

공정 예측을 통한 기술공정관리도(EPC)설계

Design of an EPC Model using Process Prediction

김종걸* · 정해운**

성균관대학교 시스템경영공학부*

오산대학교 공업경영과

Jong-Gurl, Kim*, Hae-woon, Jung**

*School of System Management Engineering, Sung Kyun Kwan-University

**Dept. of Industrial Engineering, Osan College

Abstract

In this paper, we investigate rationales for feedback adjustment using some techniques associated with automatic process control based on some nonstationary disturbance models. Feedback-control schemes are often operated so that the nature of the disturbance that is being compensated is concealed and unusual deviations from the target cannot be taken account of. In this connection feedback control schemes is useful to extend the idea of common causes and special causes to such systems. Minimum-cost feedback schemes are discussed for some simple ,but practically interesting ,models .

1. 서론

표기 (Notation)

a_t ; 백색잡음

w_t ; 일계이동평균 모형

K_P, K_I ; 비례적분 관리의 양의 상수

Z_t ; (IMA)모델

\hat{Z}_t ; a_t 는 독립, 과거데이터의 EWMA로부터 얻는다.

δ ; 미분값

θ ; 평활상수

X_t ; 관리활동

g ; 이득 (gain)

Y_t ; 점성과 같은 품질특성

l, m ; 전반적인 최소비용 파트에서 표준조처 를위한 등고선(R_A, R_M, λ 3개로 된 량의함수)

관리도로 l 은 표준 조처한계, m 은 관리간격

R_A, R_M ;비율(C_T 에대한 C_A, C_M 에 대한 비율)

C_A ;공정조절에 의해서 손실을 입은 고정비용

C_M ;공정관찰에서 손실을입은 비용

C_T ;목표 이탈비용(σ_a 양 에 의한 한시간 간격에 서목표 이탈비용)

T ;최소한의 편차로목표이탈의 2차함수로나타나는 비용

θ_m ;평활상수

σ_m^2 :이노베이션 분산

피드백 관리기술은 본질적으로 보정기술이 사용되고 있지 않고 목표로부터 편차가 특별하여 계산할 수 없는 각란에 적용된다. 피드백 관리기술은 보정이나 목표로부터 편차 계산을 하지 않는다. 피드백관리 기술의 이러한 개념을 통해서 우연원인과 가피원인의 개념을 확장할 수가 있다.

단순최소비용 피드백 관리기술은 비용과 대조하여 그 정도가 적당하다고 판단되면 설계되어질 수 있다. 만약 비용이 적당한 상수 값으로 표현될 수 있다면, 목표이탈 상태에 대한 조절과,관찰을 위하여 행하는 최소비용 접근 방법을 발견할 수 있다. 이러한 상수들을 결정하기 어렵다면 대안으로 평균제곱오차의 인플레이션과 샘플링 간격에서 평균 시간의 증분을 대비하여 최적기술의 표본을 선택한다.

SPC(statistical process control) 실무자는 피드백 컨트롤러를 다음과 같은 목적을 위하여 평가한다.

- (a) 다양한 각란을 효과적으로 보정하기 위하여
- (b) 각란을 제거하기 보다는 보정하기 위하여
- (c) 품질개선에 사용되는 숨은 정보를 획득하기 위하여

APC(automatic process control) 실무자는 공정 조절이 비효과 적일 때 어떤 장소에 존속하는 시스템의 정상적 확률적 모형으로부터 변동과 가피원인을 탐지하여 검증하는 공정관리를 수행한다.

피드백 조절의 경우에, 각란은 보정된 조절이 없이 품질특성에 따른다.

우리는 각란을 조절하고 품질특성의 수준을 변화시키는 조절변수를 사용하여 공정 조절과 공정개선을 할 수 있다.

이때 우리는 공정 평균이 배회 할 경우 비정상적인 모형으로 IMA 모델을 생각할수 있고 IMA모델은 EWMA에 의해 과거 데이터로부터 백색잡음을 분리할 수 있다.

이 백색 잡음은 비정상적인 측정의 도구로서 평활상수를 사용할수 있으며 이것은 평균값을 갖지 않고 무한분산을 갖는데, 이 때는 시차에서 만들어진 Z_t 의 MMSE 분석이 필요하다.

MMSE 분석이 필요한 IMA모델은 비정상적인 각란의 활동을 설명할수 있는데 이와 관련되어 백색잡음을 설명하는 것이 베리오그램(분산연관도) 이다.

베리오 그래프는 비정상적인 IMA모형을 정상적인 자기회귀 모형으로 설명할 수 있다. 이러한 선형식의 일계 자기회귀 모형에서는 관리되지 않고 있는 각란 공정, 지시를 잊고 있는 공정, 잘못된 커뮤니케이션이 일어나는 공정, 등에 정확한 조절이 되도록 백색잡음 과정을 분석하여 엔트로피와 변동의 증가로부터 영향을 받는 출력변수를 변이오차와 비변이오차로 분해하여 관리하려는 사고이다.

베리오그래프에서 의 각란 즉 신기축에서 m 의 선형적 증가로 문제를 해결할수 있다. 특히 배회 각란에서 비례 적분 상수 K_p, K_i 값에 의해 결정되는 PI조절은 피드백 시스템으로 목표이탈의 비용을 생각하지 않을 수 없다.

비용문제는 목표로 부터 품질특성의 표준편차값에 대한 2차 함수로 나타낼 수 있고 이 기술은 전반적인 비용을 최소화시켜야 한다.

최소비용 피드백 관리기술은 시스템 조절 또는 관찰비용이 필요하다면 공정조절과는 전혀 다른 문제이지만, 병행하여 생각하지 않을 수 없다.

K_p 나 K_i 에서 δ 값은 MMSE기술에서 관리 활동이 결정된다. 최적코스트 조정기술은 수정기술이 채택되어 감소된 관리 활동으로서 품질특성에서 평균제곱오차 때문에 발생하는 적은 비용으로 달성될 수 있다.

이러한 비정상적인 각란하에 피드백조절 은 전통적인 공정조절과 같이 간단하면서도 통합 산업에서 유용하다.

2. 연구의 방법

슈와트관리도, 누적합(CUSUM)관리도, 지수 가중 이동평균(EWMA) 관리도는 통계적 공정관리 (SPC)로서 공정관리를 위해서 자주 채택된다.

대조적으로 피드백, 피드포워드관리는 자동 공정관리(APC)라고불리우는 공정조절을 위해서 사용된다.

SPC와 APC는 다른 산업 즉 부품산업과 공정산업에서 그 발생의 유래를 찾아볼 수 있다.

부품산업에서는 정밀한 재가공을 하기 위해서 시도되었다. 예를들면 일정한 직경이 있는 강철봉을 제조하기 위해서 목표값(T)에서 가장 작은 변동을 갖도록 한다.

공정산업에서는 화학적 변화에 백분율, 순도의 측정 등 가장 정밀한 평균값을 얻기위해서 시도되었다. 강철판과 같은 원재료의 특성을 가지는 부품산업에서는 매우합리적으로 관리될 수 있다.

주변온도와 같은 외부적 변수가 있는 공정산업과 천연원료 재고의 특성은 잘관리되지 않는다. 이 경우에는 피드백 관리가 되어야 한다.

부품산업에서 조절비용은 필수적이다.

기계의 멈춤을 포함해서 도구에 재설치, 공정관리의 횟수는 평가비용의 요소이다.

이와 대조적으로 자동공정조절의 사소한 비용만이 위에 사항과 비슷할 뿐이고 변화되지 않는 목표이탈비용은 포함되지 않는다.

더구나 최근에는 부품산업과 공정산업을 극단적으로 분리하지않는다.

이러한 분리선이 사라지는 이유중 하나는 합성물로된 컴퓨터 칩의 제조공정에서 볼 수있으며, 이것은 부품산업의 측면과 화학산업에 측면을 모두 포함한다.

이 논문에서 우리는 피드백관리에 의한 공정조절과 이에 따른 단순한 공정관리를 논술하고자 한다.

우리는 이 논문의 뒷부분에서 목표이탈, 공정조절, 관찰 때문에 발생하는 관계비용의 출현에 사용되는 다른형태의 피드백 관리기술을 고려하므로서 이러한 공정관리가 빛을 발할수 있도록 노력하였다.

우리는 기술적인 상세함 보다는 문제에 대한 주의를 집중시키기 위해서 실제로 필요한 가장 단순한 모델을 사용하였다.

2.1 관리도와 공정조절의 연계

슈와트 관리도, CUSUM 관리도, EWMA관리도는 공정관리를 위해서 설계되었다.

우선 우리의 고정된 사고를 살펴보기 위하여, 우리가 간편하게 살펴 볼 수 있는 슈와트 관리도에 가장 단순한 적용 실태를 살펴보자. 예를 들어, 어떤 회사는 타박상과 같은 경상의 상처를 치료하는 의무실을 갖추고 있다. 환자의 발생빈도를 관리하기 위해서 카운터에서는 매주 의무실을 찾는 새로운 환자수를 관리한다. 실무에서는 전체의 여러 참고 분포와 같은 평범한 분포를 따르지 않는다. 이 경우에는 전통적으로 목표 위아래로 3또는 2표준 편차로 들 수 있는 관리상한선과 하한선 대신에 관리경고선을 들 수 있다.

이런 종류에 관리도가 슈와트와 데밍에 의해서 강조 되어졌고 소위 우연원인과 가피원인을 구별하기 위해서 커다란 도움을 주게 되었다.

우연원인은 늘(null)모델에 따르는 변동을 말하고, 특별한 활동이 요구되지 않는다. 가피원인은 늘 모델로부터 잠정적인 편차를 발생시킨다.

특별한 주에서 상처를 입은 빈도가 높게 증가하는 것은 관리상한선 위에 이탈된 점을 발생시킨다, 이때 가피원인의 탐색이 시작된다.

위의 상황은 공장의 특별한 부서에서 전등이 잠정적으로 꺼져버리는 것과 동일하다. 이러한 상황에 조치를 취하여 재발이 없도록 보증되어야 한다.

이와 대조적으로 우연원인으로 인한 시스템의 변화가 발생할수 있다. 예로써 기계를 안전하게 설치하는 관리자의 결과와 같은 것이다.

그러한 경우에 시스템의 새로운 우연원인은 더 낮은 평균값에 대하여 포아송 변동으로 검증할수 있다.

우연원인 모델로 변동을 해석할 때 그 시스템은 안정된 관리상태에 있다. 안정된 관리는 연속적인 관찰 행위가 독립적으로 동일하게 분포하는 확률변수와 같다고 가정하자.

공정관리의 가피원인의 시스템을 그 장소에 존속시키고, 그 다음 우연원인의 시스템도 그 장소에 존속시켜서 발생 가능한한 가피원인을 탐지하는 것이 중요하다.

왜냐하면 가피원인을 위한 탐지는 시간과 비용이 소비되므로, 우연원인 모델을 변경하는 실제적인 증거를 가지지 않고 가피원인을 탐지하려는 것이다.

공정관리는 연속적으로 통계적 가설검정을 수행하는 시스템과 같다. 그러므로 피드백 관리는 조절에 따르는 보상에 대한 평가를 적용하기 위해서 사용되는 각란공정 현재 수준을 추정하는 것이 된다.

2.2 단순한 피드백 관리

어떤 시스템은 원재료 재고의 변화나 주변온도의 영향에 의해서 평균이 이동하는 변동이 발생한다고 가정하자. 만약 이러한 각각의 원인을 제거하기를 시도한다면 이것은 의미가 없다.

그때 우리는 피드백 또는 피드포워드 관리에 의해서 각각의 원인 제거를 위한 방법이 필요하다. 이 문제의 단순화를 위해서, 우리는 피드백 관리기술의 요소에 대해 재 검토가 이루어져야 할 것이다. (피드 포워드 관리는 자주 피드백 관리로 연결되어 사용한다. 품질특성에 관한 효과를 직접적 계산으로 조절함으로써 많은 인풋에서 발생하는 측정의 변화에 대한 영향을 제거하기 위해서 사용된다.)

우리는 합성물에서 점도가 촉매량 X 를 조절함으로써 어떤 목표값 T 에 맞도록 유지된다고 가정하자. Z_t 에 의해서 품질특성에 나타난 점도에 대한 전반적인 효과가 있는 각각은 관리되어야 한다.

Z_t 는 관리 활동이 없을 때 점도가 어떻게 되는지를 나타낸다.

t 시간에 현재와 과거의 효과는 품질특성에서 다루어진 촉매공식에 의해 조절되어 점도의 단위 Y_t 가 보정된다.

전통적인 각각 Z_t 를 생각하자 목표값 T 로부터 편차로서 Y_t 에 보정을 시도할 수 있다. 그때 품질특성 오차는 목표로부터 편차이다. 조절된 공정은 다음과 같다

$$e_t = Z_t + Y_t \tag{1}$$

피드백 관리 등식은 촉매 공식 X 가 어떻게 조절되어야 할지를 결정하고 현재와 과거오차에 함수로된 조치를 어떻게 해야할지를 결정한다. 많은 자동컨트롤러에 있어서는 측정과 관리활동이 연속적으로 일어난다.

고전적인 비례적분(PI) 컨트롤러, 관리활동 X_t 는 현재의 오차 e_t 의 선형함수이다. 그리고 과거오차에 적분 선형함수이다.

우리는 공정이 관리되고 공정이 동등한 시간간격으로 관리활동이 발생할수 있는 단속시스템을 생각할 수 있다. PI관리와 유사한 평가는 다음과 같다

$$-X_t = k_o + k_p e_t + k_I \sum_{i=1}^t e_i \tag{2}$$

이러한 k_p 와 k_I 는 비례적분관리의 양을 결정하는 양의 상수이다.

3. 평균이동을 고려한 각각 모형 개발

3.1. 각각 모형의 선택

공정조절은 시스템에 대한 관리 활동이 제대로 이루어지지 못하고, 공정 평균이 목표로부터 이탈되며, 산만한 원인의 각각이 발생할 때 그 필요성이 절실히 요구된다. 목표로부터의 편차에 대해 연속적인 백색잡음이 있는 관리상태의 공정에 대한 잘 알려진 각각 모델은 다음과 같다.

$$Z_t = a_t \tag{3}$$

목표로부터 연속적인 편차가 발생하는, 각각에 대한 일반적인 종류의 모델은 종속적이며,

개선된 백색잡음의 가중 합으로(이론적으로 무한하다) 나타낸다.

$Z_t = a_t + \Psi_1 a_{t-1} + \Psi_2 a_{t-2} + \dots$ 이러한 부류의 모델은 목표로부터 편차 평균이 0이고 분산이 $Z_t = \sigma_a^2 \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i^2 = \sigma_z^2$ 인 유한한 안정적(인 모델이다. 비 안정적인 모델은 공정 평균이 이동하는 경위의 활동으로, 자기회귀 통합이동 평균 모델로서 나타낼 수 있다. Box와 Jenkins(1970)에 의해 이 문제가 논의되었다[2]. 가장 단순하면서 최선의 유용성을 가지는 모델인 통합이동평균 모델(IMA)은 다음과 같이 정의된다.

$$Z_t = \hat{Z}_t + a_t \tag{4}$$

여기서 Z_t 는 a_t 가 독립이고 과거 데이터의 EWMA 이다.

$$\hat{Z}_t = \lambda(Z_{t-1} + \theta Z_{t-2} + \theta^2 Z_{t-3} + \dots) \tag{5}$$

Z_t 는 평활 상수 θ 또는 비 안정적(nonstationary)인 상황에서 측정된 값 $\lambda = 1 - \theta$ 에 의하여 특성이 부여되며 이 논문의 목적을 위하여 $0 \leq \theta < 1$ 과 $0 < \lambda \leq 1$ 로 가정하였다. (5)식에서 계수 $\lambda, \lambda\theta, \lambda\theta^2$ 은 단위를 합하는 수렴 형태이다.

IMA 모델에 의해 정의된 추세는 평균값이 존재하지 않고 무한분산을 갖는다. 이러한 증은 Muth(1960)에 의하여 제시되었다[9]. 다음은 (4), (5)식의 대수적 조작에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{Z}_{t+1} = \lambda Z_t + \theta \hat{Z}_t, \hat{Z}_{t+1} - \hat{Z}_t = \lambda a_t \tag{6}$$

이러한 반복적인 공식을 이용하여, 그 예측은 각각의 입수된 새로운 관측치로서 편리하게 갱신되어 질 수 있다. 공식을 반복적으로 사용하여 예측시 취급되는 새로운 관측은 간편하게 최신정보화 할 수 있다. Z_t 의 첫 번째 차이가 모델(12)에서 IMA모델로 선택될 수 있는 일계(first-order) 이동평균 모델이며 식(4)와 (5)를 따른다.

$$W_t = Z_t - Z_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1} \tag{7}$$

t=1로 놓고 식(7)과 식(4)을 사용하여 다음 식을 얻는다.

$$Z_t = \hat{Z}_1 + a_t + \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i, \quad 0 < \lambda \leq 1 \tag{8}$$

특히 공정이 공정 수 조절에 의해 t=1 시간에 목표를 두어, $\hat{Z}_1 = 0$ 이 되도록 가정한다. 목표로부터 편차는 다음과 같은 절차를 통해 식으로 나타낼 수 있다.

$$Z_t = a_t + \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i, \quad 0 < \lambda \leq 1 \tag{9}$$

이것은 식(3)의 백색잡음 각란이 0으로 접근하는 것을 의미하며, 그 값은 λ 로서 표현될 수 있고, 그 사이를 보간 할 수 있다. 고도의 비 안정적인 확률(nonstationary random-walk) 모델은 $\lambda=1$ 일 때 얻어진다.

$$Z_t = \sum_{i=1}^t a_i \tag{10}$$

3.2. 베리오 그래프에 의한 각란모형

IMA모델은 많은 비 안정적인 각란의 활동이 나타나는 중심 장소에서 발생하는 IMA모델

과 EWMA모형을 통해 과거 데이터를 사용한 식 \hat{Z}_t 와 일계이동평균모델에 의해서 특성화될 것이다. 이와 관련된 것으로는 분산연관도(Variogram)가 있다. 단위간격이 표준화된 분산연관도라면, m 의 기능은 $G(m)$ 에 플롯된 양에 의해 측정되어 진다. m 길이의 간격에 대한 분산의 인플레이션은 $G(m)$ 과 양의 관계가 된다.

$$G(m) = V(Z_{t+m} - Z_t) / V(Z_{t+1} - Z_t) \quad (10)$$

베리오 그래프에 의한 타임시리즈 모델의 특성은 타임시리즈에서 m 단계로 떼어서 측정된 관측치 사이에 분산의 차이를 가정한다, 그때 t 는 독립이고 $G(m)$ 에 의하여 측정된 단위간격을 위한 분산의 확장으로 가정한다. 위의 내용을 기반으로, m 의 함수로서 $G(m)$ 의 양에 의해서 표준화된 베리오 그래프가 얻어진다.

베리오 그래프에서는 Φ 값이 정해진 일계자기회귀 공정, 표준 베리오 그래프와 관계가 있는 비정상적인 파라미터 λ 의 다양한 선택을 위한 IMA공정, 백색 잡음에 의해 발생하는 길이 등을 타임시리즈로 나타낼수 있다.

이러한 사고는 기계 관리를 정착시킬 수 있고, 경계정보를 위한 지시의 정착으로서, 더 안전한 공정을 유지시킬 수 있도록해 준다. 이 경우에 각란은 백색잡음에 의해 m 에 의존하는 베리오 그래프 $G(m)$ 에 합치도록 재구성이 이루어진다.

그러나 실제적으로는 기계부품이 연속적으로 느슨하게 조절되고 마모가 발생되며, 사람들이 지시를 잊고 잘못된 오류를 발생한다. 그러므로 관리되지 않는 각란을 대한 자기상관관계 형태는 선형 정상모델로 설명할수 있다. (즉, 정상적 자기회귀 이동평균 모델)

이러한 정상적인 모델은 $G(m)$ 을 통하여 m 이 증가하게 되고 이에따라 일계자기회귀 모델에 근접하게 될 것이다. 고도의 상관관계가 연속적으로 관측될 때에도 빠르게 이러한 현상이 발생된다. 즉, m 이 증가할수록 비정상적인 IMA모델로 접근하게 된다.

m 이 선형적으로 증가하는 베리오그래프에서는 신기축 모델을 생각할수 있다.

3.3. 선형적으로 증가하는 베리오그래프에 의한 고착신기축 모형

공정은 관리되지 않은 시스템에서 엔트로피의 지속적인 증가 또는 각란에 영향을 받는다.

우리는 $Z_t = b_t + S_t$ 에 의해서 관리되지 않은 시스템을 품질특성 Z_t 로 나타낼수 있다. $\{b_t\}$ 는 측정과 샘플링에 의해서 발생한 일시적인 오차이다.

일시적인 아닌부분 $\{S_t\}$ 은 시스템 안에 있거나 고착신기축(sticky innovation)의 누적된효과로 나타낼수 있는 신호이다.

고착신기축은 예를들면, 자동차 타이어가 날카로운 돌에 부딪혔을 때 영구적인 손상이 조금 증가된다. 즉, 타이어 표면에 발생한 적은 손상은 시간의 흐름에 따라 계속 커져가게 된다.

시간 t 에서 발생하는 C_t 는 신기축의 효과이다. 각란 수준의 변화가 P 인 신기축의 발생 확률은 어떤 시간 간격에 놓인다고 가정하자.

우리는 b_t 와 c_t 가 분산이 각각 σ_b^2 과 σ_c^2 인 독립적인 백색잡음신기축(white noise innovation)으로 표현된다고 가정하자. 그러한 공정의 베리오 그래프는 다음과 같다.

$$G_m = \frac{V_m}{V_1} = \frac{2\sigma_b^2 + mp\sigma_c^2}{2\sigma_b^2 + p\sigma_c^2} = 1 + \beta(m-1), \quad (11)$$

여기에서

$$\beta = \frac{p\sigma_c^2}{2\sigma_b^2 + p\sigma_c^2} \quad (12)$$

우리가 백색잡음신기측분산 $p\sigma_c^2 = \sigma_d^2$ 계열로서 $\{d_i\}$ 를 정의 할수 있다. 그때 우리는 잡음확률

$Z_i = b_i + \sum_{l=0}^i d_l = b_i + S_i$ 의해서 Z_i 로 접근할수 있다. 우리는 피드백 관리문제를 단순 S_i 추정으로서 생각할수 있고, 잡음 b_i 에 전면에서 그것의 효과를 취소할 수 있다. 그러한 추정은 2차 σ_a^2 로 된 과거의 데이터를 EWMA로부터 얻은 \hat{Z}_i 로써 충족될수 있다.

추정에 있어 $\hat{z} = \sigma_a / \sigma_b = \lambda \theta^{1/2}$, $\sigma_a / \sigma_b = \theta^{-1/2}$ 의 공식은 잡음으로부터 신호를 분리하기 위하여 좋은 공정 필터링에 좋은 방법을 측정하는 인플레이션 요소이다.

\hat{Z} 는 필터링된 계열의 백색잡음 예측오차 a_i 에 대한 표준편차 비율이다.

3.4. 공정간의 평균 이동에 관한 모형

여기에서는 피드백 기술을 보여준다. 화학공정에서 촉매를 가지고 X_i 을 조절할 경우 품질특성인 점성 Y_i 를 달성할 수 있다. 특별히 단순 일계(first-order)의 평균이동을 고려한 모형은 공정수의 활동을 미분등식에 의해서 평가할 수 있다.

$$Y_i = \text{상수} + \delta Y_{i-1} + g(1-\delta)X_{i-1}, \quad 0 \leq \delta < 1 \quad (13)$$

등식의 상호간의 특성은 단위 변경 후에 기간 t시기에 X가 만들어지고 Y의 변경은 $g(1-\delta)$ 이 된다는 사고로 평가 할 수 있다.

여기서 g는 시스템에 의해 증가된 이득으로 게인(gain) 으로 불린다.

3.5. MMSE 컨트롤러

만약 배회경향이 있는 각란이 식(4)의 비안정적인 IMA모델에 의해서 표현되고(또는일계 이동평균 모델과와목표로부터편차의다음과정으로나타난 (8)식) 평균이 이동하는 공정이 (13)식에 의해서 나타난다면 경향이 있는 각란과 평균이 이동하는 공정은 비율과 적분상수 k_p 와 k_i 값을 고정하고 제공된 목표 값에 대한 평균제공오차(MMSE) 를 산출하는 등식으로

$$(-X_i = k_0 + k_p e_i + k_i \sum_{l=1}^i e_l) \quad \text{PI 조절을 보여준다.}$$

여기서 (16), (!7) 은 배회하는각란 이 IMA 모델을 설명할 때 사용되며, 평균이 움직이는 공정은 (18) 식에 의하여 나타난다.

$$k_p = \lambda\delta/g(1-\delta), \quad k_i = \lambda/g \quad (14)$$

$$Z_t = \widehat{Z}_t + a_t \quad (15)$$

$$W_t = Z_t - Z_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1} \quad (16)$$

$$Z_t = a_t + \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i, \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (17)$$

$$Y_t = \text{상수} + \delta Y_{t-1} + g(1-\delta)X_{t-1}, \quad 0 \leq \delta < 1 \quad (18)$$

등식(2)은 δ 가 아주 작다면 실무에서 사용될 수 있고, δ 가 크면 등식은 양의 정수에 접근된다. MMSE 기술은 과도한 관리활동을 요구한다. 조절 기술은 그 적용이 가능하고 더구나 감소된 관리활동은 품질특성의 평균제공오차 안에서 조금 증가된 코스트에 도달하게 할 수 있다.

예로서의해 MMSE 수정 기술이 제시되었다.

3.6. PI 조절

평균 이동을 고려한 모형은 단순한 시간에 발생하는 X에 단계에 의해서 감소되는 변화를 생각할 수 있다. 식(20)에서 $\delta=0$ 으로 놓으면 평균 이동을 고려한 모형은 다음과 같다.

$$Y_t = \text{상수} + gX_{t-1} \quad (19)$$

MMSE 피드백 공식은 통합관리의 이산적인 알고리즘 으로 다음과 같이 표현된다.

$$-X_t = k_0 + k_i \sum_{i=1}^t e_i, \quad k_i = \lambda/g \quad (20)$$

특히 통합생산 또는 비례통합 조절 (PI조절)은 식(20)을 채택함으로써 정의 될 수 있고 대개 슈하르트 관리도사용으로 용이해진다 이것은 대체로 폭넓게 사용되지는 않고 Box (1991a), Box 와 Jenkins (1970)에 의해 조절관리도 매뉴얼로 정착되었다.[2],[3].

4. 최적 코스트 조절

공정조절 기술은 목표값 T에 관하여 아웃트 풋트 품질특성의 최소평균 제공 오차의 특성을 갖는다는 사고와는 거리가 멀다.

각란에 본질과 다이내믹 공정에 대한 MMSE, IMA 과정은 MSE의 피드백 모델에 의해서 MMSE컨트롤러가 된다.

이러한 컨트롤로에 형태는 전반적인 조절비용의 평균이 목표이탈 비용이라고 가정한다면 목표로부터 편차제공까지 비례적이며 다른 변수의 비용은 사소한 것이다. 만약 다른 비용이 공정 조절처럼 관찰에서 얻어진다면 그때 최소비용 피드백 조절기술의 결과는 다르게 구성 되어질 수 있다.

이러한 종류의 단순한 가능성을 조사하기 위하여 (a) 목표이탈 비용은 목표로부터 편차제공까지 비율을 합한 것이며 C_T 는 σ_a 양에 의해서 1시간격의 목표이탈 비용으로 나타나는 상수이다. (b) 거기에는 공정 조절에 의해서 손실이 있는 고정된 비용 C_A 를 갖는다.

(c) 거기에는 공정을 매시간 관찰해서 손실을 입는 비용 C_M 이 있다.

4.1 샘플링 간격 고정

공정의 관찰 비용이 적을 때는 C_T 와 C_A 가 분명하게 고려되어야 한다. 왜냐하면 샘플링 간격의 특별한 경우는 단순한 시간단위 처럼 정의 할 수 있는 어떤 값에 고정되어 있기 때문이다.

T 시간에 계산된 조절 $-X_{t+} = \hat{Z}_{t+1}/g$ 는 관리한계선 $T \pm L$ 에서 한점이나 그 이상의 점들이 관리한계선을 이탈할 때 이탈 즉시 예측된 값 \hat{Z}_{t+1} 을 만든다.

X_{t+} 의 첨자에 대한 (+)기호는 t 와 $t+1$ 간격사이에 만들어지는 공정조절을 말한다. EWMA예측은 베리오그램 공식을 반복 적용함으로써 편리하게 계산될 수 있다. 그 공정은 Z_1 에서 \hat{Z}_2 와 동일하게 놓고 시작할 수 있다. 그러나 그 제어수단이 매번 조절후에는 필요하지 않다. 그리고 t 시간에서 조절후에는 \hat{Z}_{t+1} 의 적당한 값은 0이다.

이러한 경계조절 관리도는 EWMA 관리도와 표면적으로는 유사하다.

$T \pm L$ 에서 관리한계선의 위치는 통계적으로 유의한 문제에 의해서 결정되는 것이 아니라 목표이탈 비용과 조절 비용의 비율 C_A/C_T 에 의존한다.

$C_A/C_T, \lambda, \sigma_a$ 를 계산하기 위해서 L 값과 평균 런길이{ARL's}가 Kramer(1989)에 의해서 더 확장된 테이블로 이미 주어졌다[5].

목표이탈 비용결정 요소인 C_T 의 선택을 평가 하는것은 어렵다. 그 비용은 목표 T 에서 최소로 되는 목표이탈 편차의 2차함수이다.

전체적인 비용곡선을 결정하기 위해서 우리는 유일하게 부과된 하나의 점을 알 필요가 있다.

그러한 점을 얻기 위하여 $T \pm \Delta$ 로 도달되어 증가된 목표로부터 편차가 고려되어야한다. 어떤 불필요한 재료를 통해 제조가 이루어지고 비용이 C_0 에서 발생된다면 다음과 같이 정의된다.

$$C_t = \frac{c_0 \sigma_a^2 a}{\Delta^2} \quad (21)$$

4.2 샘플링 간격이 고정되지 않았을 때 최소 비용체계

관찰의 비용이 포함될 때, 최소 비용기술은 전반적인 비용을 최소화하기 위한 피드백 관리 기술로 조절된 EWMA 형태이다. 그러나 m 단위의 C_M 이 적을 때, 최소비용 기술을 얻기 위해서는 샘플링 기술의 샘플링 간격에 길이에도 유의하여 처리되어야 한다.

평활상수 θ 와 이노베이션 분산 $\sigma_a^2 = \sigma_1^2$ 인 표본 m 개가 샘플링 되어 단위 간격으로 IMA 공정에서 관찰된다고 가정하자. m 은 정수이고 샘플공정이 IMA공정일 때 평활상수는

$\theta_m = 1 - \lambda_m$ 이고 이노베이션 분산 σ_m^2 은 다음과 같다.

$$\theta_m = \sqrt{A_m^2 - 1}, \text{ 여기서 } A_m = 1 + \frac{m(1-\theta)^2}{2\theta}$$

$$\text{그리고 } \sigma_m^2 = \sigma_1^2 \theta / \theta_m \tag{22}$$

베리오그램으로부터 지수변환값은

$$\hat{Z}_{u+1} = \lambda_m Z_u + \theta_m \hat{Z}_u$$

(23)식은 위 식의 반복계산으로 구할수 있다.

$$C = \frac{C_A}{ARL} + \frac{C_M}{m} + \frac{C_T}{\sigma_1^2} \frac{E\left(\sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^m e^{2mj+k}\right)}{ARL} \tag{23}$$

이것은 조절비용, 관리비용, 목표이탈 비용, 단위시간당 전반적인 비용 C로서 다음과 같이 나타낸다.

전반적인 비용 C를 최소화함으로써 다음과 같은 내용을 결정한다.

- (a) 공정 조절을 할수 있다.
- (b) 공정 조절의 크기를 만들 수 있다.
- (c) 공정에서 샘플을 어떻게 채취해야하는지의 데이터를 수집하는 방법을 찾을 수 있다.
- (d) 조절사이에 평균간격(ARL)이 각 기술과 연결되어있다.

전반적인 비용을 최소화하는 관리한계선은 $T \pm L$ 로 놓는다. 여기에서 $L = \lambda \sigma_1$ 와 $\sigma_1 = \sigma_a$ 은 단위간격에서 관리되는 본질적인 각란공정의 파라메타이다.

이러한 적당한 접근을 위하여 l 과 m 은 등고선 관리도에서 사용된다. R_M 과 R_A 변동값을 위하여 표준활동한계 l 의 등고선 관리도를 사용하고 λ 와 R_M 변동값을 위하여 관리간격 m 의 등고선 관리도를 사용한다. 이러한 등고선 관리도는 비정상적인 측정으로 다음 값을 요구한다. λ 와 R_A 와 R_M 의 두 비율은 다음 등식으로 나타낼수 있다.

$$R_A = \frac{C_A/C_T}{\lambda^2}, R_M = \frac{C_M/C_T}{\lambda^2} \tag{24}$$

엄격하게 말하면 l 과 m 은 이러한 것들의 모든 함수이다.

일정한 간격으로 관찰되는 IMA각란 공정을 가정하자. 그리고 조절이 비용 C_A 에서 만들어 질 수 있다고 가정하자.

여기서 목표 T는 일정한 간격으로 공정을 유지 시킬 수 있다. 그리고 비례상수 K_T 의 편차제곱에서 비례적인 목표이탈과 관계있는 코스트까지 가정하자.

지금 공정이 하나의 부관된 단일 재료를 만들려고 한다면 조절이 만들어 질 때 기대 비용은

$$K_T E(e_{t+1})^2 + C_A$$

$$= K_T E(a_i^{2+1}) + K_T (\widehat{Z}_{t+1} + Y_{T+1})^2 + C_A \quad (25)$$

조절변동 Y_{t+1} 로 놓음으로 최소화 된다.

그러므로 그것은 예측된 각란 \widehat{Z}_{t+1} 을 부정한다. 이것이 처리되었을 때 조절을 위한 기대 코스트는 $K_T \sigma_a^2 + C_A$ 이다. 만약 조절이 되지 않는다면 그때 기대코스트는

$$K_T E(Z_{t+1} + Y_{t+1})^2 = K_T \sigma_a^2 + K_T (\widehat{Z}_{t+1} + Y_{t+1})^2 \quad (26)$$

여기에서 조절이 된다면

$$|\widehat{Z}_{t+1} + Y_{t+1}| \geq (C_A / K_T)^{1/2} \equiv L_1 \quad (27)$$

N개의 추가된 항목이 만들어 지고 그때 그 공정은 조절이 되어야 한다면 다음과 같이 보여줄 수 있다.

$$|\widehat{Z}_{t+1} + Y_{t+1}| \geq L_N \quad (28)$$

L_N 은 조절 코스트의 함수이며, 목표이탈의 비례상수, 그리고 각란의 파라메타이다.

L_1, L_2, \dots 값은 한계값 L 을 갖는 연속적인 형태이다. 그러므로 무한한 수평선 위의 최적의 전략은 L 의 량에 의해서 목표와 예측된 관찰의 편차가 있을 때 공정조절이 이루어진다. 지금 공정이 일정한 간격 m 으로 관찰이 이루어지고, 각 관찰의 코스트가 C_M 이다.

최소코스트 전략은 관리한계가 관리간격 뿐만아니라 코스트와 각란 파라메타에 의존 된다. $L(m)$ 양은 목표와 예측된 관찰의 편차가 발생할 때 다시 조절된다.

만약 ARL이 평균런의 길이라면 그것은 기대 코스트의 런 (조절간격)이라는 것을 보여준다. 그때

$$C_A + ARL \frac{C_M}{m} + k_T E \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^m e_{nj+k}^2 \right\} \quad (29)$$

기대값은 목표로 부터의 편차 e_i 와 런길이 n 으로 구성된 단위 간격 평균비용으로 얻어진 다.

평균비용은 다음과 같다.

$$\frac{C_A}{ARL} + \frac{C_M}{m} + \frac{k_T E}{ARL} \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^m e_{nj+k}^2 \right\} \quad (30)$$

파라메타 (λ, σ_a^2) 로된 각란, 관리간격 m , $\pm L = \lambda \sigma_a$ 에서 관리한계에 대한 비용들은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{C_A}{mh(l/\sqrt{m})} + \frac{C_M}{m} + K_T \frac{\theta}{\theta_m} \sigma_a^2 \quad mk_T \lambda^2 \sigma_a^2 g(l/\sqrt{m}) - \frac{k_T(m-1)\lambda^2 \sigma_a^2}{2} \quad (31)$$

$g(l)$ 과 $h(l)$ 은 목표로부터 편차제곱의 기대값이고, 그리고 ARL과 관계가 있는 l 의 두 함수이다. 각각의 표준확률은 교차 한계선 보다 중요하다. 마지막으로, 이러한 주어진 $K_T \lambda^2 \sigma_a^2$ 으로 나눔으로써 척도가 될 수 있다

$$\frac{R_A}{mh(l/\sqrt{m})} + \frac{R_M}{m} + \frac{\theta}{\lambda^2 \theta_m} + mg(l/\sqrt{m}) - \frac{(m-1)}{2} \quad (32)$$

이러한 형태는 토탈 기대코스트의 최소화가 3개의 양 R_a, R_m 그리고 λ 의 함수로 얻을 수 있는 L 과 m의 선택을 보여준다.

$g(l)$ 과 $h(l)$ 을 위한 접근 방법을 얻기위하여 연구가 이루어 졌다.

Box와 Jenkins(1963), Crowder (1987) , Lucas 와 Crosier(1982) , Srivastava와 Wu(1991)[1,4,6,10] .

5. 결론 및 향후의 과제

관리문제가 잘 설명되어있고 엔지니어가 이용하기 편리하도록 연구된 논문이 많이 있다.(MacGregor(1987),(1988)),[7],[8].

통계적 품질관리 실행에 있어서 미래에 고려되어야할 관리문제가 더 많이 존재할 것으로 생각된다. 이러한 점들을 예시하면 다음과 같다.

표준공정관리도는 가피원인을 빨리 지적하여 유의한 이탈을 탐색하고 우연원인을 지속적으로 관리하기위하여 사용되는 도구이다. 여기에서는 조치를 취하기 위하여 통계적 유의 수준과 병행하는 사고를 채택하였다. 이러한 계획은 공정조절과 목표값에 대하여 불필요한 변동이 사용될 경우 평가가 이루어지지 않는다.

피드포워드와 피드백시스템이 사용되는 공정관리는 피드포워드나 피드백으로 관리가 불가능하거나 비용이 너무 많이 소요되는 경우 제거할수 없는 원인의 각란을 보정하여 공정조절을 조절하는 중요한 도구이다. 관리시스템이 미비하게 설계되고 조절되면 ,그 조절은 목표값에 대한 변동의 감소보다도 오히려 변동이 증가된다.

최적 피드백 기술은 다이나믹 공정과 품질특성의 각란 공정을 모형화함으로 설계될 수 있다. 이러한 관리시스템의 대안으로 PI컨트롤러에 실험계획법을 사용함으로써 최적화 시킬수 있다.

피드백 관리기술은 본질적으로 보정기술이 사용되고 있지 않고 목표로부터 편차가 특별하여 계산할 수 없는 각란에 적용된다.

즉, 피드백 관리기술은 보정이나 목표로부터 편차 계산을 하지 않는다. 피드백관리 기술의 이러한 개념을 통해 우연원인과 가피원인의 사고를 확장할 수가 있다.

샘플링의 조절비용이 적을 때 지속적인 피드백은 부적절한 것이다.

단순최소비용 피드백 관리기술은 비용과 대조하여 적당하다면 설계될수 있다. 적당한 비용 상수가 구해지면 목표이탈 상태와 조절 , 관찰에서 그 비용을 최소화 방법을 찾을 수 있다.

참고문헌

- [1] Box, G.. E. P. and Jenkins, G. M. (1963). "Further Contributions to Adaptive QualityControl: Simultaneous Estimation of Dynamics: Nonzero Costs". Bulletin of

- the International Statistical Institute 34,pp. 943-974 .
- [2] Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1970). Time Series Analysis, Forecasting, and Control. Holden-Day, San Francisco, CA.
 - [3] Box, G.E.P. (1991a), "Feedback Control by Manual Adjustment", *Quality Engineering* 4, pp.143-151.
 - [4] Crowder, S. V.(1986), Kalman filtering and Statistical Process Control, unpublished Ph.D. dissertation, Iowa State University, Dept. of Statistics.
 - [5] Kramer, T.(1989), "Process Control From an Economic Point of View," unpublished Ph.D. dissertation, University of Wisconsin-Madison, Dept. of Statistics.
 - [6] Lucas. J. M., and Crosier, R. B.(1982), "Fast Initial Response for CUSUM Quality-Control Schemes: Give Your CUSUM a Head Start," *Technometrics*, 24, pp199-206.
 - [7] MacGreger, J. F.(1987), "Interface Between Process Control and On-Line Statistical Process Control", A.I.Ch.E. Cast Newsletter, 9-19
 - [8] MacGregor, J.F. (1988). "On-line Statistical Process Control", *Chemical Engineering Progress* 84, pp.21-31.
 - [9] Muth, J. F. (1960), "Optimal Properties of Exponentially Weighted Forecasts of Time Series With Permanent and Transitory Components, " *Journal of the American Statistical Association*, 55, 299.
 - [10] Srivastava, M. S., and Wu, Y.(1991), "Taguchi's On-line Control Procedures and Some Improvements," Technical Report 9121, University of Toronto, Dept. of Statistics.