

### 3차원 지하수 흐름해석 프로그램 개발에 관한 연구 Development of Three Dimensional Groundwater Flow Program

박준모<sup>1)</sup>, Joon-Mo Park, 장연수<sup>2)</sup>, Yeon-Soo Jang, 김홍석<sup>3)</sup>, Hong-Suk Kim, 이두화<sup>4)</sup>, Du-Hwa Lee

<sup>1)</sup>동국대학교 토목환경공학과 석사과정, Graduate student, Dept. of Civil & Environmental Engineering, Dongguk University.

<sup>2)</sup>동국대학교 토목환경공학과 부교수, Associate Professor, Dept. of Civil & Environmental Engineering, Dongguk University.

<sup>3)</sup>서울특별시 지하철 건설본부 과장, Sectional Chief, Central Office of Subway Construction of Seoul Metropolitan Government.

<sup>4)</sup>삼보기술단 대표이사, President, Sambo Engineering Co., Ltd.

**SYNOPSIS :** For construction and design of tunnels, groundwater flow models are used to find the influence of groundwater to the stability of tunnels considering the geological condition around the tunnels and the materials used in tunnel linings. For the analysis of tunnel flow, some commercial programs, e.g. MODFLOW, SEEP/W etc., are used. These programs have limitations that MODFLOW could not define curved surface smoothly in three dimensional flow media and SEEP/W is the 2-dimensional flow model. In this paper, the ability of a finite element program developed for analyzing 3-dimensional groundwater flow is examined. Confined steady state groundwater flow solution in non-homogeneous media is obtained using isoparametric element with eight trilinear hexahedron nodes and is compared with the result of MODFLOW. It was found that the solution yielded a good result with the three dimensional flow studied.

**Key words :** Groundwater, Finite element analysis, Steady state flow, MODFLOW

#### 1. 서론

지하수를 고려한 터널주변의 지하수 흐름해석은 터널 주변의 지질특성을 고려하여 지하수흐름 모델을 결정하고, 이를 적용한 지하수 흐름해석 프로그램을 사용하여 해석하여야 할 것이다. 현재까지의 지하수 흐름 해석은 MODFLOW나 SEEP/W 등 몇 개의 외국의 상용프로그램에 의존하고 있는 바, 2차원 유한 요소해석 프로그램인 SEEP/W는 비균질 지층에서 수평방향 흐름에 대한 3차원 흐름해석을 할 수 없고, MODFLOW의 경우는 3차원 흐름해석이 가능하지만 유한차분법을 채택하고 있어 곡면으로 이루어진 터널과 같은 형상을 모사하기 곤란하다. 본 논문에서는 이와 같은 상용프로그램의 한계를 보완한 3차원 유한요소 지배방정식을 도출하고 이를 이용한 지하수 흐름해석 프로그램 DGUFLOW를 개발하여 터널 주변에 발생하는 흐름변화를 해석하였다. 프로그램의 검증은 이론적인 지하수 유입량 산정공식을 이용하였고, 실제 현장에서의 적용성을 검토하기 위한 현장모델은 지하철 7호선 구간의 하천퇴적층으로 구

성된 지반을 채택하였으며 각 지층의 투수계수는 현장 정수위 투수시험, 변수위 투수시험으로부터, 암반 층은 Lugeon Test로부터 구한 투수계수 자료(동국대학교, 1998)을 이용하였다.

## 2. 3차원 지하수 흐름해석에 대한 유한요소법의 구성

### 2.1 3차원 지하수 흐름의 지배방정식

지하수 흐름의 지배방정식은 3차원 Darcy 식을 연속방정식에 대입하여 단일 2계 편미분 방정식을 구성한 방정식 (1)을 사용하였다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right] = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

지하수흐름이 정류일 때의 흐름지배식은  $S_s = 0$ 이거나  $\frac{\partial h}{\partial t} \rightarrow 0$ 이므로 우측항이 0이다. 따라서 대수 층이 이방·비균질이며 지하수흐름이 정류일때의 지배식은 식 (2)가 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right] = 0 \quad (2)$$

### 2.2 좌표계와 형상함수

본 연구에서는 육면체 isoparametric 요소 및 형상함수를 사용하였다. 전체 좌표계를 x, y, z좌표계로 그 각각의 축에 평행한 r, s, t를 축으로 한 그림 1과 같이 육면체의 중심을 원점으로 하는 고유좌표계 (local coordinate)를 도입하였으며 육면체 내에서  $\pm 1$  범위의 값에 따라 정규화한 고유좌표계를 유도하여 표 1에 나타내었다. 요소 내의 전체 x, y와 z좌표와 고유좌표계 X, Y, Z의 임의 점을 식 (3)의 관계를 가지며 여기서 [N]은 형상함수이다.

$$X = [N]\{x\}, Y = [N]\{y\}, Z = [N]\{z\} \quad (3)$$

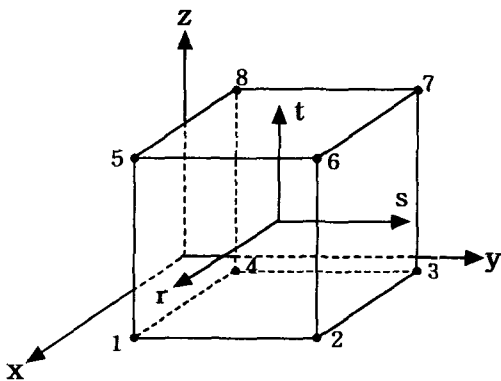


표 1. 고유좌표계의 절점번호 부여 체계

Element Type	Node	r	s	t
Hexahedron (8절점)	1	+1	-1	-1
	2	+1	+1	-1
	3	-1	+1	-1
	4	-1	-1	-1
	5	+1	-1	+1
	6	+1	+1	+1
	7	-1	+1	+1
	8	-1	-1	+1

그림 2. 전체좌표계와 고유좌표계

3차원 육면체 요소의 형상함수를 유도하는 과정은 2차원에서 유도되는 선에 대한 개념을 면에 대한 개념으로 바꾸어 각 면에서 0이 되는 함수로 표현하였으며 연속성을 가진 8절점 Lagrange 요소로 식

(4)와 같이 표현된다.

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)(1 + \zeta \zeta_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (4)$$

### 2.3 유한요소방정식(Finite Element Equation)

지배방정식을 가중잔차법의 Galerkin법으로 접근하여 유도된 유한요소방정식 (5)를 이용하였다.

$$\int_v ([B]^T [D] [B]) dv \{H\} + \int_v (\lambda \langle N \rangle^T \langle N \rangle) dv \{H\}_{,t} = q \int_v (\langle N \rangle^T) dv \quad (5)$$

여기서,  $[B]$  = 연산자 행렬  $[D]$  = 요소의 투수계수 행렬  
 $\{H\}$  = 절점수두의 벡터  $\lambda$  =  $m_w \gamma_w$   
 $m_w$  = 압력에 따른 체적함수비  $\gamma_w$  = 물의 단위중량  
 $\langle N \rangle^T \langle N \rangle$  =  $[M]$  = 체적(mass) 행렬  $\langle N \rangle$  = 보간함수의 벡터  
 $\{H\}_{,t}$  =  $\frac{\partial h}{\partial t}$  = 시간에 따른 수두 변화량  $q$  = 흐름량(flux)

유한요소 방정식 식 (5)를 간단히 나타내면,

$$[K]\{H\} + [M]\{H\}_{,t} = \{Q\} \quad (6)$$

여기서,  $[K]$  = 요소의 강성행렬(stiffness matrix) =  $\int_v ([B]^T [D] [B]) dv \{H\}$   
 $[M]$  = 체적행렬 =  $\int_v (\lambda \langle N \rangle^T \langle N \rangle) dv$   
 $\{Q\}$  = 흐름 벡터 =  $q \int_v (\langle N \rangle^T) dv$

정상류상태의 흐름해석에서는 수두가 시간의 함수와는 무관하므로, 식 (6)의 좌변 두 번째 항인  $[M]\{H\}_{,t}$  를 고려하지 않으면, 정상상태흐름의 유한요소 방정식은 식 (7)과 같이 표현하였다.

$$[K]\{H\} = \{Q\} \quad (7)$$

### 2.4 수치적분

본 연구에서는 3차원 유한요소 방정식의 강성행렬을 결정하기 위하여 정적분을 정확하게 계산하는 많은 수치 적분법 중에서 유한요소 작업에 가장 유용한 것으로 입증된(Logan, 1993) Gauss 수치적분법을 사용하였다(식 8).

$$I = \int_{-1}^1 f(r) dr = \sum_{i=1}^n W_i f(r_i) \quad (8)$$

여기서,  $W_i$ 는 가중치(weight)이고,  $r_i$ 는 추출점 또는 가우점(Gauss point)이다. 적분을 근사화하기 위해서  $n$ 개의 가우스 점에서 함수를 계산하고, Gauss-Legendre quadrature를 이용하여 가중치( $W_i$ )를 각

수치에 곱해서 합하였다(Bathe, 1982). 가우스 점은 그림 2와 같이 원점에 대해 대칭으로 -1과 1사이에 위치하고, 대칭위치의 두 점은 같은 가중치를 갖도록하였다(Kazda).

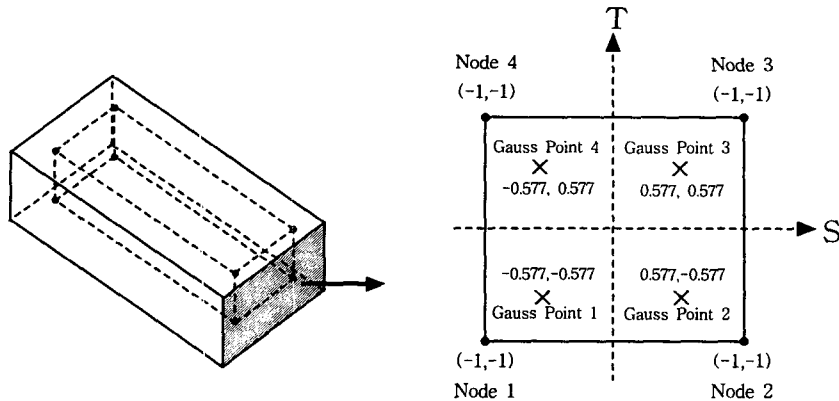


그림 2. 3차원 Gauss 적분을 위한 8절점요소, 2적분점의 개요

### 3. 프로그램 DGU FLOW의 구성

본 프로그램은 정상류 상태의 지하수흐름을 3차원 공간내에서 피압대수층과 비피압대수층에 적용할 수 있도록 하였다. 유한요소방정식의 해법으로는 Gauss 소거법과 Gauss-Seidel 반복법을 사용하였으며, 경계조건은 정수두(constant head)조건과 유량(sink, source)조건을 적용할 수 있도록 하였다.

본 프로그램은 하나의 주프로그램과 여러개의 부프로그램으로 작성되었다. 주 프로그램은 해석하고자 하는 영역의 모델링을 통하여 도출된 자료를 입력받아 프로그램을 전반적으로 제어하고, 해석결과를 출력하는 역할을 한다. 부프로그램은 5부분으로 나누어져 있으며, 각 부프로그램의 역할은 형상함수와 형상함수의 도함수 및 변환행렬을 계산하는 부분과 각 요소의 강성행렬을 구성하는 부분, 전체 강성행렬을 조합하는 부분, 유한요소 방정식을 구성하고 수정하는 부분, 유한요소 방정식의 해를 구하는 부분으로 구성되어 있다. 그림 3에 프로그램의 주프로그램(main) 흐름도를 나타내었다.

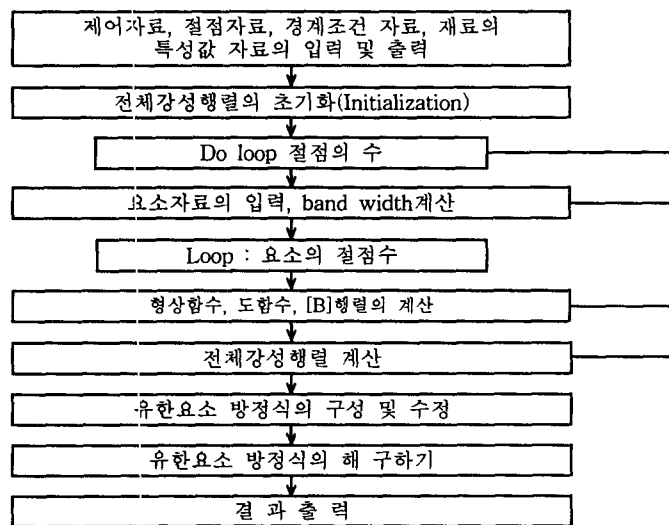


그림 3. DGU FLOW의 주프로그램의 흐름도

#### 4. 프로그램의 검증

본 프로그램의 검증을 위하여 그림 4와 같은 원형 배수터널에 대하여 정상류 흐름해석을 실시하고 터널내로 유입되는 유량을 분석해와 비교하였다. 해석영역은 폭 30m, 심도 30m, 길이 60m를 가진 배수터널이며, 투수계수는  $1.0 \times 10^{-4} \text{cm/sec}$ 이다. 지반은 등방·균질하며 지하수는 지표에 존재하는 것으로 설정하였다. 지하수 유입량의 이론적인 해석해는 Goodman(1965) 등에 의해 제시된 배수터널에서 지하수 유입량 산정공식을 사용하였으며, 유입량은 식(8)과 같이 계산한다.

$$Q = \frac{2\pi KH_0}{\ln(2H/r)} \quad (8)$$

여기서,  $Q$  : 유량 ( $\text{m}^3/\text{sec}/\text{m}$ ),  $K$  : 투수계수 ( $\text{m}/\text{sec}$ )

$r$  : 터널반경 ( $\text{m}$ ),  $H_0$  : 터널중심으로부터 지하수위까지의 수두차 ( $\text{m}$ )

해석해에 의한 유입수량은  $4.53 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{sec}$ 이며, DGUFLOW의 해석결과는  $4.23 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{sec}$ 로 약 6.6%의 오차를 보였다. 만약 해석영역이 수평방향으로 무한하게 분포한다면 해석해에 수렴할 것이다. 따라서 본 프로그램의 흐름해석 결과가 좋은 정확도를 가지고 있음을 알 수 있다.

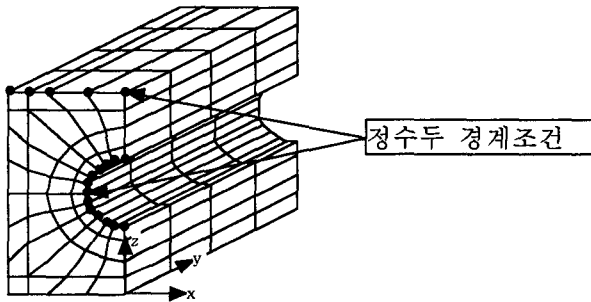


그림 4. 프로그램 검증을 위한 원형터널의 모델링

표 2. DGUFLOW의 분석결과

해석방법	유량 ( $\text{m}^3/\text{sec}$ )
DGUFLOW	$4.20 \times 10^{-5}$
해석해	$4.53 \times 10^{-5}$

#### 5. 프로그램의 실제 현장에 대한 적용성 검토

실제 현장에 대한 본 프로그램의 적용성을 검증하기 위하여, 공사가 완료된 지하철 7호선 구간 중에서 배수터널 구간에 대하여 3차원 흐름해석을 실시하였다. 대상지역은 공사가 완료된 후 인접한 하천이 평수위를 유지하고 있을 때 비균질 지층이며 본 프로그램을 이용하여 steady-state 흐름해석을 실시하여 유한차분법 지하수 흐름해석 프로그램 MODFLOW를 이용하여 해석한 결과와 비교하였다.

##### 5.1 해석조건 및 경계조건

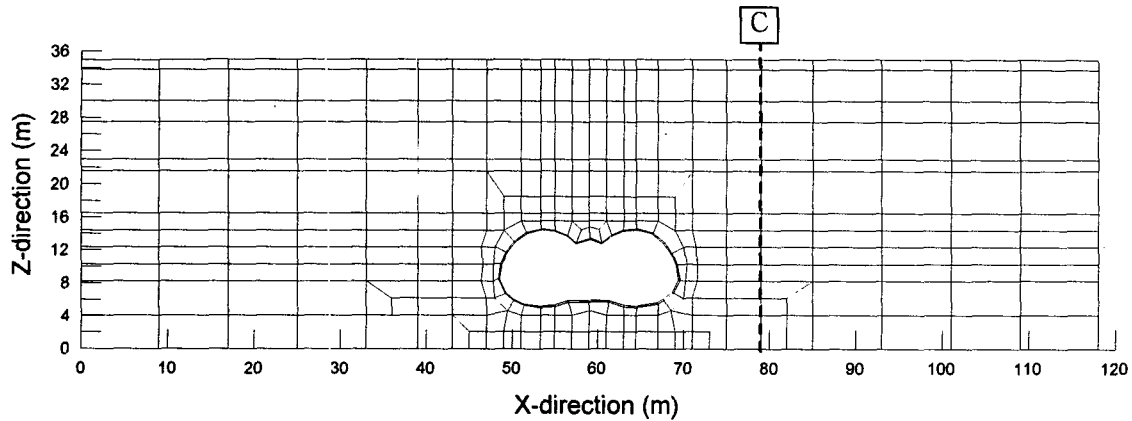
수치해석 모델의 단면의 격자망은 터널이 중심부에 위치하며, 본 프로그램에서는 실제 설계도면상의 단면모양과 같도록 2 아치형상의 터널 단면을 그림 5(a)와 같이 작성하였다.

수직 Layer는 지층의 비균질성을 고려하여 그림 5(b)와 같이 1층(GL. 0 ~ 33.2m)은 매립토층으로, 2층(GL. 33.2 ~ 30.0m)은 점토질 실트층으로, 3층(GL. 30.0 ~ 27.5m)은 실트질 모래층으로, 4층(GL. 27.5 ~ 23.0m)은 고운~거친 모래질 자갈층으로, 5층(GL. 23.0 ~ 21.5m)은 풍화암과 풍화토층으로, 6층(GL. 21.5 ~ 16.0m)은 연암층으로, 7층(GL. 16.0 ~ 0.0m)은 경암층으로 하여 총 7층으로 나누었다.

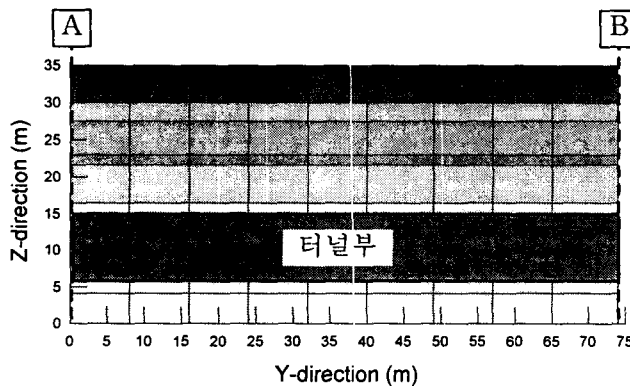
각 지층의 투수계수는 현장 정수위 투수시험, 변수위 투수시험으로부터, 암반층은 Lugeon Test로부터

구한 투수계수 자료를 이용하였고, 현장 투수 시험 자료를 토대로 보정하여 수치해석 프로그램에 입력하였다(동국대학교, 1998).

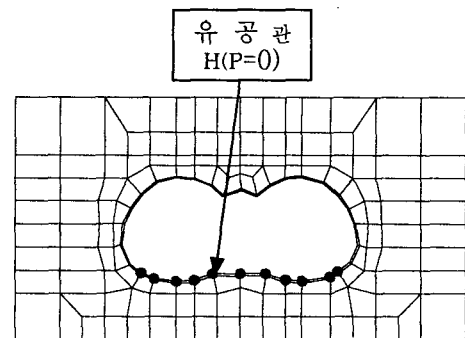
현장경계의 수두조건은 계측자료에 근거하여 그림 4(a)와 같이 A단면(터널시점부)에 GL. 31.46m, B단면(터널종점부)에 GL. 24.25m를 가지는 정수두 경계조건으로 설정하였다. 터널부의 경계조건은 그림 4(c)와 같이 터널배수채를 통하여 지하수가 집수되는 유공관 부분이 대기압과 동일하기 때문에 위치수두만 갖는 정수두 경계조건으로 설정하였다.



(a) 횡단면의 격자망



(b) 종단면과 토층



(c) 경계조건 상세(터널부, 유공관)

그림 5. 수치해석을 위한 격자망

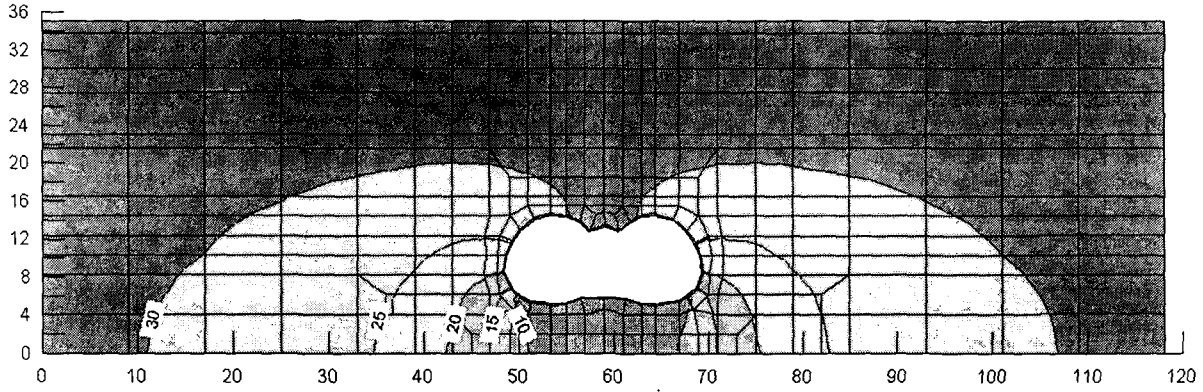
## 4.2 해석결과

3차원 단면에 대한 수두포텐셜을 그림 5(a)의 A단면에 대한 흐름해석 결과를 그림 6(a)와 그림 6(b)에 나타내었다. 수치해석 결과 터널 인버트 주변의 수두는 MODFLOW의 해석결과와 일치하고 있으나, 터널의 크라운부에서 수두가 약 5%정도 작게 나타났으며 해석영역의 양단에서 비교적 많은 오차를 나타내었다. 그림 7(a)와 7(b)는 그림 5(c)에서 C단면, 즉 터널중심에서 1.0D 만큼 떨어진 부분의 종단면의 수두분포를 나타낸 것인데 두 프로그램의 해석결과는 같은 수두분포의 경향 보이고 있으며, 평균오차는 약 15%정도이다. 위와 같은 오차는 MODFLOW가 유한차분법의 특성상 터널형상을 장방형으로만 묘사할 수 있기 때문에 크라운부에서 수압이 크게 분포하고 그 영향이 주위의 수두분포에도 영향을 미치고 있기 때문에 발생하는 것으로 사료되며, MODFLOW는 블록중심 절점을 이용하고 있기 때문에 경계부근에서는 오차가 발생할 수 있는 것으로 보여진다.

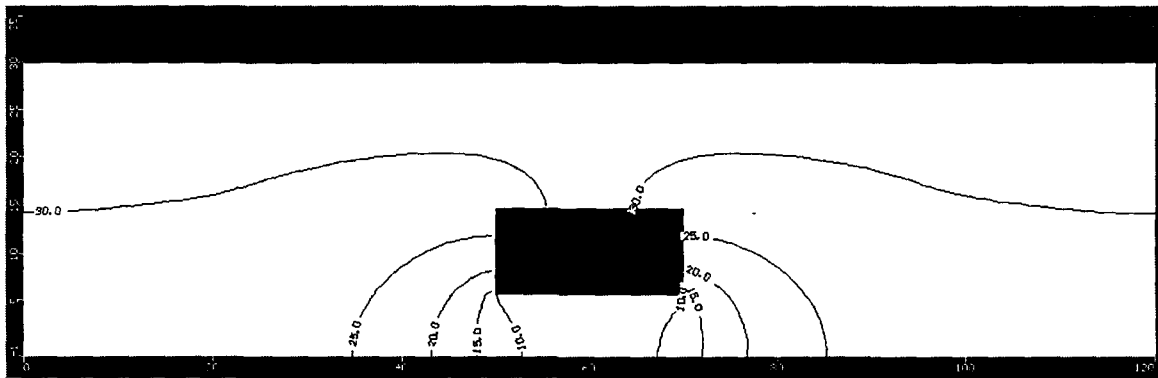
터널의 횡단면에서 수두분포는 비균질 지층의 영향을 받아 횡방향으로 넓게 분포하는 경향을 보였으며, 종단면에서도 수두분포가 비균질지층과 수두차에 의해 토층 경계면을 따라 분포하는 경향을 보였다.

따라서 3차원 모델에 대한 흐름해석이 잘 이루어졌음을 알 수 있었다.

위와 같은 결과로부터 본 프로그램이 비균질 지층에 대한 실제 현장조건을 잘 모사할 수 있으며, 현재 널리 사용되고 있는 수치해석 프로그램의 결과를 비교해 보았을 때, 3차원 모델에 대한 흐름해석을 잘 수행할 수 있음을 알 수 있었다.

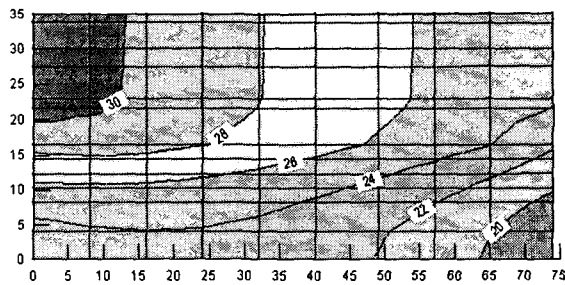


(a) DGU FLOW의 해석결과



(b) MODFLOW의 해석결과

그림 5. 횡단면으로 본 흐름해석 결과



(a) DGU FLOW의 해석결과



(b) MODFLOW의 해석결과

그림 6. 종단면에서 본 흐름해석 결과

## 5. 결론

3차원 지하수흐름의 지배방정식을 유한요소법을 이용하여 3차원 지하수 흐름해석 프로그램을 개발하였다. 프로그램의 검증을 위하여 해석해와 결과를 비교하였고, 실제 현장의 흐름문제에 대한 적용성을 검토하기 위하여 3차원 유한차분 지하수 흐름해석 프로그램인 MODFLOW를 이용하여 모델링한 결과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 배수터널 내부로 유입되는 유량을 DGUFLOW와 해석해의 결과치로 비교함으로써 검증하였으며, 좋은 정확도의 검증결과를 얻었다.
- (2) 해석결과 터널시점의 수두분포를 비교해보면, 터널 인버트 부분에서는 정확히 일치하지만 크라운부분에서는 약간의 오차를 보였으나, MODFLOW의 규칙적인 격자생성에 의해 터널 단면이 제대로 묘사되지 못하여 발생한 오차이므로 해석결과가 거의 일치한다고 할 수 있었다.
- (3) 터널의 횡단면에서 수두분포는 비균질 지층의 영향을 받아 횡방향으로 넓게 분포하는 경향을 보였으며, 종단면에서도 수두분포가 비균질지층과 수두차에 의해 토층 경계면을 따라 분포하는 경향을 보였다.
- (4) 터널중심으로부터 터널의 직경만큼 떨어진 부분의 종단면 수두분포를 비교한 결과 종단면의 수두분포는 횡단면의 수두분포보다 큰 오차를 보이고 있으나, 오차누적과 MODFLOW의 해석방법의 특성상 블록중심의 절점사용, 일치하는 수두분포의 경향을 고려하면 해석결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 삼보 기술단의 지원으로 “지하수 영향을 고려한 터널 및 지하공간 해석기법에 관한 연구”의 일환으로 수행되었으며 관계자 여러분께 감사를 표합니다.

## 참고문헌

- 1) 장연수, 조용주, 정용진, 이종호, 배정호(1998), 00 지하철 환승구간의 안정성 및 지하수에 의한 영향 검토 연구, 동국대학교 산업 기술연구원 6월.
- 2) Bathe, K. J.(1982), Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, New Jersey.
- 3) Kazda, I.(1990), Finite Element Techniques in Groundwater Flow Studies, Elsevier.
- 4) Logan, D. L.(1993), A First Course in the Finite Element Method 2nd ed., PWS, Boston.