

# 3차 통계기법과 서브밴드 적응 필터링을 이용한 시간 지연 추정

박 현 석, 남 상 원

한양대학교 공과대학 전자전기컴퓨터공학부

## Time Delay Estimation using Third-order Statistics and Subband Adaptive Filtering

Hyun-Suk Park and Sang-Won Nam

Division of Electrical and Computer Eng., Hanyang Univ., E-mail : swnam@hanyang.ac.kr

### Abstract

In this paper, we address a new time delay estimation method using third-order statistics and subband adaptive filtering to improve the accuracy of target detection for acoustic backscattered signals in a noise interference environment. Each reference and primary signals are decorrelated using the multiresolution analysis framework through a M-band discrete wavelet transform(M-DWT). Then noise effect can be reduced. Here, time delays are estimated iteratively in each subband using two different adaptation mechanisms that minimize the mean squared error (MSE) between the references and primary signal. More specifically, third-order cumulants and projection cross-correlation(PCC) criterion are utilized to achieve an effective SNR improvement for the time delay estimation.

### I. Introduction

시간 지연 추정은 두개 또는 여러 개의 센서 입력 신호 사이의 시간 지연 값을 구하는 것으로 레이더, sonar, 의용 공학(biomedical engineering), 신호처리(signal processing), 이동통신 등 많은 응용 분야에서 많이 연구되어 왔다[1-6]. 이러한 분야에서 대상 신호는 정상적(stationary) 비가우시안(non-Gaussian) 신호와 평균이 영인 정상적 가우시안 (Gaussian) 잡음을 추가되어 측정된다. 기존의 시간 지연 추정 방법은 다중경로(multipath)로 들어오는 신호와 원신호 간에 least square를 기반으로 한 적응 필터링(adaptive filtering)을 이용하여 평균 자승 오차(mean squared error : MSE)가 최소화되는 변위값의 위치를 시간 지연(time delay)으로 추정하는 것이다[4-6]. 이 방법은 반사된 지연 신호들과 부가되는 잡음간의 상관 관계가 없는 경우에 비교적 정확한 시간 지연 계수를 추정할 수 있다. 그러나 반사된 신호들과 잡음간의 상관관계가 존재하는 환경에서는 정확한 시간 지연을 추정하기가 어렵다. 최근에 웨이블릿 변환의 다해상도(multiresolution) 분해 특성을 이용한 상관관계가 제안되었는데, 이 경우에 웨이블릿 분해를 통해 잡음의 영향이 감소된 투영 신호(projection signal)들을 기존의 LS 적응 필터링에 적용함으로써 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio : SNR)를 개선시킬 수 있다[1,4-8]. 반사된 지연 신호들이 다중경로를 통과하여 파워가 감소함에 따라 SNR이 더욱 떨어져 정확한 시간 지연 계수를 추정하기가 더욱 어렵게 된다. 이를 보완하기 위한 방법으로 2차 통계 영역에서의 LS 알고리즘이 교차 상관관계(cross-correlation)를 이용한다는 점에 기인하여

고차 큐물런트(higher-order cumulants)를 이용한 몇 가지 접근 방법들이 제시되었다. 이러한 방법들은 고차 큐물런트의 이점 중에서 가우시안 신호에 대해 3차 이상의 큐물런트값들이 이론적으로 0이 되는 사실에 근거를 두고 있다[1-3]. 따라서, 고차 통계 영역에서 비가우시안 신호의 정보는 보존하면서 부가되는 가우시안 잡음의 영향을 더욱 감소시키는 효과를 볼 수 있다. 이와 같이, 보다 정확한 시간 지연 추정을 위해 M-밴드 웨이블릿 변환과 3차 큐물런트를 이용한 교차 투영 기법(projection cross correlation : PCC)을 이용하여 잡음이 섞인 환경 하에서 지연 신호들과 원신호 간의 MSE가 최소화되는 위치를 검출한다[3,8]. 본 논문에서는 제안된 알고리즘을 검증하기 위해 임의의 환경 하에서 다양한 SNR에 대한 기존의 방법과 제안된 방법으로 시간 지연 추정 성능을 비교하여 본다.

### II. Modelling of The Backscattered Signal

먼저 다중경로를 통과하여 측정된 시간적으로 변하는 반사된 지연 신호(backscattered signals)의 모델은 다음과 같다[4-6].

$$y(n) = \sum_{i=1}^M z_i(n) + e(n) \quad (1)$$

여기서,

$$z_i(n) = h_i(n) * x(n - \Delta_i) \quad (2)$$

- $y(n)$  반사된 지연 신호의 집합
- $z_i(n)$  M개의 다중경로를 통과한 지연 신호들
- $e(n)$  부가된 잡음
- $x(n)$  원신호
- $h_i(n)$  다중경로의 전달함수(impulse response)
- $\Delta_i$  다중경로를 통과한 순수 지연 시간

여기에서 원신호는 대역폭이 제한된(band-limited), 비가우시안(non-Gaussian), 비대칭(non-zero skewed) 신호이고, 부가된 잡음은 공간적인 상관관계를 가지는 가우시안(Gaussian) 신호이다. 식(1)-(2)를 이용하여 원신호가 다중경로를 통과하여 반사된 지연 신호는 다중경로 전달함수에 의해 신호의 파워가 감소하고, 잡음을 포함하게 된다. 그림 1은 반사된 지연 신호 생성 및 다중경로 구조를 나타낸 것이다[5]. 이렇게 생성된 지연 신호 집합의 예는 그림 2와 같다.

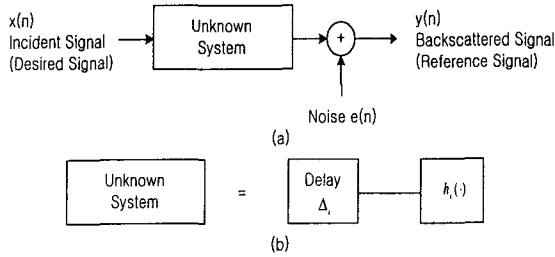


그림 1. (a) 반사된 지연 신호 생성 구조.  
(b) 다중 경로 구조.

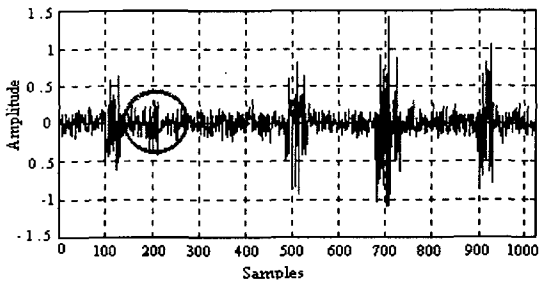


그림 2. 반사된 지연 신호들(SNR = 2dB)

그림 2처럼 다중경로 전달함수에 의해 신호의 파워가 감소하여 SNR이 상대적으로 낮아지게 된다. 그림에서 표시된 부분처럼 상대적으로 파워가 상당히 감소하면 신호가 잡음의 영향을 받아 정확한 시간 지연 추정을 할 수 없게 된다. 이를 보완하기 위해 서브밴드에서의 LS를 기반으로 한 적응 필터링을 이용하여 좀더 정확한 시간 지연을 추정한다.

### III. Time Delay Estimation using Subband Adaptive Filtering

제안된 서브밴드에서의 적응 필터링 구조는 그림 3과 같다. 이 구조는 두개의 과정으로 이루어져 있다. 첫째, 웨이블릿 변환을 이용한 원신호와 반사된 지연 신호를 각각 분해(decomposition)하고, 둘째, 서브밴드에서의 LS 적응 필터링을 한다.

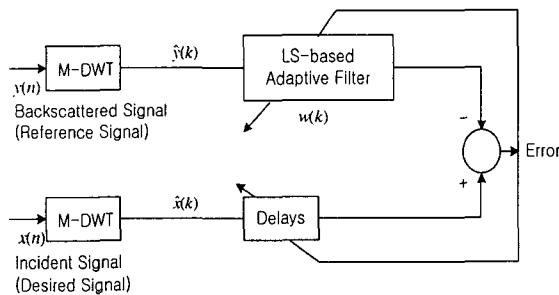


그림 3. 서브밴드 적응 필터링 구조

#### 1. Time Delay Estimation Process

웨이블릿 변환의 다해상도 특성을 이용하면 시간 영역보다 추정 성능이 향상된다. 이는 웨이블릿이 갖는 장점에서 시간 분해 특성이 우수한 짧은 고주파 신호와

주파수 분해 특성이 우수한 긴 저주파 신호를 기저 함수(bases functions)로 함께 사용함으로써 적응성 있는 시간-주파수 분해가 가능하여 추정이 용이하다는 점이다. 현재 2-밴드 웨이블릿 변환이 많은 분야에서 응용되고 있는데, 보다 다양한 신호에 적합한 시간-주파수 분해에 대한 요구, 그리고 직교성(orthomormality)과 선형 위상(linear phase) 등으로, 보다 우수한 특성을 가진 웨이블릿에 대한 연구가 진행중이다[7,8]. 본 논문에서는 2-밴드 DWT의 확장된 개념으로써 M-밴드 DWT를 이용한 신호들의 분해를 통한 서브밴드 적응 필터링을 사용하였다.

#### 2. M-band Wavelet Transform and Filter Bank

M-밴드 이산 웨이블릿 변환은 2-밴드와 마찬가지로 웨이블릿 필터들을 이용한 필터 뱅크 구조를 통해 구현할 수 있다. 즉, Octave-band로 신호를 분해하는 일반적인 DWT를 확장하여 반사된 지연 신호에 적용할 수 있도록 M-DWT를 이용하여 신호를 decorrelation 하였다. 그 다해상도 분해를 위한 기본 블록은 그림 4의 필터 뱅크로 구현된다. 지연 시간( $\Delta_i$ )은 각 서브밴드의 지연( $\delta_i$ )의 식 (3)과 같이  $M^L$ 배가 된다.

$$\Delta_i = M^L \delta_i \quad (3)$$

여기서, L은 단(level)이다. 본 논문에서는 8-밴드, 정규성 4, L=1 단으로 하였다.

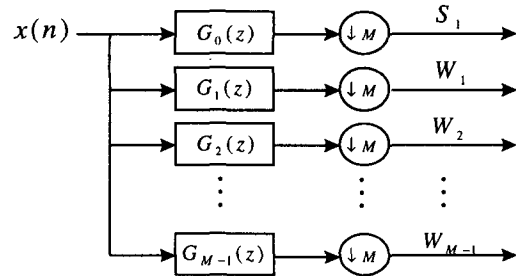


그림 4. M-DWT 다해상도 분해를 위한 기본 블록

$G_0, \dots, G_{M-1}$ 는 각각의 M-밴드 이산 웨이블릿의 필터이고, ( $\downarrow M$ )는 downsampling 연산자를 의미한다 [7,8]. 본 논문에서는 decorrelated된 신호들을 이용하여 각 서브밴드에서의 적응 필터링을 한다.

#### 3. Adaptation Process

먼저 M-밴드 이산 웨이블릿 변환된 신호를  $\hat{x}(k)$ ,  $\hat{y}(k)$ 라고 하자. 여기서,  $k \in [1, N]$ 이고, N은 각 서브밴드에서의 신호의 길이이다. 임의로 설정한 7개의 지연 시간을 찾기 위해 비용 함수(cost function)를 계산하여 MSE값들 중 최소가 되는 7개의 값의 위치를 찾는다.

$$\varepsilon(\delta) = \sum_{k=1}^N \left( \hat{x}(k - \delta) - \sum_{j=1}^P w_j \hat{y}(k - j + 1) \right)^2 \quad (4)$$

여기서, 식(4) 괄호 안의 첫번째 부분은 서브밴드에서의 지연 시간을 갖는 목표 신호이고, 두번째 부분은 적응 필터의 출력값이다. 그리고, P는 필터의 탭

길이이다.  $w_j$  는 아래 식(5)에 표현되어 있다[5]. 여기서,  $R_{yy}(j)$  은 반사된 지연 신호의 자기 상관관계이고,  $R_{xx}(j)$  은 반사된 지연 신호와 원신호와의 교차 상관관계이다. 식(4)는 식(6)처럼 데이터의 각 블록에 대한 최소값을 찾는 추정식으로 치환할 수 있다. 여기서,  $R_{xx}(\cdot)$  는 원신호의 자기 상관관계를 나타낸다. 이렇게 표현된 수식을 이용하여 최소값의 7번째 값을 임계치(threshold)로 설정하여 지연된 시간의 위치를 검출(detection)한다. 그러나, 다중 경로 전달함수의 영향으로 SNR이 더욱 낮아지고, 지연 신호가 겹칠 때 추정 성능이 떨어진다. 이를 보완하기 위해 고차 통계기법을 적용한다.

#### IV. Third-Order Statistics and PCC

다중경로 전달함수에 의해 각각의 지연 신호는 부가되는 잡음의 영향을 많이 받는다. 이에 매우 SNR이 낮은 환경하에서 신호의 파워가 낮은 지연 신호에 대해서는 시간 지연 추정을 하지 못하게 된다. 또한, 유한 길이의 지연 신호들을 집합화 하였을 때 일부 겹치는 부분이 발생하는데, 이 부분에 대해서 추정 성능이 떨어진다. 이에 3차 큐물런트를 이용하여 SNR을 좀더 향상시켜 추정 성능을 높인다.

##### 1. Cross-Cumulants of Stationary Processes

입력신호  $\{x(k)\}, \{y(k)\}$ ,  $k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  가 real stationary random process라고 가정하자. 교차 큐물런트는 다음과 같이 정의한다[3].

2차 교차 큐물런트 :

$$c_{xy}(\tau_1) = \text{Cum}[x(k), y(k+\tau_1)] \quad (7)$$

이것은 cross-covariances 이다. 만약 입력신호의 평균이 0이면 다음과 같이 된다.

$$c_{xy}(\tau_1) = E\{x(k)y(k+\tau_1)\} \quad (8)$$

3차 교차 큐물런트 :

$$c_{xxx}(\tau_1, \tau_2) = \text{Cum}[x(k), y(k+\tau_1), x(k+\tau_2)] \\ = E\{(x(k)-m_x) \cdot (y(k+\tau_1)-m_y) \cdot (x(k+\tau_2)-m_x)\} \quad (9)$$

여기서,  $m_x = E\{x(k)\}$ ,  $m_y = E\{y(k)\}$  이다.

만약 입력신호의 평균이 0이면 다음과 같이 된다.

$$c_{xxx}(\tau_1, \tau_2) = E\{x(k)y(k+\tau_1)x(k+\tau_2)\} \quad (10)$$

##### 2. Projection Cross-Correlation (PCC)

앞에서 언급하였듯이 신호  $\{x(n)\}$  이 지역 통과 비가우시안이고, 부가되는 잡음  $\{e(n)\}$  은 평균이 0인 상관관계를 갖는 stationary 가우시안 신호이다. K차 큐물런트를  $c_{kx}(\tau_1, \dots, \tau_{k-1})$  이라고 정의하면 교차와 저차의 큐물런트 사이의 관계를 나타내는 투영 특성 (projection property)은 다음과 같이 표현된다[3].

$$c_{lx}(\tau_1, \dots, \tau_{l-2}) \\ = a_{lk} \sum_{\tau_{k-1}=-N}^N \dots \sum_{\tau_{k-l}=-N}^N c_{kx}(\tau_1, \dots, \tau_{k-1}) \quad (11)$$

여기서,  $a_{lk}$  는 상수이고,  $k > l$  이다. 즉, 신호  $\{x(n)\}$  과  $\{y(n)\}$  의 3차의 교차 큐물런트는 투영 특성을 이용하여 2차 교차 상관관계로 투영시킬 수 있다[2,3].

$$c_{xy}(\tau_1) = \sum_{\tau_2=-N}^N E\{x(n)y(n+\tau_1)x(n+\tau_2)\} \\ = \sum_{\tau_2=-N}^N c_{xyx}(\tau_1, \tau_2) \quad (12)$$

이렇게 얻어진  $\{x(n)\}$  과  $\{y(n)\}$  의 교차 상관관계는 3차 큐물런트로부터 투영된 것이므로, 가우시안 잡음의 영향이 감쇄되어 원신호와 순수 지연 신호간의 교차 상관관계에 가깝게 된다.

$$c_{xy}(\tau_1) = \sum_{\tau_2=-N}^N c_{xzy}(\tau_1, \tau_2) = a_{23}^{-1} c_{xzy}(\tau_1) \quad (13)$$

식(13)을 PCC 기법이라고 하며, 이때  $c_{xy}(\tau_1)$  는 잡음이 둔감해진 지연 신호와 원신호 사이의 상관관계 함수의 상수 배와 일치하게 된다[2].

#### V. Simulation Result

본 논문에서는 모의실험을 통해 제안된 시간 지연 추정방법의 성능을 검증하고자 한다. 모의실험은 임의로 설정한 SNR에 대해 LS를 기반으로 한 방법, DWT, M-DWT, PCC를 이용한 적응 필터링 방법 등 4가지의 경우를 비교하였다.

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yy}(1) & \dots & R_{yy}(P-1) \\ R_{yy}(1) & R_{yy}(0) & \dots & R_{yy}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{yy}(P-1) & R_{yy}(P-2) & \dots & R_{yy}(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_{yx}(\delta) \\ R_{yx}(\delta-1) \\ \vdots \\ R_{yx}(\delta-P+1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\varepsilon(\delta) = R_{xx}(0) - \begin{bmatrix} R_{xx}(\delta) \\ R_{xx}(\delta-1) \\ \vdots \\ R_{xx}(\delta-P+1) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} R_{yy}(0) & R_{yy}(1) & \dots & R_{yy}(P-1) \\ R_{yy}(1) & R_{yy}(0) & \dots & R_{yy}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{yy}(P-1) & R_{yy}(P-2) & \dots & R_{yy}(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_{yx}(\delta) \\ R_{yx}(\delta-1) \\ \vdots \\ R_{yx}(\delta-P+1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

원신호는 비가우시안, 비대칭이고, 부가된 잡음은 평균이 0인 백색 가우시안이다. 원신호의 데이터 길이는 32이다. 시간 지연은 100, 187, 485, 500, 680, 700, 900이고, 다중경로의 전달함수는 각 지연 신호별로 0.5, 0.2, 0.6, 0.4, 1.0, 0.5, 0.8로 설정하여 신호의 파워를 감소시켰다. 이에 상대적인 SNR은 더욱 높아진다.

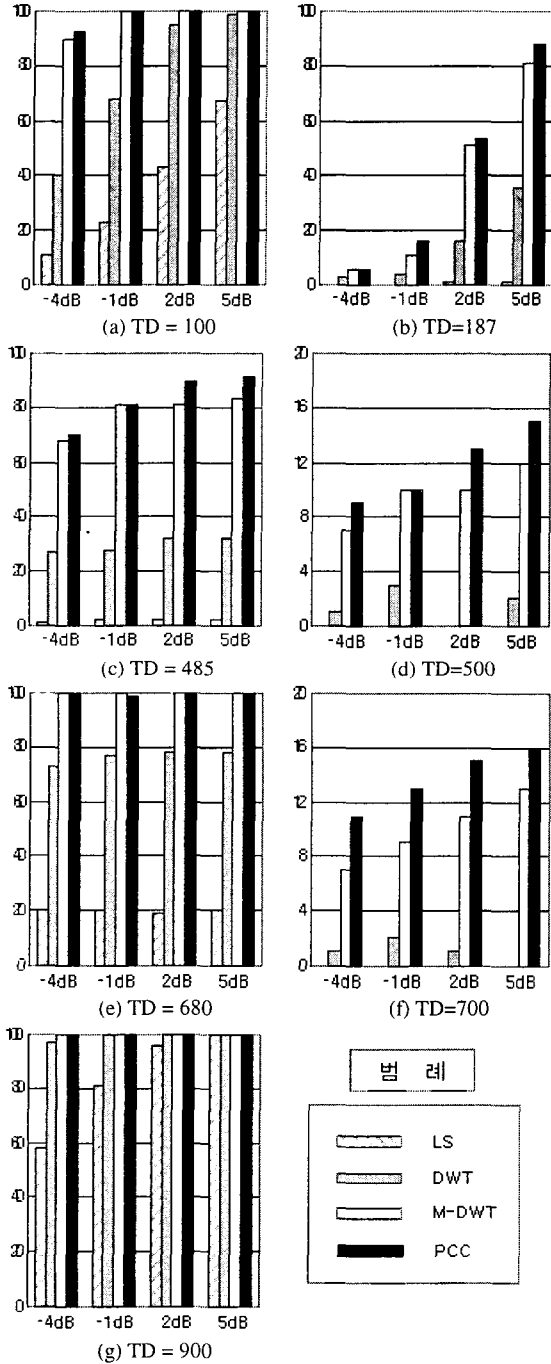


그림 5. 시간 지연 추정 방법의 성능 비교

그림 5의 (a)-(g)는 시간 지연(TD)별 검출한 횟수를 각 방법별로 비교를 한 것이다. 각 방법마다 임의로 설정한 SNR별로 100번의 독립시행을 하였다. 단지 LS를 기반으로 한 적응 필터링만을 한 경우보다 DWT, M-DWT, PCC를 이용한 방법이 우수한 결과를 보임을 알 수 있다. LS를 기반으로 한 적응 필터링 방법은 TD=100, 900에서는 SNR에 따른 어느 정도 추정 성능을 보인다. 그러나, 지연 신호가 겹치는 나머지 TD에 대해서는 추정 성능이 현저히 떨어진다. DWT를 이용한 적응 필터링의 경우 신호가 겹치는 위치의 시간 지연 추정 성능이 향상되었으나, 신호의 파워가 약한 부분에 대해서 추정 성능이 현저히 떨어짐을 볼 수 있다. 이에 제안된 M-DWT와 PCC를 이용한 적응 필터링의 경우 그림 5의 (d), (f)처럼 신호가 겹치는 위치의 신호 파워가 약한 부분에 대해서도 더욱 추정 성능이 향상됨을 보여준다.

## VI. Conclusion

본 논문에서는 3차 통계기법과 서브밴드에서의 적응 필터링을 이용하여 새로운 시간 지연 추정 알고리즘을 제시하였다. 유한 길이 신호에 대해 M-밴드 이산 웨이블릿 변환을 적용한 적응 필터링 방법은 SNR이 낮은 환경에서 보다 향상된 시간 지연 추정 성능을 보임을 확인할 수 있었다. 또한, 고차 통계 기법인 3차 큐뮬런트 방법을 이용한 시간 지연 추정 성능은 SNR이 낮은 환경에서 신호의 파워가 약한 부분에 대해 보다 향상됨을 모의실험에서 통해 알 수 있었다. 결론적으로 신호 대 잡음비가 낮은 환경에서 3차 통계기법과 M-밴드 이산 웨이블릿으로 선행처리 과정을 거친 적응 필터링 방법은 우수한 시간 지연 추정 성능을 보임을 알 수 있다.

## VII. Reference

- [1] M. Novaes, *Multiresolution Signal Cross-Correlation*, Ph.D. Dissertation, The Univ. of North Texas, Dec. 1994.
- [2] Y.C. Liang, A.R. Leyman, and B.H. Soong, "Criteria and Algorithm for Time Delay Estimation Based on Cumulants," *IEEE ESCAS 97*, Hong Kong, pp. 2493-2496, Jun. 1997.
- [3] C.L. Nikias and A.P. Petropulu, *Higher-Order Spectra Analysis*, Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [4] M. R. Azimi-Sadjadi, S. Charleston, J. Wilbur, and G. J. Dobeck, "A New Time Delay Estimation in Subbands," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, No. 12, Dec. 1998.
- [5] Chunhua Yuan, Mahmood R. Azimi-Sadjadi, Senior Member, IEEE, JoEllen Wilbur, Member, IEEE, and Gerald J. Dobeck, "Underwater Target Detection Using Multichannel Subband Adaptive Filtering and High-Order Correlation Schemes," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 25, No. 1, Jan. 2000.
- [6] R.J. Vaccaro, C. S. Ramalingam, and D. W. Tufts, "Least-square time-delay estimation for transient signals in a multipath environment," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 92, pp. 210-219, July. 1992.
- [7] P.P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Bank*, Prentice-Hall, 1993.
- [8] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Prentice Hall, Inc., 1995