

센터 추정 속도를 감축한 RBF 등화기

권용광, 김재공

동국대학교 전자공학과, 디지털 통신 연구실

e-mail: fifthave@dgu.edu

RBF Equalizer reducing a Center Estimating Speed

Yong-Kwang Kwon, Jae-Kong Kim

Dept. of Electronics, Dongguk University

I. Abstract

This paper investigates a RBF equalizer (RBE) reducing a center Estimating Speed. One of method for RBF center estimation is using k-means clustering. The performance of RBE is depends on the estimation ability of the RBF center. We propose a RBF Equalizer using modified k-means clustering algorithm (MKMC) to speed up channel estimation and to reduce complexity of calculation.

Computer simulations are included to illustrate the analytical results. It is shown that a discussed method improves about 1dB via less training data.

II. 개요

수신기는 통신에 장애가 되는 ISI와 잡음을 제거하기 위해 등화기를 이용한다. Broomhead 와 Lowe의 연구는 RBF를 신경망 (Neural Network) 영역에 적용한 최초의 연구이다 [1].

본 논문에는 RBFN의 센터 추정에 사용되는 k-means 알고리즘을 변형시켜 성능을 유지하면서 기존 방법보다 훈련 데이터 수를 크게 줄여 계산량을 줄일 수 있는 방법을 제시한다.

III. 등화

그림1은 디지털 통신 시스템으로, 전송 신호 $s(t)$ 는 $\{+1, -1\}$ 의 이진 신호이다. 기저대역의 임펄스 응답

이 $h(t)$ 라면, 수신신호 $y(t) = h(t) * s(t) + n_G(t)$ 에 대한 등화기 출력 $\hat{s}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\hat{s}(t) = [h(t) * s(t) + n_G(t)] * h_{eq}(t) \quad (1)$$

$h_{eq}(t)$ 는 등화기의 임펄스 응답이고, 백색 가우시안 잡음 (AWGN) $n_G(t)$ 의 특성은 다음과 같이 정의된다

$$E[n_G(t)] = 0, \quad E[n_G(t-i)n_G(t-j)] = \begin{cases} \sigma^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

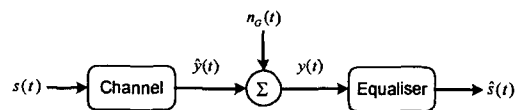


그림 1 전송 시스템

디지털 통신 시스템은 일정 폭으로 대역 제한된 채널을 사용하기 때문에, 수신단 앞에 채널 임펄스 응답의 역함수 $h_{eq}(t)$ 를 결합하여 대역 제한으로 발생하는 ISI의 영향을 최소화한다. 즉, 이를 등화라 한다.

IV. Bayesian 판정 이론

등화기 차수를 m , 지연을 τ , 채널 차수를 n_s 라 하고, 채널을 통과한 채널 상태 출력에 평균이 0인 가우시안 잡음이 부가된 수신 신호 $y(t)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{y}(t) = [y(t), \dots, y(t-m+1)]^T \quad (3)$$

$y(t)$ 는 각 $\hat{y}(t)$ 을 중심으로 한 가우시안 분포를 보인다. 즉, 식(3)의 $y(t-\tau)$ 를 Bayes 이론에 따라 +1 또는 -1로 판정할 수 있다.

등화기를 통과한 검출 신호 $\hat{s}(t-\tau)$ 는 다음과 같다.

$$\hat{s}(t-\tau) = \text{sgn}(f_B(\mathbf{y}(t))) = \begin{cases} +1, & f_B(\mathbf{y}(t)) \geq 0 \\ -1, & f_B(\mathbf{y}(t)) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

이 때 최적 Bayesian 판정 함수 f_B 는,

$$f_B(\mathbf{y}(t)) = \sum_{i=1}^{n_+} p_i (2\pi\sigma_e^2)^{-m/2} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_i^+\|^2}{2\sigma_e^2}\right) - \sum_{j=1}^{n_-} p_j (2\pi\sigma_e^2)^{-m/2} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_j^-\|^2}{2\sigma_e^2}\right) \quad (5)$$

이다. \mathbf{y}_i^+ 과 \mathbf{y}_j^- 는 각각 '+' 영역의 i 번째와 '-' 영역의 j 번째 채널 상태이고, σ_e^2 은 잡음 분산이다.

판정 경계는 다음과 같다.

$$\{\mathbf{y}(t) | f_B(\mathbf{y}(t)) = 0\} \quad (6)$$

즉 $f_B(\mathbf{y}(t)) = 0$ 인 벡터 $\mathbf{y}(t)$ 의 집합으로 공간을 양분하는 판정 경계가 된다. 그런데, Bayesian 판정 경계는 Hypersurface인 반면에 선형 등화기 판정 경계는 Hyperplane이므로 등화기 간에 성능차가 발생한다.

식(5)에서 입력 $s(t)$ 의 발생 확률이 같다면, 중복되는 최적 필터 계수를 생략할 수 있으므로 다음과 같다.

$$f_B(\mathbf{y}(t)) = \sum_{i=1}^{n_+} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_i^+\|^2}{2\sigma_e^2}\right) - \sum_{j=1}^{n_-} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_j^-\|^2}{2\sigma_e^2}\right) \quad (7)$$

V. RBF Network

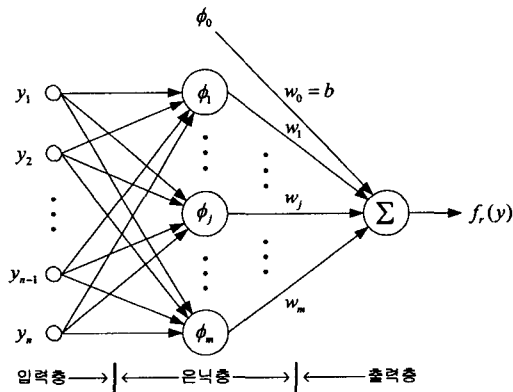


그림 2 RBF 신경망

신경망은 SLP 구조와 MLP 구조로 나누어진다. RBFN은 MLP에 비해 학습 과정과 구조가 간단하면서도 성능 차이가 크지 않는 단일 은닉층을 갖는 SLP 등화 구조를 사용한다 [2].

RBFN 구조는 그림2와 같이 입력층, 은닉층, 출력층

의 선형조합으로, 입력층-은닉층 전달함수는 비선형인 반면, 은닉층-출력층 간의 연결은 선형이다.

그림2에서 출력 $f_c(\mathbf{y})$ 는,

$$f_c(\mathbf{y}) = w_0 + \sum_{k=1}^m w_k \phi_k(\mathbf{y}, \mathbf{c}_k) \quad (8)$$

식에서 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]$, \mathbf{c}_k 는 센터, w_k 는 $(k+1)$ 번째 가중치, 그리고 상수 w_0 는 bias이다.

$\phi_k(\cdot)$ 는 RBFN의 핵심으로 두 지점 간 유클리드 거리를 계산하는 k 번째 RBF 은닉 소자이다. 은닉 소자에는 다양한 함수가 사용되는데 [2], 이 중 가우시안 함수를 이용하여 벡터 \mathbf{y} 에 대한 k 번째 RBF를 구한다.

$$\phi(\mathbf{y}, \mathbf{c}_k) = \phi\left(\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{c}\|^2}{\rho_k}\right) \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

식에서 $\mathbf{c}_k(t)$ 는 센터, ρ_k 는 두께, $\|\cdot\|^2$ 는 유클리드 거리이다.

식(8)에 식(9)을 대입하여, RBFN 출력을 구한다.

$$f_c(\mathbf{y}) = w_0 + \sum_{k=1}^m w_k \cdot \phi\left(\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{c}\|^2}{\rho_k}\right) \quad (10)$$

식(7)을 식(10)과 비교하면 그 구조가 유사하다. 따라서 RBFN 함수를 결정함수 구조로 변환하면, Bayes 이론에 기초한 최적심볼 결정 등화기를 RBFN을 사용하여 구현할 수 있게 된다. 이를 RBF 등화기라 한다.

RBFN	결정함수
$w_k(t)$	\Rightarrow 판정 영역에 따라 +1과 -1
$\phi(\cdot)$	\Rightarrow 지수함수 $\exp(-x)$
ρ_k	\Rightarrow $2\sigma_e^2$

RBFN 성능은 추정 센터와 채널 상태의 일치성에 달려있기 때문에 변수의 정확한 추정을 위해서는 채널 차수의 정확한 추정이 요구된다. 만일 채널 차수가 추정 센터보다 적으면 성능차가 없지만 센터가 필요보다 많기 때문에 불필요한 연산이 크게 증가된다. 반대로 채널 차수가 큰 경우에는 등화 성능이 저하된다.

VI. k-means RBFN

k-means RBFN은 훈련 모드에서 지도 학습법을 사용하여 채널을 추정하고, 신호 전송 모드에서 정보를

센터 추정 속도를 감축한 RBF 등화기

전달한다. 만일 채널의 변화가 심한 경우에는 전송 모드에서도 무지도 학습법을 실시한다.

시점 t 에서, 입력 벡터를 $y(t)$, k 번째 센터를 $c_k(t)$ ($k=1, \dots, m$), 학습 횟수를 $count_k(t)$, 학습율을 $\eta_k(t)$ 라 할 때, 다음과 같이 센터와 가중치를 추정한다.

모든 센터를 D 차원 공간 중심에 위치하고, $y(t)$ 를 수신하여 입력 벡터 $y(t)$ 를 구성한다. $y(t)$ 에 대응되는 신호조합과 채널 상태에 따른 모든 신호조합을 비교하여 학습할 센터의 지수 d 를 결정한다.

선택된 센터를 다음 식을 이용하여 갱신한다.

$$c_k(t+1) = \begin{cases} c_k(t) + \eta_k(t)[y(t) - c_k(t)] & k = d, \\ c_k(t) & k \neq d. \end{cases} \quad (11)$$

이 때, 학습율 η 은 $0 < \eta < 1$ 사이의 임의의 값을 갖게 되며, 다음 식에 의해 결정된다.

$$count_k(t+1) = \begin{cases} count_k(t) + 1 & k = d, \\ count_k(t) & k \neq d. \end{cases} \quad (12)$$

$$\eta_k(t) = \frac{1}{count_k(t)} \quad (13)$$

식(13)는 시점 t 에서 센터 c_k 의 학습 횟수를 $count$ 변수에 누적하여 식(15)의 학습율 결정에 사용된다. 센터의 훈련은 데이터의 전송이 완료될 때까지 반복 수행된다.

VII. MKMC Algorithm

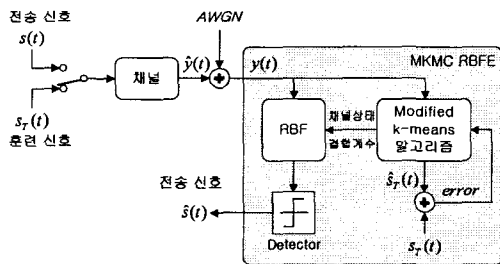


그림 3 MKMC RBF 등화기

본 장에서는 k -means 알고리즘을 변형하여 기존에 비해 적은 수의 훈련 데이터로도 비교적 정밀한 센터 추정이 가능하게 하여 센터 추정 시간을 줄일 수 있는 Modified k -means 클러스터링 알고리즘 (MKMC)을 서술한다. 그림3은 제안 알고리즘을 이용한 통신 시스템으로, 채널 통과 후 AWGN에 혼탁된 훈련 신호를

온라인 처리하여 채널 상태를 추정한다.

1. 제안 알고리즘

설명을 위해 non-minimum 위상 채널을 이용한다.

$$H(z) = 0.5 + 1.0z^{-1} \quad (14)$$

이 채널은 표 1과 같이 $2^{(채널 탭 수 + 등화기 탭 수 + 1)} = 2^{(2+2-1)} = 8$ 종류의 채널 상태 값을 갖는다.

표에서 채널 입력 조합 $s(t)$ 에 대한 채널 상태 벡터 $\hat{y}(t)$ 는 ± 0.5 과 ± 1.5 의 조합이 되므로, $\hat{y}(t)$ 와 $\hat{y}(t-1)$ 값을 식(15)의 벡터 형태로 표시할 수 있으며, 이를 이용하여 표1의 과정1로 변형할 수 있다.

$$Cv = [Cv_1, Cv_2] \quad (15)$$

여기서 $Cv_1=0.5, Cv_2=1.5$ 이다.

따라서 각각의 센터를 매번 추정하는 대신 Cv_1 과 Cv_2 값의 추정 만으로 모든 센터 값을 추정할 수 있게 된다. 즉, 본 알고리즘은 채널 상태값 간의 상관관계를 찾아 그 대표값을 추정하는 방법이다.

표 1 채널 상태값의 치환

no	s(t)	s(t-1)	s(t-2)	$\hat{y}(t)$	$\hat{y}(t-1)$	과정 1	
						$\hat{y}(t)$	$\hat{y}(t-1)$
1	1	1	1	1.5	1.5	Cv_2	Cv_2
2	1	1	-1	1.5	-0.5	Cv_2	$-Cv_1$
3	-1	1	1	0.5	1.5	Cv_1	Cv_2
4	-1	1	-1	0.5	-0.5	Cv_1	$-Cv_1$
5	1	-1	1	-0.5	0.5	$-Cv_1$	Cv_1
6	1	-1	-1	-0.5	-1.5	$-Cv_1$	$-Cv_2$
7	-1	-1	1	-1.5	0.5	$-Cv_2$	Cv_1
8	-1	-1	-1	-1.5	-1.5	$-Cv_2$	$-Cv_2$

2. 알고리즘의 비교

그림4의 (a),(b)는 각각 k -mean 알고리즘과 제안 MKMC 알고리즘을 이용한 센터의 추정 과정이고, '+' 표시는 최적 Bayesian 등화의 센터이다. 먼저 센터의 최적 추정을 위해서 센터 별로 1번의 훈련이 필요하다 하자.

그림4(a)에서 k -means는 입력한 유클리드 거리가 최소인 한 개의 센터 만을 수정한다. 즉 m_{old} 개의 센터 추정을 위해 $m_{old} \times l$ 개 이상의 데이터가 필요하다.

그림4(b)에서 MKMC 알고리즘은 한 센터만을 훈련하여 최적화한 후 나머지 다른 센터를 센터 간 상관

관계를 통해 결정한다. 즉 m_{new} 개 센터의 최적화를 위해서 $m_{new} \times l$ 개의 데이터가 필요하다 ($m_{new} < l$). 즉 제안된 알고리즘의 사용으로 훈련 데이터의 수를 줄여도 결국 센터가 훈련되는 횟수는 기존 이상이 된다.

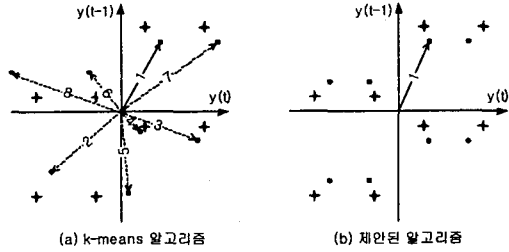


그림 4 알고리즘의 비교

VIII. 시뮬레이션

시뮬레이션은 PC 상에서 Matlab을 이용하여 이루어졌다. +1과 -1을 랜덤하게 발생시킨 수열 조합을 전송신호 $s(t)$ 로 하고 채널(식(16))과 컨벌루션을 한 후, 평균이 0인 AWGN을 추가하여 이를 등화기의 입력으로 사용하였다.

$$H(z) = 0.3482 + 0.8704z^{-1} + 0.3482z^{-2} \quad (16)$$

시뮬레이션을 통해 제안된 등화기가 추정하는 센터와 추정 속도, 그에 따른 최적 심볼 판정 경계, 그리고 고BER 성능을 도식하고, 이를 최적 성능의 Bayesian 등화기와 k-means 등화기의 것과 비교하였다 [그림 5].

IX. 결론

본 논문에서는 훈련 데이터의 수를 효과적으로 줄일 수 있는 Modified K-means 클러스터링 알고리즘을 이용하여 훈련 데이터의 수를 줄이면서도 성능이 개선된 RBE를 제안하였다. 시뮬레이션을 통해, 제안된 MKMC RBE는 채널의 추정 속도가 빨라졌음에도 BER 성능면에서 Bayesian 등화기에 근접하였고 Chen의 방법보다 성능 개선이 있었음을 확인하였다.

Reference

[1] D.S. Broomhead, D. Lowe, "Multivariate

functional interpolation and adaptive networks," Complex Systems, vol. 2, p 321-355, 1988

[2] S. chen, G, J, Gibson, "Adaptive equalization of finite non-linear channels using MLP," Signal Processing, Vol. 20, p 107-119, 1990.

[3] S. Chen, B. Mulgrew "Adaptive Bayesian decision feedback equaliser based on a radial basis function network." Proc ICC, p 343.3.3, 1992.

[4] Peyton Z. Peebles, JR., "Probability, Random Variables, and Random Signal Principles", third editon, McGRAW-HILL Inc, 1993.

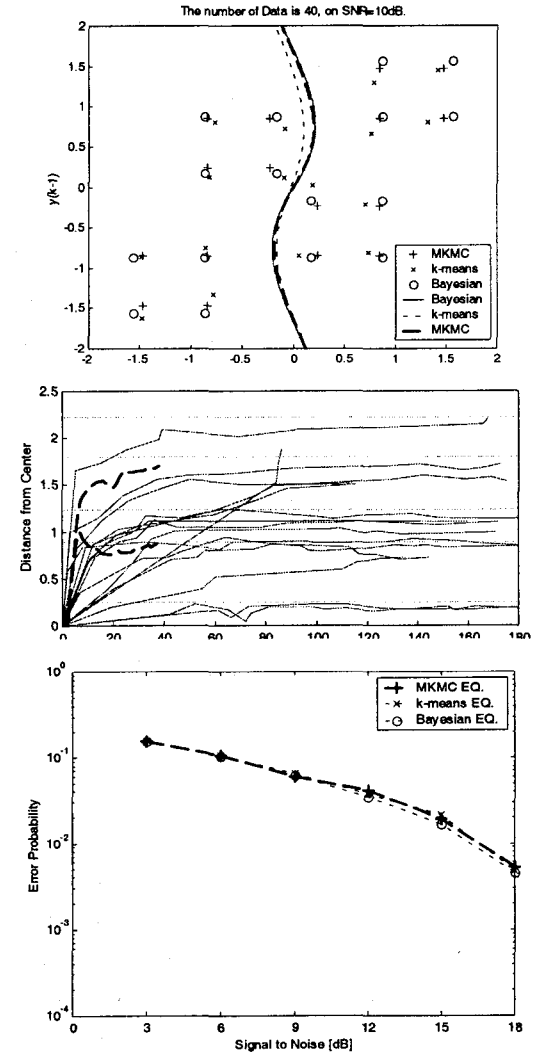


그림 5 시뮬레이션을 통한 센터의 배치, 추정 속도, 판정 경계 그리고 BER 성능의 비교