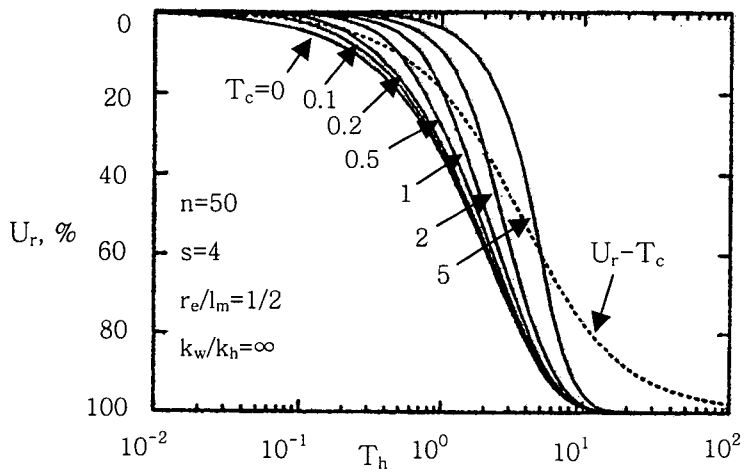


그림8 시간의존적인 하중이 작용되는 경우

부록 A. 미소 변형 축대칭 압밀 지배방정식의 유도

체적 $V = (r\theta)(\Delta r)(\Delta z)$ 를 가진 지반 요소를 고려하면 시간 Δt 동안 흐르는 물의 유입량은 $(r\theta)(\Delta z)(v)\Delta t$ 이며, 유출량은 $(r + \Delta r)\theta(\Delta z)(v + \Delta v)(\Delta t)$ 이므로 유량차로 인한 체적감소 ΔV 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta V &= \theta(\Delta z)(\Delta t)(rv + r\Delta v + \Delta r \cdot v + \Delta r\Delta v - rv) \\ &= (r\theta)(\Delta r)(\Delta z)(\Delta t)\left(\frac{\Delta v}{\Delta r} + \frac{v}{r}\right) = V\left(\frac{\Delta v}{\Delta r} + \frac{v}{r}\right)(\Delta t)\end{aligned}\quad (A1)$$

이러한 체적 감소는 지반 구조의 압축량 $\Delta V = -(r\theta)(\Delta r)[\Delta(\Delta z)]$ 와 같아야 하므로 응력-변형률 관계 $\Delta\sigma_v' = D[\Delta(\Delta z)/\Delta z]$ 와 $\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_v' + \Delta u = 0$ 의 관계를 이용하면

$$\Delta V = (r\theta)(\Delta r)\frac{\Delta\sigma_v'}{D}(\Delta z) = V\frac{\Delta\sigma_v'}{D} = -V\frac{\Delta u}{D}\quad (A2)$$

이므로

$$\Delta u / \Delta t = -D(\Delta v / \Delta r + v / r)\quad (A3)$$

이 되고 Darcy의 법칙 $v = ki = -k\Delta h / \Delta r = -k\frac{1}{\gamma_w}\frac{\Delta u}{\Delta r}$ 을 이용하면

$$\Delta u / \Delta t = \frac{kD}{\gamma_w}\left[\frac{\Delta}{\Delta r}\frac{\Delta u}{\Delta r} + \frac{1}{r}\frac{\Delta u}{\Delta r}\right]$$

이 되고 $\Delta t \rightarrow 0$ 일 때 다음과 같은 반경 방향 흐름의 경우 일차원 연직 압밀에 대한 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\partial u / \partial t = \frac{kD}{\gamma_w}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right] = c_h\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)\quad (A4)$$

부록 B. 대변형을 고려한 축대칭 압밀 지배방정식의 유도

압밀전의 요소 높이 dz , 압밀 과정에서의 요소 높이 $d\zeta$, 고체 입자만의 높이 ds 를 갖는 지반 요소를 고려하면 다음의 관계를 갖는다.

$$d\zeta = \frac{\partial \zeta}{\partial z} dz = \frac{1+e}{1+e_0} dz, \quad d\zeta = \frac{\partial \zeta}{\partial s} ds = (1+e)ds \quad (B1)$$

그리고 압밀 과정중 임의의 시간 t 에서의 요소내 물의 체적 $V_w = \frac{e}{1+e} r dr d\theta d\zeta$ 이므로

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{e}{1+e} r dr d\theta d\zeta \right) \quad (B2)$$

이고 $\partial \zeta / (1+e) = ds$ 로서 상수이므로 시간에 따른 물의 체적 변화량은 다음과 같다.

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} r dr d\theta d\zeta \quad (B3)$$

또한 연직 및 반경 방향 흐름에 의한 흐름차는

$$q_{net} = \frac{\partial q_v}{\partial \zeta} d\zeta + \frac{\partial q_r}{\partial r} dr \quad (B4)$$

이고, 여기서 $q_v = -k_v \frac{\partial h}{\partial \zeta} r dr d\theta$, $q_r = -k_h \frac{\partial h}{\partial r} r d\theta d\zeta$ 이다.

연속 조건에 의해 식(B3)의 $\frac{\partial V_w}{\partial t}$ 와 식 (B4)의 q_{net} 는 같아야 하므로

$$-\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} r dr d\theta d\zeta = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(k_v \frac{\partial h}{\partial \zeta} \right) r dr d\theta d\zeta - \frac{\partial}{\partial r} \left(k_h r \frac{\partial h}{\partial r} \right) dr d\theta d\zeta \quad (B5)$$

이고, $h = u / \gamma_w$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} r &= \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(k_v \frac{\partial h}{\partial \zeta} \right) r + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_h r \frac{\partial h}{\partial r} \right) \\ &= \frac{1}{\gamma_w} \frac{(1+e_0)^2}{(1+e)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_v}{1+e} \frac{\partial u}{\partial z} \right) r + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_h r \frac{\partial h}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (B6)$$

과 같이 정리할 수 있으므로 다음과 같은 지배 방정식이 유도될 수 있다.

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{(1+e_0)^2}{(1+e)} \frac{1}{\gamma_w} \left\{ \frac{\partial k_v}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + k_v \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{1+e} \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial e}{\partial z} \right] \right\} + \frac{(1+e)}{\gamma_w} \left\{ \frac{\partial k_h}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r} + k_h \left(\frac{1}{\gamma} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) \right\} \quad (B7)$$

여기에 압밀 과정에서의 투수계수 변화와 이차 압밀 효과를 고려함으로써 실제 현장에서의 거동 특성에 보다 가까운 압밀 현상을 모델할 수 있으나 해석적으로 해를 구할 수 없으므로 수치 해석 방법에 의해 해를 구해야 한다.

부록 C. Barron의 이론해

(1) 자유 변형률의 경우

이 경우에는 주로 반경 방향 흐르만이 유발 되므로 Rendulic의 지배방정식으로부터 다음과 같이 해를 구하였다.

$$U_r = 1 - \sum_{a_1}^{a_2} \frac{4[J_0(a)Y_1(a) - Y_0(a)J_1(a)]^2 \exp(-a^2 n^2 T_h)}{a^2 (n^2 - 1) \{n^2 [J_0(an)Y_0(a) - Y_0(an)J_0(a)]^2 - [J_0(a)Y_1(a) - Y_0(a)J_1(a)]^2\}} \quad (C1)$$

여기서 J_0, J_1 은 각각 0과 1차 order를 갖는 첫번째 Bessel 함수이며 Y_0, Y_1 은 각각 0과 1차 order를 갖는 두번째 Bessel 함수이고, a_1, a_n 은 다음 식을 만족하는 Bessel 함수의 해들이다.

$$J_1(an)Y_0(a) - Y_1(an)J_0(a) = 0 \quad (C2)$$

(2) 등가 변형률의 경우

등가 변형률의 경우에는 임의 깊이에서의 평균 과잉간극수압 \bar{u} 를 이용하여 다음의 지배방정식으로부터 평균압밀도에 대한 해를 구하였다.

$$\partial \bar{u} / \partial t = c_h \left(\partial^2 \bar{u} / \partial r^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \quad (C3)$$

$$U_r = 1 - \exp[-2T_h / F(n)] \quad (C4)$$

$$F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \ln(n) - \frac{3n^2 - 1}{4n^2} \quad (C5)$$

(3) 자유 변형률의 경우 (교란 영역 고려)

교란 영역이 고려된 자유 변형률의 경우 Barron은 다음과 같은 평균압밀도 식을 구하였다.

$$U_r = 1 - \sum_{a_1}^{a_2} \frac{4\bar{U}_1^2(as) \exp(-a^2 n^2 T_h)}{a^2 (n^2 - s^2) \left\{ \frac{4}{\pi^2 a^2 s^2} - \bar{U}_0^2(as) - \bar{U}_1^2(as) \right\}} \quad (C6)$$

$$\bar{U}_0(as) = J_0(as)Y_1(an) - J_1(an)Y_0(as) \quad (C7)$$

$$\bar{U}_1(as) = J_1(as)Y_1(an) - J_1(an)Y_1(as) \quad (C8)$$

여기서 a_1, a_n 은 다음 식을 만족하는 Bessel 함수의 해들이다.

$$\frac{k_s U_0(as)}{k_h as \ln(s)} + \bar{U}_1(as) = 0 \quad (C9)$$

(4) 등가 변형률의 경우(교란 영역 고려)

이 경우에는 교란 영역이 없는 경우와 같은 평균압밀도 식을 이용하고 F(n)대신 다음의 F(n,s)를 적용한다.

$$F(n,s) = \frac{n^2}{n^2 - s^2} \ln(n/s) - \frac{3n^2 - s^2}{4n^2} + \frac{k_h}{k_s} \frac{n^2 - s^2}{n^2} \ln(s) \quad (C10)$$

(5) 배수정 효과가 고려되는 경우(등가 변형률 조건)

배수정 효과가 고려되는 경우에는 임의 깊이에서의 압밀도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U_r(z) = 1 - \exp\left[\frac{-2T_h}{F(n,s)} f(z)\right] \quad (C11)$$

$$f(z) = \frac{\exp[b(z - 2l_m)] + \exp(-bz)}{1 + \exp(-2bl_m)} \quad (C12)$$

$$b = 2 \frac{k_h (n^2 - s^2)}{k_w r_e^2 F(n,s)} \quad (C13)$$

이로부터 평균압밀도는 다음과 같이 구해진다.

$$U_r = \frac{1}{2l_m} \int_0^{2l_m} U_r(z) dz \quad (C14)$$

부록 D. Kjellman의 이론해

Kjellman은 외부 반경이 R 인 원통형 실린더 영역을 고려하고 등가변형률 상태를 가정하여 평균압밀도를 구하는 식을 다음과 같이 유도하였다. 먼저 임의 반경 ρ 인 실린더 경계를 통해 들어오는 물의 양이 내부 반경 ρ 와 외부반경 R 인 원통형 실린더에서의 체적변화와 같다는 조건으로부터

$$2\pi\rho v_\rho = \pi(R^2 - \rho^2) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad v_\rho = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial \rho} \quad (D1)$$

이므로

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} = \frac{\gamma_w}{2k} \left(\frac{R^2}{\rho} - \rho \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (D2)$$

이고 배수정 효과가 없는 경우 $\rho = r_w$ 일 때, $u=0$ 이므로

$$u = \frac{\gamma_w}{2k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left[R^2 \ln \rho - \frac{\rho^2}{2} \right]_{r_w}^\rho \quad (D3)$$

이고 이로부터 평균 과잉간극수압은 다음과 같이 산정된다.

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \frac{1}{\pi(R^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^R 2\pi\rho u d\rho \\ &= \frac{\gamma_w R^2}{2k} F(n) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \end{aligned} \quad (D4)$$

여기서 $F(n)$ 은

$$F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \left[\ln n - \frac{3}{4} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{4n^2} \right] \quad (D5)$$

이다. 그리고 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{1}{M} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$ 로 정의할 수 있으므로

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{R^2 F(n)}{2c_h} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}, \quad c_h = kM / \gamma_w \quad (D6)$$

이 되고 $t=0$ 일 때, $\bar{u} = \bar{u}_0$ 라 하면

$$\bar{u} = \bar{u}_0 \exp[-2T_h / F(n)], \quad T_h = c_h t / R^2 \quad (D7)$$

이 산정되므로 평균압밀도는 다음과 같이 계산된다.

$$U_r = 1 - \bar{u} / \bar{u}_0 = 1 - \exp[-2T_h / F(n)] \quad (D8)$$

부록 E. Hansbo의 이론해 유도 과정

(1) 배수정 효과가 고려되는 경우

먼저 배수재 내에서의 유량 변화 dQ_1 은 다음과 같다.

$$dQ_1 = \frac{\pi r_w^2 k_w}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)_{\rho \leq r_w} dz dt \quad (E1)$$

그리고 주변 연약 점토 지반으로부터 배수재 경계 주변을 통해 흘러들어오는 유량 변화 dQ_2 는 다음과 같이 산정될 수 있다.

$$dQ_2 = \frac{2\pi r_w k_w}{\gamma_w} \left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_{\rho=r_w} dz dt \quad (E2)$$

연속 흐름 조건에 의해 $dQ_1 \equiv dQ_2$ 를 만족해야 하므로

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_{\rho=r_w} + \frac{\gamma_w k_w}{2 k_h} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)_{\rho=r_w} = 0 \quad (E3)$$

이 되고

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} = \frac{\gamma_w}{2k_h} \left(\frac{r_e^2}{\rho} - \rho \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (E4)$$

이므로 다음의 관계가 얻어진다.

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)_{\rho=r_w} = -\frac{\gamma_w}{k_w} (n^2 - 1) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (E5)$$

이로부터 $z=0$ 일때 $u=0$, $z=2l$ 일 때 $u=0$ 와 $z=l$ 일 때, $\frac{\partial u}{\partial z}=0$ 의 조건을 적용하여 적분하면(여기서 l 은 배수재 길이의 반으로 배수재 양끝으로의 배수조건을 고려)

$$(u)_{\rho=r_w} = \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n^2 - 1) \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (E6)$$

이 되며 $\frac{\partial u}{\partial \rho}$ 를 적분하고 $(u)_{\rho=r_w}$ 을 적용하면

$$u = \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left[\frac{k_h}{k_w} (n^2 - 1) \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(r_e^2 \ln \frac{\rho}{r_w} - \frac{\rho^2 - r_w^2}{2} \right) \right] \quad (E7)$$

을 얻을 수 있고 이로부터 다음의 평균압밀도를 구하는 식이 구해진다.

$$U_r = 1 - \exp[-2T_h / F'(n)] \quad (E8)$$

$$F'(n) = F(n) + \frac{k_h}{r_e^2 k_w} (n^2 - 1)(2lz - z^2) \quad (E9)$$

그리고 $q_w = k_w \pi r_w^2$ 의 관계로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F'(n) = F(n) + \frac{(n^2 - 1)k_h}{n^2 q_w} \pi z (2l - z) \quad (E10)$$

(2) 교란영역이 고려되는 경우

위에서 얻어진 결과를 이용하여 비교란 영역 ($r_s \leq \rho \leq r_e$)에서는

$$v_\rho = \frac{k_h}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial u}{\partial \rho} = \frac{\gamma_w}{2k_h} \left(\frac{r_e^2}{\rho} - \rho \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (E11)$$

교란 영역 $r_w \leq \rho \leq r_s$ 에서는

$$v_\rho = \frac{k_s}{\gamma_w} \frac{\partial u'}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial u'}{\partial \rho} = \frac{\gamma_w}{2k_h} \left(\frac{r_e^2}{\rho} - \rho \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (E12)$$

이므로 배수정 효과가 고려된 경우 다음 식이 얻어진다.

$$\left(\frac{\partial u'}{\partial \rho} \right)_{\rho=r_w} + \frac{\gamma_w}{2} \frac{k_w}{k_h} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial z^2} \right)_{\rho=r_w} = 0 \quad (E13)$$

이로부터

$$(u')_{\rho=r_w} = \frac{\gamma_w}{k_w} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} (n^2 - 1) \left(lz - \frac{z^2}{2} \right) \quad (E14)$$

이므로 $\frac{\partial u}{\partial \rho}$ 및 $\frac{\partial u'}{\partial \rho}$ 를 각각 적분하고 $\rho = r_s$ 일 때 $u = u'$ 을 적용하면

$$u' = \frac{\gamma_w}{2k_s} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left[r_e^2 \ln \frac{\rho}{r_w} - \frac{(\rho^2 - r_w^2)}{2} + \frac{k_s}{k_w} (n^2 - 1)(2lz - z^2) \right] \quad (E15)$$

이고

$$u = \frac{\gamma_w}{2k_h} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left[r_e^2 \ln \frac{\rho}{r_s} - \frac{(\rho^2 - r_s^2)}{2} + \frac{k_h}{k_s} \left(r_e^2 \ln s - \frac{r_s^2 - r_w^2}{2} \right) + \frac{k_h}{k_w} (n^2 - 1)(2lz - z^2) \right] \quad (E16)$$

이므로

$$\bar{U} \pi (r_e^2 - r_w^2) = \int_{r_s}^{r_e} 2\pi u \rho d\rho + \int_{r_w}^{r_s} 2\pi u' \rho d\rho \quad (E17)$$

를 적용하면 평균 압밀도는 다음과 같이 산정된다.

$$U_r = 1 - \exp[-2T_h / F'(n, s)] \quad (\text{E18})$$

$$\begin{aligned} F'(n, s) &= \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right) + \frac{s^2}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) \\ &\quad + \frac{k_h}{k_s} \frac{1}{n^2 - 1} \left(\frac{s^4 - 1}{4n^2} - s^2 + 1 \right) + \pi z(2l - z) \frac{k_h}{q_w} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \\ &\approx \ln \frac{n}{s} + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} + \pi z(2l - z) \frac{k_h}{q_w} \end{aligned} \quad (\text{E19})$$