

말뚝-캡 강성을 고려한 군말뚝기초의 해석

Analysis of Pile Groups Considering Pile-Cap Interaction

정상섬¹⁾, Sang-Seom Jeong, 원진오²⁾, Jin-Oh Won, 허정원³⁾, Jung-Won Huh.

1) 연세대학교 토목공학과 부교수, Associate Professor, Dept. of Civil Engineering, Yonsei Univ.

1) 연세대학교 토목공학과 박사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Yonsei Univ.

2) 연세대학교 토목공학과 박사후 연구과정, Post Doc., Dept. of Civil Engineering, Yonsei Univ.

개요(SYNOPSIS) A computationally efficient algorithm to analyze a group pile behavior is proposed by consideration of both soil-pile and pile-cap interactions. Using load transfer method the nonlinear characteristics of the soil-pile interaction for a single pile is modeled by piecewise linear soil springs (p-y, t-z, and q-z curves). Beam-column method, one of the most practical approaches, is used for numerical modeling of the soil-pile system. In addition to the group effect resulting from the soil-pile-soil interaction, for a more realistic analysis it is essential to consider the effect of pile-cap interaction including geometric configuration of the piles in a group and connectivity conditions between piles and the cap. This paper mainly focuses on the pile-cap interaction and the development of a rational numerical procedure of its incorporation with the beam-column method.

주요어(Keyword) group pile, soil-pile interactions, pile-cap interactions, beam-column method

1. 서론

말뚝 기초는 교량, 건물, lifeline 구조물, 항만구조물과 같은 다양한 상부구조물을 지지할 수 있는 방법으로 국내에서 가장 널리 사용되어왔다. 말뚝기초는 일반적으로 단독말뚝의 집합체로서 설계, 시공되고 있는 실정이나 그룹효과로 인해 전체 군말뚝의 거동은 복잡한 형태를 나타내게 된다.

말뚝기초의 그룹효과에 대한 주된 두가지 원인으로는 말뚝-지반-말뚝 상호작용과 말뚝-캡 상호작용을 들 수 있다. 말뚝-지반-말뚝 상호작용은 말뚝의 변형에 의해 인접한 토체에 발생하는 변형률의 증감과 파괴면의 변화에 의해 발생하는 역학적인 거동과 밀접한 관계가 있으며, 이를 '역학적인 그룹효과(mechanical group effects)'라 한다. 이 부분에 대해서는 많은 연구가 이루어져 왔다. 그 결과 군말뚝 해석 및 설계시 이 효과를 고려할 수 있는 여러 종류의 이론 및 수치해석적 접근법들이 개발되어 적용되고 있다. 예를 들면, 유한요소법 (Ottaviani 1975 ; Randolph 1981 ; Yeagian and Wright 1973), 경계요소법 (Butterfield and Banerjee 1971 ; Butterfield and Douglas 1981), Mindlin의 해에 기초한 탄성해석방법 (Poulos et al. 1968, 1979 ; Focht and Koch 1973) 및 수정하중전이법(modified unity load transfer method) (Stevens et al. 1979 ;)등이 있다.

반면에, 말뚝의 기하학적인 배열과 말뚝 두부 구속조건에 큰 영향을 받는 말뚝-캡 상호작용에 대해서는 지금까지 큰 관심의 대상이 되지 못하였다. 최근 McVay et al.(1996)은 느슨한 모래질 지반에 근입된 3×3 군말뚝에서 경사말뚝 및 연직말뚝 모두 두부접합조건에 따라 군말뚝의 거동이 매우 큰 영향을 받음을 보고하였다. 결과적으로 말뚝-캡 상호작용은 군말뚝기초의 설계 및 해석에 고려되어야 할 사항이다.

본 논문은 말뚝두부강성의 산정 및 말뚝-캡 상호작용을 고려한 군말뚝 해석에 초점을 두고 있으며, 군말뚝 해석시 말뚝의 제원, 말뚝과 캡간의 접합조건, 지반의 비선형성, 깊이에 따라 비균질한 지반조건 및 수직, 수평하중의 coupling등을 고려하여 해석을 수행하고자 한다. 효과적이고 정확한 해석을 위해 Beam-column방법 (Haliburton 1968 ; Matlock et al. 1981)을 적용하였다. Beam-column 해석시

Winkler 기초모델에 근거하여 축방향, 횡방향 또는 양방향의 하중을 받는 단독말뚝의 거동을 해석할 수 있다. 말뚝-지반 상호작용의 복잡한 현상은 효과적인 계산을 위해, 간단히 독립된 비선형 지반스프링을 나타내는 하중전이곡선, 즉 횡방향 지지스프링인 $p-y$ 곡선, 말뚝 주면마찰력을 나타내는 $t-z$ 곡선, 선단지지력을 나타내는 $q-z$ 곡선으로 모델링 하였다. 말뚝-흙 상호작용은 Lam and Martin(1986)에 의해 제안된 등가강성행렬방법(equivalent stiffness matrix method)을 고려하였다.

2. 단독말뚝해석

단독말뚝의 해석기법은 여러 종류가 있다. 이 중 설계 및 해석에 사용하기 위해서는 지반의 비균질성과 비선형성 뿐만 아니라, 계산의 효율적인 측면도 요구된다. 이를 만족하는 해석기법으로 beam-column 방법(Matlock et al. 1981)이 있으며, 지난 20여년 동안 널리 사용되어 왔다. 이 방법에서 말뚝의 부재는 그림 1에서와 같이 지반의 반력을 나타내는 스프링이 달린 일련의 beam-column 요소로 나타내어진다.

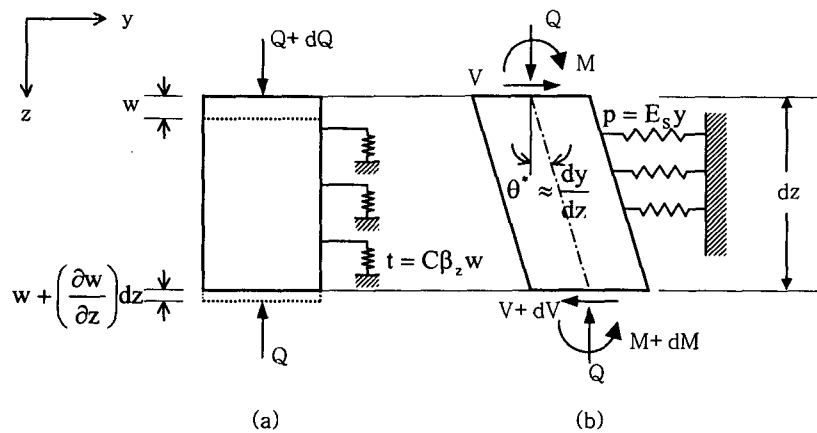


그림 1. 말뚝의 beam-column 요소에 작용하는 하중
(a) 축방향 요소 (b) beam-column 요소

축방향 하중을 받는 말뚝의 지배미분방정식을 구하기 위해서, 축방향 하중을 받는 요소는 그림 1(a)에서처럼 고려된다. 압축상태에 있는 말뚝의 구성방정식($Q = EA dw/dz$)을 고려하여 축방향의 힘의 평형 조건으로부터 구한, 축하중을 받는 말뚝의 지배미분방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$EA \frac{d^2 w}{dz^2} - C\beta_z w = 0 \quad (1)$$

여기서, E 는 말뚝의 탄성계수, A 는 말뚝의 단면적, w 는 깊이 z 지점에서의 말뚝의 수직침하량, β_z 는 축방향 반력에 대한 강성/윤변의 비(stiffness/perimeter)이며, 지반반력곡선($t-z$, $q-z$ 또는 모두)의 할선계수로 나타내어지며, 이 값은 깊이 z 와 말뚝의 수직침하량 w 에 좌우된다. C 는 깊이 z 에서의 말뚝의 윤변(perimeter)이다. 하중전이는 아래에 설명한 바와 같이 말뚝의 수직침하량 w 의 함수로 표현된다.

그림 2에 나타난 바와 같이, 말뚝부재를 길이 h 의 요소로 나누면, 축하중을 받는 말뚝의 지배방정식인 식 (1)은 유한차분법을 적용하여 임의의 절점 i 에서의 유한차분식 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{Q_{i+1}}{(EA)_{i+1}} - \frac{Q_{i-1}}{(EA)_{i-1}} = 2h \frac{C}{(EA)_i} \beta_i w_i \quad (2)$$

다음으로 횡하중을 받는 말뚝은, 그림 1(b)에 나타난 바와 같이 beam-column 요소(Hetenyi, 1946)를 사용하여 나타낸다. 휨을 받는 말뚝의 구성방정식($M=EI d^2y/dz^2$)을 고려하여 수평방향의 힘의 평형 조건으로부터 구한 지배미분방정식은 식 (3)과 같이 표현된다.

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + Q \frac{d^2 y}{dz^2} + q - E_s y = 0 \quad (3)$$

여기서, I 는 말뚝의 단면2차모멘트, y 는 깊이 z 에서의 수평방향의 말뚝의 변위, Q 는 말뚝에 작용하는 말뚝의 축방향하중, q 는 말뚝길이에 따라 작용하는 분포하중, E_s 는 $p-y$ 곡선에서의 할선계수로 표현되는 지반반력을 나타낸다.

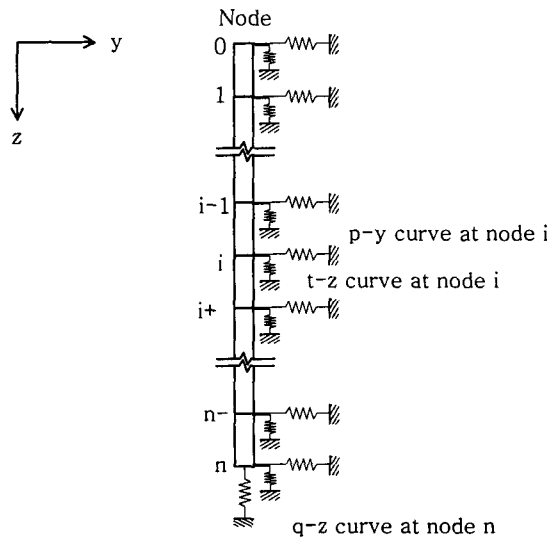


그림 2. Beam-Column Discretization

y 의 2차와 4차 미분항에 대한 유한차분식(중앙차분식)은 각각 다음과 같다.

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} \quad (4)$$

$$\frac{d^4 y}{dz^4} = \frac{y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}}{h^4} \quad (5)$$

같은 방법으로, 그림 2에 나타난 바와 같이 말뚝을 길이 h 의 요소로 나누면, 식(3)의 beam-column 미분방정식은 식(4), (5)를 이용하여 임의의 절점 i 에 대한 식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{i-2}(EI)_{i-1} + y_{i-1}[-2(EI)_{i-1} - 2(EI)_i + Qh^2] + y_i[(EI)_{i-1} + 4(EI)_i + (EI)_{i+1} - 2Qh^2 + E_s h^4] + y_{i+1}[-2(EI)_i - 2(EI)_{i+1} + Qh^2] + y_{i+2}(EI)_{i+1} + qh^4 = 0 \quad (6)$$

그림 2와 같이 말뚝부재를 $n+1$ 개의 절점을 갖는 n 개의 요소로 나눈다면, 미지수들, 즉 $n+1$ 개의 수직침하량 w_i 와 $n+1$ 개의 수평변위량 y_i 는 각각 경계조건이 고려된 $n+1$ 개의 연립방정식을 통해 산정될 수 있다. 또한 2차적인 미지수인 휨모멘트 M , 전단력 V , 지반반력 P 등도 앞에서 산정된 수평변위 y_i 를 통해 산정 가능하다.

3. 단독말뚝의 두부강성

말뚝-캡 상호작용을 고려한 군말뚝의 강성은 대부분 군말뚝내 개개 말뚝의 강성특성과 말뚝두부 구속 조건, 말뚝 개수, 말뚝두부좌표(coordinate), 하중작용위치 등과 같은 구성조건(configuration)에 의해 좌우된다. 군말뚝의 강성은 단독말뚝의 강성조합에 의하여 산정가능하다. 단독말뚝의 두부강성에 대해서는 지금까지 광범위한 연구가 수행되었으므로 본 논문에서는 말뚝두부강성의 특성에 대한 기본적인 내용만 언급하고자 한다.

단독말뚝이 말뚝캡에 강결되어 있다면, 그림 3과 같이 이동, 회전, cross-coupling 요소들이 모두 있는 6×6 강성행렬식이 사용되어 전체 군말뚝의 강성행렬이 산정되게 된다. 이에 반해 단독말뚝이 말뚝캡에 힌지상태로 연결되어 있다면, 그림 4와 같이 이동만을 고려한 3×3의 강성행렬을 사용한다.

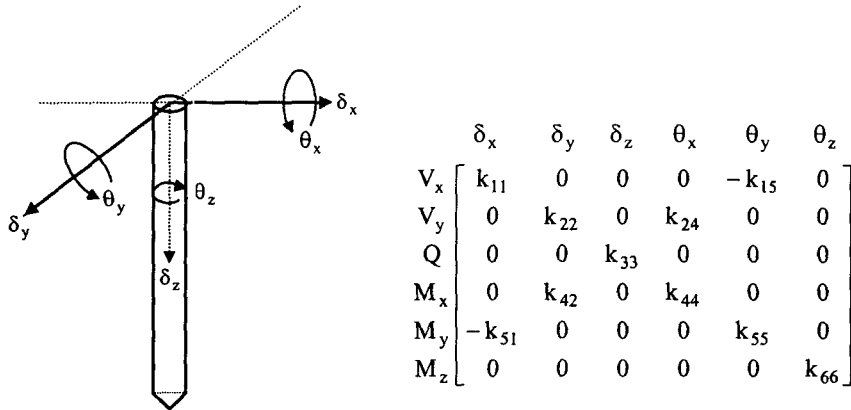


그림 3. 말뚝-캡 접합조건이 고정단인 경우의 말뚝두부강성

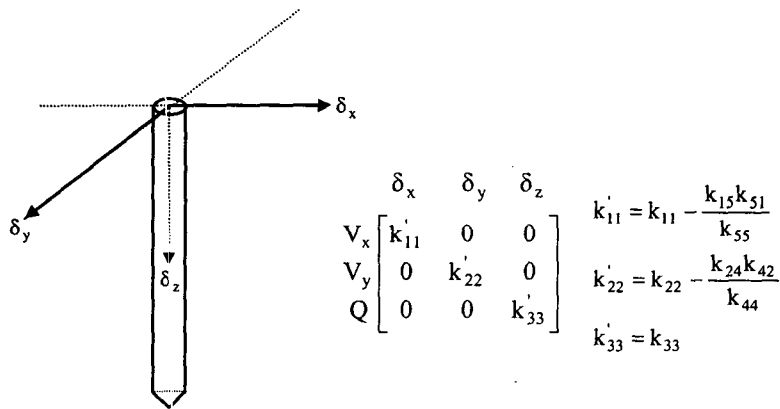


그림 4. 말뚝-캡 접합조건이 힌지인 경우의 말뚝두부강성

그림 3과 그림 4의 k_{ij} 는 j 의 자유도에 단위변위(또는 단위회전각)가 발생하였을 때, i 의 자유도에 발생하는 하중(또는 모멘트)을 나타내며, 이때 j 의 자유도를 제외한 다른 모든 방향의 변위는 구속되어 있어야 한다. 말뚝두부강성인 k_{ij} 는 경계조건을 고려한 단독말뚝 해석프로그램을 이용하여 구할 수 있다. 그림 5에 나타난 바와 같이 $x-z$ 평면에서 3가지 case, 즉 (a)수평하중(V_x)을 받는 경우, (b)모멘트(M_y)를 받는 경우와 (c)수직하중(Q)을 받는 경우에 각각 단독말뚝해석을 수행한다.

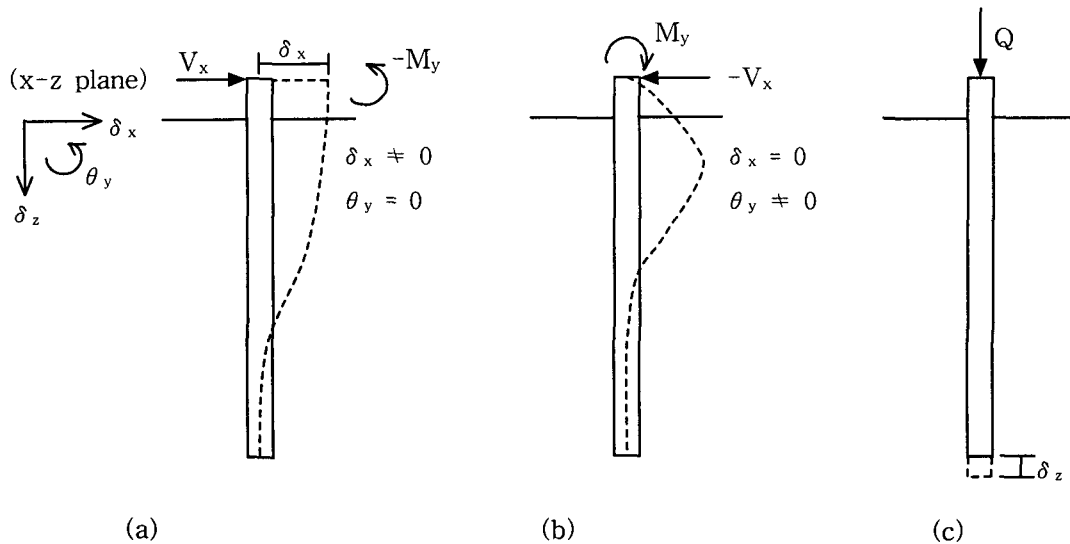


그림 5. $x-z$ 평면에서의 말뚝두부강성 산정방법

먼저 $\theta_y = \delta_z = 0$ 인 경계조건을 갖는 단말뚝의 두부에 수평하중 V_x 가 작용한다면, k_{11} 과 k_{51} 는 아래와 같이 동시에 산정된다.

$$k_{11} = \frac{V_x}{\delta_x} \quad (7)$$

$$k_{51} = \frac{-M_y}{\delta_x} \quad (8)$$

여기서, δ_x 은 산정된 수직침하량이며, M_y 는 경계조건이 말뚝두부에서 $\theta = 0$ 에 의해 말뚝두부에 반작용으로 발생하는 휨모멘트를 나타낸다.

다음으로 $\delta_x = \delta_z = 0$ 인 경계조건을 갖는 단말뚝의 두부에 모멘트 M_y 가 작용한다면, k_{55} 와 k_{15} 는 아래와 같이 동시에 산정된다.

$$k_{55} = \frac{M_y}{\theta_y} \quad (9)$$

$$k_{15} = \frac{-V_x}{\theta_y} \quad (10)$$

여기서, θ_y 는 산정된 말뚝두부에서의 회전각이며, V_x 는 경계조건이 말뚝두부에서 $\delta_x = 0$ 에 의해 말뚝두부에 반작용으로 발생하는 수평하중을 나타낸다.

마지막으로 $\delta_x = \theta_y = 0$ 인 경계조건을 갖는 단말뚝의 두부에 수직하중 Q 가 작용한다면, k_{33} 은 다음과 같이 산정된다.

$$k_{33} = \frac{Q}{\delta_z} \quad (11)$$

지금까지 $x-z$ 평면에서 단말뚝 해석결과를 통해 k_{11} , k_{51} , k_{15} , k_{55} 및 k_{33} 을 산정하였다. 이와 동일한 방법으로 $y-z$ 평면에서도 단말뚝 해석결과를 통해 k_{22} , k_{42} , k_{24} , k_{44} 를 산정할 수 있다. k_{66} 은 torsion에 관한 강성으로 본 논문에서는 고려하지 않았다. 이상의 과정을 통해 그림 3에 나타난 말뚝두부강성은 경계조건을 고려한 단말뚝 해석을 통해 모두 산정된다.

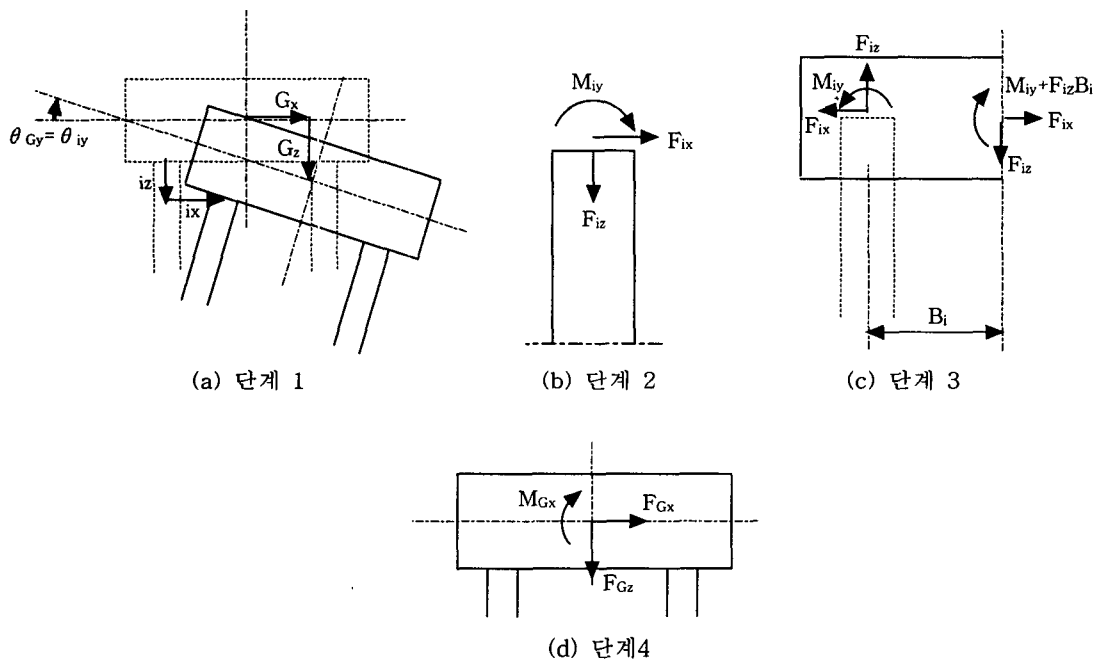
4. 균말뚝의 두부강성

말뚝-캡의 상호작용이 고려된 균말뚝의 강성은 말뚝캡이 단위변위만큼 이동 또는 회전하였을 때 개개 말뚝의 두부에 발생하는 반력들을 말뚝캡내에서의 하중작용위치로 환산한 등가의 힘과 모멘트들을 합산하여 산정한다. 본 논문에서는 Lam과 Martin(1986)이 제안한 단독말뚝의 강성행렬식의 선형해석을 이용하여 말뚝캡에서 균말뚝의 전체 강성행렬을 산정하는 방법을 적용하였으며, 그 내용을 살펴보면 그림 6과 같다. 말뚝캡이 강체라 가정하면, 그림 6(a)와 같이 하중작용위치에서 특정 자유도에 단위변위를 가한 후 개개 말뚝의 두부에 발생하는 변위를 산정할 수 있다. 각 말뚝두부에서의 반력들은 그림 6(b)에 나타난 바와 같이 말뚝두부에서의 변위와 말뚝-캡간 접합조건에 따라 영향을 받는 말뚝두부강성을 곱해주어서 얻을 수 있다. 즉,

$$\{F_i\} = [K]\{\delta_i\} \quad (12)$$

여기서, i 는 i 번째 자유도를 의미한다.

개개의 말뚝두부하중들에 대해서 그림 6(c)에 나타난 바와 같이 하중작용위치에서의 등가정적하중을 산정한다. 마지막으로 균말뚝내 모든 말뚝에서 산정된 하중들을 등가정적하중으로 합산한다. 그림 6(d)에 나타난 하중벡터들은 실지로 강성벡터를 나타내며, 균말뚝의 강성행렬에 있어서 고려하는 자유도에 대응하는 특정 열(column)에 해당한다. 말뚝캡의 모든 자유도에 대해 이상의 모든 과정을 반복 계산해야 하며, 이를 통해 말뚝-캡의 강성을 얻을 수 있다.



- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| δ_i = i 번째 말뚝두부의 변위 | F_i = i 번째 말뚝두부의 하중 |
| θ_i = i 번째 말뚝두부의 회전 | M_i = i 번째 말뚝두부의 모멘트 |
| δ_G = 균말뚝 전체의 변위 | F_G = 하중 작용위치에서의 균말뚝의 하중 |
| θ_G = 균말뚝 전체의 회전 | M_G = 하중 작용위치에서의 균말뚝의 하중 |

그림 6. 균말뚝의 강성행렬 산정

5. 개개 말뚝의 두부하중 및 모멘트 산정

완전한 군말뚝해석을 위해서는 전체 군말뚝에 작용하는 하중으로부터 분배되는 개개 말뚝두부에 작용하는 힘과 모멘트의 산정이 필요하며, 군말뚝내 개개 말뚝의 거동은 말뚝-캡 상호작용을 고려하여 산정될 수 있다. 개개 말뚝두부에 작용하는 하중과 모멘트는 4절에서 언급한 군말뚝의 강성을 구하는 순서와 정반대의 과정을 거쳐 산정이 가능하다. 개개 말뚝두부의 변위는 군말뚝의 하중작용위치에서의 변위를 사용하여 산정이 가능하다. 그러므로 본 연구에서는 말뚝두부에서의 하중 및 모멘트는 개개 말뚝두부의 변위벡터에 말뚝두부-캡 접합조건이 고려된 그림 3과 그림 4에 정의된 말뚝두부 강성행렬식을 곱하여 산정하였다.

6. 군말뚝해석 알고리즘

제안된 알고리즘에서, 군말뚝해석을 위해 단독말뚝의 말뚝두부강성에 대한 초기치가 필요하다. 이는 군말뚝내에 모든 말뚝은 외부하중을 군말뚝의 개수로 나눈 동일한 힘을 받는다는 가정을 통해 산정된다. 하지만 실제로 전체 외부하중 작용시 개개의 말뚝두부로 분배되는 하중은 말뚝의 위치가 서로 차이가 있기 때문에 서로 동일하지 않다. 또한 본 연구에서 단독말뚝의 강성을 산정하는 방법상의 이유로, 작용하중의 크기는 단독말뚝의 두부강성에 큰 영향을 미치게 된다. 이러한 이유로 모든 단독말뚝의 두부강성은 하중의 상태에 따라 재산정되어야 한다. 결과적으로 본 연구에서는 모든 개개 말뚝두부에서 가해진 하중과 분배되는 하중이 수렴범위 이내에 들어올때까지 계산을 반복하게 된다.

제안된 알고리즘의 적용 과정은 다음과 같다.

- 1) 먼저, 전체 군말뚝에 작용하는 외부하중은 개개 말뚝에 동일하게 분배되는 것으로 가정하며, 그 분배되는 크기는 전체 외부하중을 군말뚝내 말뚝의 개수로 나눈 값으로 한다.
- 2) 적절한 경계조건과 고려되는 자유도 방향으로 말뚝두부에 분배되는 하중만이 단독말뚝해석에 사용되어, 강성행렬내의 개개 강성을 산정하게 된다. 이 과정은 모든 자유도에 대하여 수행되어야 한다.
- 3) 말뚝-캡 접합조건을 고려하여 단계 2에서 산정한 강성을 사용하여 단독말뚝의 두부강성행렬을 구성한다. 이상의 과정을 말뚝의 총 개수만큼 반복 수행한다.
- 4) 모든 개개 말뚝의 두부강성행렬을 사용하여, 앞서 4절 '군말뚝의 강성'에서 설명한 과정을 통해 군말뚝 전체의 강성행렬식을 산정한다.
- 5) 군말뚝내에 모든 개개 말뚝의 두부에 작용하는 두부하중 및 모멘트들을 산정한다.
- 6) 개개 말뚝에서, 단계 2에서 사용된 말뚝두부에 분배된 하중항들과 단계 5에서 산정된 하중 및 모멘트들을 비교하여 그 차이가 사용자가 정의한 범위 내에 있는지를 검토한다.
- 7) 단계 6에서 수렴범위를 만족하지 않는다면, 개개 말뚝에 대해 새로운 두부강성행렬을 산정하기 위해 단계 5에서 얻은 말뚝두부하중 및 모멘트를 사용하여 (단계 2~단계 7)의 과정을 반복한다. 만일 수렴범위를 만족한다면, 다음 단계로 넘어간다.
- 8) 최종적인 개개 말뚝의 두부하중 및 모멘트를 사용하여, 군말뚝내 모든 단독말뚝을 대상으로 단독말뚝해석을 수행하여 말뚝의 부재력을 산정한다.

이상의 군말뚝의 해석과정을 그림 7의 흐름도로 나타내었다. 제안된 알고리즘에 기초를 두고, 새로운 프로그램 YS-GROUP을 개발하였고, 이를 통해 말뚝-지반, 말뚝-캡 상호작용이 모두 고려된 군말뚝의 거동을 해석할 수 있도록 하였다.

결론

본 연구에서는 군말뚝의 두부구속조건과 말뚝-지반-말뚝의 상호작용을 고려한 거동해석기법을 개발하였다. 현재 현장실측사례와 수치해석과의 비교·검증을 수행중에 있으며, 향후 체계적인 분석을 통하여 군말뚝기초의 간편설계가 가능하리라 판단된다.

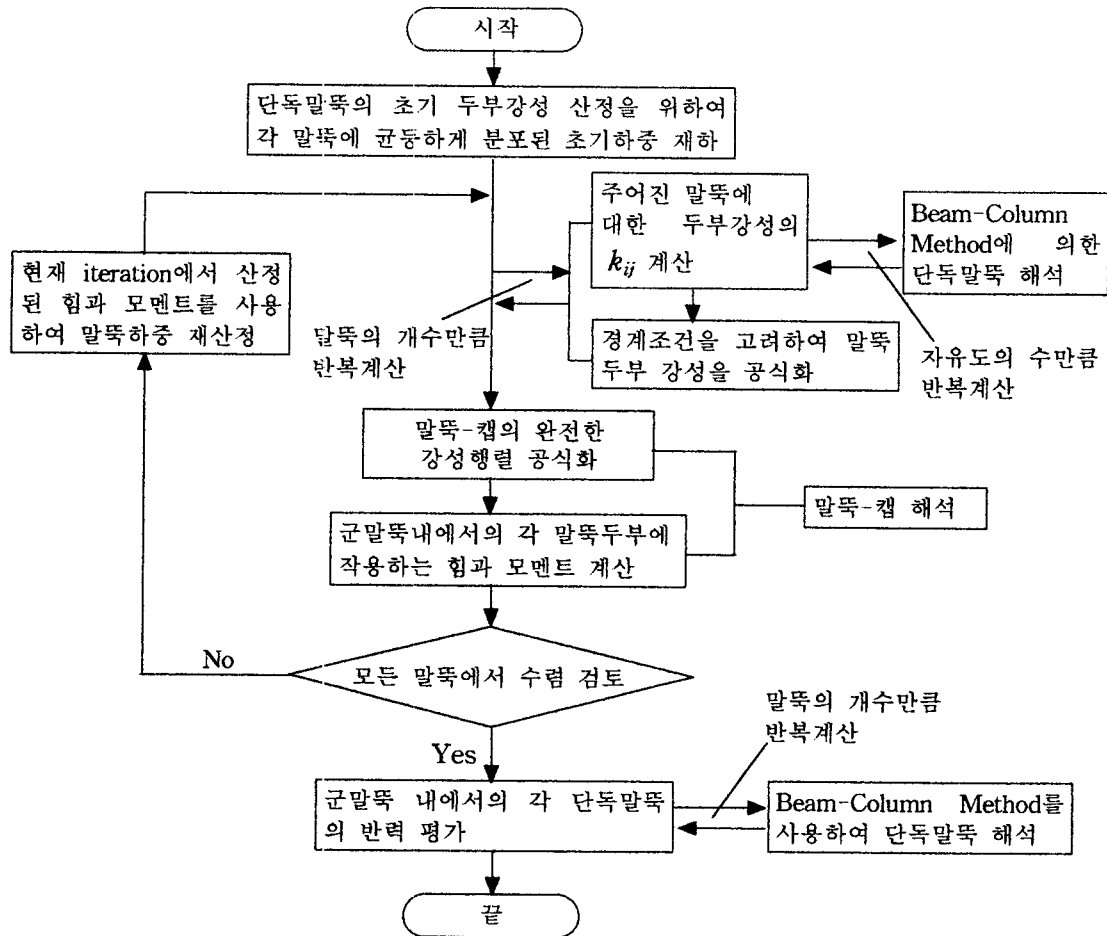


그림 7. 제안된 프로그램의 흐름도 (YS-GROUP 프로그램)

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(1999-1-311-002-3) 지원으로 수행되고 있으며, 귀 재단에 심심한 감사를 드립니다.

참고문헌

1. 건설교통부 (1997), 구조물 기초 설계기준.
2. 건설교통부 (1996), 도로교 표준 시방서.
3. 한국지반공학회 (1997), 개선된 강관말뚝의 설계와 시공, 강관말뚝의 최적설계·시공개선방안 연구보고서 (I).
4. 한국지반공학회 (1993), 깊은 기초, 지반공학시리즈 4.
5. Canadian Geotechnical Society (1992), *Foundation Engineering Manual*, 3rd Edition 1992.
6. FHWA, *Manual on Design and Construction of Driven Pile Foundations*, FHWA-DP-66-1.
7. O'Neill, M. W. (1983), "Group Action in Offshore Piles" *Proc. of the Conference in Geotechnical Practice in Offshore Engineering*, 1983 April.
8. The Belgian Member Society of ISSMFE (1997), "Design of Axially Loaded Piles European Practice" *Proc. of the ERTCS Seminar Brussels*, 1997 April.