

# 웨이블릿 기반 적응필터를 이용한 시지연 추정

이영진, 유경렬

한양대학교 전자·전기·제어계측공학과

## Time-Delay Estimation using the Wavelet Based Adaptive Filtering

Young Jin Lee and Kyung-Yul Yoo

Dept. of Electronic, Electrical, Control and Instrumentation Engineering., Hanyang University

munseelee@hanmail.net, yoo@emc.hanyang.ac.kr

### 요약

본 논문에서는 multipath 환경에서 효과적으로 시지연을 추정하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 전처리 과정으로 웨이블릿 변환을 적용하였으며, 적응 알고리즘으로는 RLS를 계층적인 구조로 나타낸 HRLS(Hierarchical RLS)를 사용하였다. 시지연은 신호 분해과정 이후 각각의 부밴드에서 primary 신호와 reference 신호 사이의 MSE(Mean of Squared Error)를 최소화 시키는 적응 메카니즘을 사용하여 추정하였다. 아울러 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘의 성능을 검증하였다.

### I. 서론

시지연 추정은 수십 년 동안 중요한 문제로 제기 되어 왔으며 레이다, 음성신호처리, 소나, 지질학, 의용 생체공학 등 여러 분야에 응용되고 있다. 일반적인 시지연 추정 기법으로는 GCC(generalized cross-correlation) 방법 [1], LMS TDE(least mean square time delay estimation) 방법[2], LS(least square)-based 방법[3] 등이 있다. 두 신호간의 상호 상관관계의 최대값을 산출하여 시지연을 추정하는 GCC 방법은 Fourier 변환과 역Fourier 변환이 필요하기 때문에 많은 연산량을 요구한다. LMSTDE 기법은 시평면 상에서 필터 계수값을 구하여 시지연을 추정하는 기법으로 연산량은 적은 반면에 시변 환경에서 LMS 알고리즘의 낮은 수렴속도와 정확한 측정이 어렵다는 단점을 가지고 있다. 또한 LS-based 방법은 경로의 수를 알아야 하는 단점을 지니고 있다.

이러한 단점을 보완하기 위하여 본 논문에서는 DWT (Discrete Wavelet Transform) 기법과 HRLS (Hierarchical Recursive Least Square) 알고리즘을 결합하여 새로운 측정기법을 설계하였다. DWT는 입력신호

를 decorrelate 시켜줌과 함께, 스케일에 따른 여러 형태의 시지연 정보를 제공해 준다. HRLS는 수렴속도와 연산량의 측면에서 LMS와 RLS 알고리즘 간의 절충으로써 선택하였다. HRLS 알고리즘은 기존의 RLS 알고리즘을 계층적인 구조로 사용함으로써, RLS의 수렴속도를 유지하면서 계산량과 수치적인 안정성을 개선한 방법이다.

### II. 웨이블릿 기반 적응필터를 이용한 시지연 추정 알고리즘

제안된 시지연 추정기법은 입력 신호들을 분해하는 단계, 적응 알고리즘의 수행, 그리고 최종적으로 시지연을 측정하는 단계등 세 단계로 구성되어진다. 그림 1에서 보는 바와 같이 reference 신호와 desired 신호는 DWT를 사용하여 levels/subbands로 분해된다. 이렇게 DWT를 이용하여 원신호를 분해하는 이유는 각각의 levels과 subbands에는 동일한 시지연 정보를 지니고 있기 때문이다. 또한 필터링과 decimation 과정에 의해 각 level에서의 신호는 원신호 보다 자기상관관계가 적어지게 된다. 결과적으로 DWT에 의해 동일한 신호에 대하여 각각의 levels/subbands에서 다각적으로 시지연 정보를 접근 할 수 있게 한다.

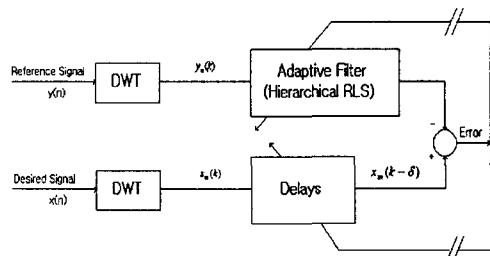


그림 1 웨이블릿 기반 적응필터를 이용한 시지연 추정 모델

일단 reference와 desired 신호들이 분해되면 그림 1과

같이 분해된 reference 신호  $y_m(k)$ 는 적용필터의 reference 입력이 되고 분해된 desired 신호  $x_m(k)$ 를 delay 시킨 신호  $x_m(k-\delta)$ 는 적용필터의 desired 입력이 된다. 각 subband에서 시지연  $\delta_i$ 는 실제 시지연값인  $\Delta_i$ 를 추정하기 위해 증가시켜준다(여기에서  $\Delta_i = 2^L \delta_i$  이고 L과  $i$ 는 각각 DWT level과  $i$ 번째 specular return을 나타낸다). 이러한 방법으로 모든  $\delta_i$ 값에 대하여 적용 필터의 계수값은 MSE를 최소화 시키기 위하여 변하게 된다. 정확한 시지연 값에서는 적용필터의 MSE 곡선이 최소 점을 갖게된다. 그러면 MSE 곡선의 최소점들을 산출하여 시지연  $\delta_i$  값으로 가능한 모든 값을 얻을 수 있게 된다. 이것은 MSE 곡선이 완성된 후에 간단한 문턱값을 적용하여 얻을 수 있다. 여기에 FIR(finite impulse response) 적용 필터에 의해 생기는 time lag를 고려해 주면 최종적인 시지연 값은 다음 식을 이용하여 구할 수 있다[4],[6].

$$\Delta_i = 2^L (\delta_i - q) \quad (1)$$

여기에서  $q$ 는 가장 큰 필터 계수 값과 연관된 lag이다. L을 subband의 개수, N을 각 subband에서의 신호길이, P를 적용필터의 차수라 하면 시지연을 추정하기 위한 비용 함수는 다음과 같다.

$$\epsilon(\delta) = \sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^N \left( x_m(k-\delta) - \sum_{j=1}^P w_{mj} y_m(k-j+1) \right)^2 \quad (2)$$

$$\text{Let, } W = \begin{bmatrix} w_{m1} \\ w_{m2} \\ \vdots \\ w_{mP} \end{bmatrix}, \quad M_{CC} = \begin{bmatrix} R_{ymxm}(\delta) \\ R_{ymxm}(\delta-1) \\ \vdots \\ R_{ymxm}(\delta-P+1) \end{bmatrix}$$

$$M_{AC} = \begin{bmatrix} R_{ymym}(0) & R_{ymym}(1) & \cdots & R_{ymym}(P-1) \\ R_{ymym}(1) & R_{ymym}(0) & \cdots & R_{ymym}(P-2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{ymym}(P-1) & R_{ymym}(P-2) & \cdots & R_{ymym}(0) \end{bmatrix} \quad (3)$$

(3)식에서  $R_{ymym}(j)$ 는 m번째 subband에 있는 reference 신호의 자기상관 값이고  $R_{ymxm}(j)$ 는 m번째 subband에 있는 reference와 desired 신호간의 상호상관 값은 나타낸다. 그러면 식(2)의 비용함수를 최소화 시키는  $w_{mj}$ 를 구하는 식은 다음과 같다[6].

$$W = M_{AC}^{-1} M_{CC} \quad (4)$$

식(4)를 식(2)에 대입하면 전체 MSE는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon(\delta) &= \sum_{m=1}^L R_{ymxm}(0) - \sum_{m=1}^L M_{CC}^T M_{AC}^{-1} M_{CC} \\ &= \epsilon_1(\delta) + \epsilon_2(\delta) + \cdots + \epsilon_L(\delta) \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서  $R_{ymxm}(0)$ 는 m번째 subband에 있는 desired 신호의 자기상관 값이고  $\epsilon_m(\delta)$ 는 m번째 subband에서

의 MSE이다. 즉 전체 MSE는 각 subband에서의 MSE를 모두 합한 것과 같다. 그리고 모든 subband에서의 시지연 정보는 동일하므로  $\epsilon(\delta)$ 에서의 local minima 들은 더욱더 강조되며, 반면 그렇지 않은 값들은 더욱 약해진다[4]. 이렇게  $\epsilon(\delta)$ 가 얻어지면 간단한 문턱값을 정하여 모든 가능한 시지연들을 구할 수 있다.

### III. HRLS 알고리즘

앞에서 논의한 것 처럼 적용 알고리즘으로는 RLS와 fast-RLS 등의 알고리즘들의 단점을 보완하기 위해 HRLS를 사용하였다. HRLS 알고리즘은 기존 RLS의 계산량 감소를 위하여 필터의 텁들을  $\alpha$  level과  $\beta$ -ary의 논리적 트리구조로 재구성한다. 기존 RLS의 텁수가  $N$ 이라 하고  $r_{ij}^l$ 을  $l$ 번째 level에 있는  $i$ 번째 그룹의  $j$ 번째 텁의 입력이라 하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

- $l$ 번째 level에서의 텁의 총 수 :  $N/\beta^{(l-1)}$
- $l$ 번째 level에서의 그룹의 수 :  $N/\beta^l$
- level의 총 수 :  $\log_{\beta}^N$

현재 level과 다음 level 간의 입력과 출력 사이의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r_{ij}^l = \sum_{k=1}^{\beta} w_{jk}^{l-1} r_{jk}^{l-1} \quad (6)$$

여기에서  $i^* = \lfloor l/\beta \rfloor + 1, j^* = \text{mod}(j-1, \beta) + 1$ 이다. 그리고 최상의 level에는 단 하나의 그룹만 존재하므로 필터의 출력은  $\sum_{k=1}^{\beta} w_{1k}^{\alpha} r_{1k}^{\alpha}$ 이 된다. 만약,  $\alpha=2, \beta=\sqrt{N}$ 이라면 HRLS의 구조는 그림 2와 같이 구성된다.

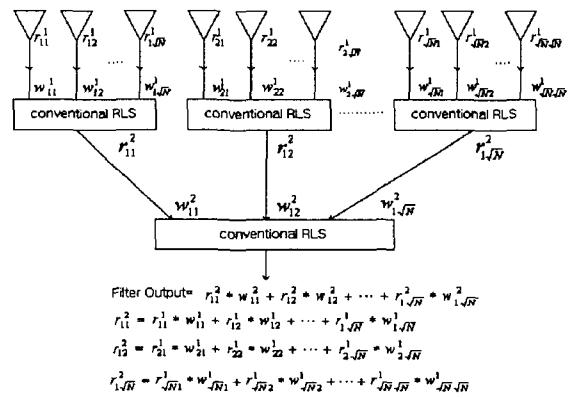


그림 2. N 텁의 HRLS 구조  $\alpha=2, \beta=\sqrt{N}$

HRLS의 총 계산량은 하나의 그룹의 계산량과 총 그룹의 수를 곱한것과 같다. 하나의 그룹에는  $\beta$ 개의 텁이 있으므로 계산량은  $O(\beta^2)$ 이 된다. 그리고 HRLS의 총

그룹수는  $1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{a-1} = (1 - \beta^a)/(1 - \beta)$  가 된다. 따라서 HRLS의 총 계산량은  $O(\beta^{a+1}) = O(N\beta)$  가 된다. 여기에서 알 수 있듯이  $\beta = N^{1/a}$  이므로 HRLS의 tree 구조에서 level의 수가 아주 많게 되면 계산량은  $O(N)$ 에 가깝게 된다. 즉, conventional RLS의 계산량인  $O(N^2)$ 에 비교해보면 많은 계산량 감소를 얻을 수 있다.

#### IV. 모의 실험 및 고찰

모의 실험 모델은 천해에서의 시지연 추정을 모델로 하였다. 천해 환경에서의 잔향음(backscattered signal)은 일반적으로 해수면, 해수중에 존재하는 체적, 산란체, 해저면 등에 의해서 발생하게 되며, 이러한 환경은 매우 잡음이 심하므로 시지연 추정이 어렵다. 이 논문에서의 잔향음 모델은 입사 신호(incident signal)가 각 경로에서 시지연을 갖고 또한 시변 감쇠가 있는 모델을 사용하였다.  $y(n)$ 은 잔향음 신호,  $h_i(n)$ 은  $i$ 번째 반향음에 대한 미지의 선형 시스템,  $x(n)$ 은 입사 신호,  $e(n)$ 은 백색 잡음이라고 하면 잔향음 신호 모델은 다음과 같이 나타내어진다.

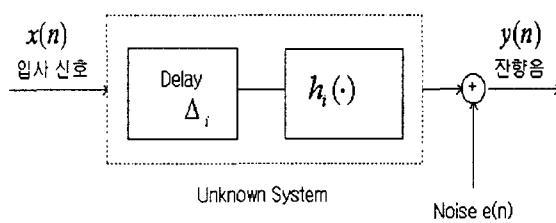


그림 3. 잔향음 모델

$$y(n) = \sum_{i=1}^M z_i(n) + e(n) \quad (7)$$

여기에서  $z_i(n) = h_i(n) * x(n - \Delta_i)$ 이며, 이러한 환경의 모델은 그림 3과 같다. (여기에서 \* : convolution) 반향음 신호들은 입사신호의 변형된 형태이며 어떠한 시각에 overlapping 될 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. 입사 신호는 그림 4에서 보는 바와 같이 펄스 길이가 0.1msec 인 48 sample 의 linear FM 신호에 윈도우를 써운 신호로 사용하였다. linear FM 신호의 길이가 48 sample로 짧은 신호이기 때문에 DWT 과정에서 downsampling 은 하지 않았다. (i.e. Undecimated DWT) 또한 신호 분해 level을 크게 하면 시간 정보가 줄어들게 되므로 분해 단계는 2로 하였으며 기저함수로는 Haar를 사용하였다. HRLS의 성능을 비교하기 위하여 RLS와 함께 비교하였으며 필터의 차수는 16으로 하였다.

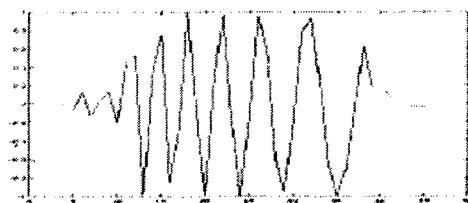


그림 4. 입사 신호 (Incident Signal)

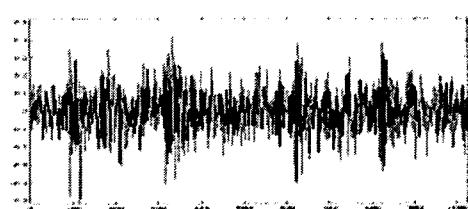


그림 5. 잔향음 신호 (Backscattered Signal)

본 논문에서 제안한 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 잔향음 신호는 그림 5와같이 입사 신호의 시지연이 있고 시변 감쇠가 있는 신호들의 조합으로된 1024개의 samples로 하였다. 실제 시지연 값들과 SNR은 표 1에 나타나 있다. 표 1에서 보는것과 같이 3번째와 4번째 신호, 그리고 5번째와 6번째 신호는 overlapping 되어있다. 또한 2번째 신호는 SNR이 상당히 낮은 경우에서의 성능을 알아 보기 위함이며, 4번째 경우에는 overlapping 이 됨과 동시에 SNR 역시 낮은 경우를 나타내는 것이다.

Targets	1	2	3	4	5	6	7
실제 시지연	80	150	300	320	600	615	800
SNR(dB)	2.63	-3.05	6.01	-2.23	4.30	1.18	7.54

표 1. Target에 따른 실제 시지연 및 SNR (dB)

	추정된 시지연
RLS	80, 150, 300, 320, 349, 392, 600, 615, 800 (84, 155, 308, 334, 364, 394, 605, 623, 810)
HRLS	80, 150, 300, 320, 600, 615, 800 (81, 153, 301, 323, 601, 616, 801)

표 2. 추정된 시지연

그림 6 과 7의 모의 실험 결과를 살펴보면, 먼저 그림 7에서 적용 알고리즘으로 HRLS를 사용한 경우에는 실제 시지연 값들을 정확하게 찾은 것을 볼 수 있다. 이 경우

에는 3번째와 4번째 그리고 5번째와 6번째 신호들은 overlapping 되었음에도 불구하고 정확한 시지연 값을 찾아내었고, 2번째 신호처럼 SNR이 낮은 경우에도 정확히 시지연 추정을 하였다. 그러나 그림 6에서 보듯이 적응 알고리즘으로 RLS를 사용한 경우에는 실제 시지연 값들은 비교적 정확하게 추정하였지만 존재하지 않는 시지연 값들도 추정하는 오류가 생겼다.(그림 6, 7의 local minima, 표2의 팔호 안의 수치들은 FIR 필터의 delay를 고려하지 않았을 때의 값이다.) RLS 알고리즘은 LMS 알고리즘에 비하여 빠른 수렴속도 및 시변 환경에서도 좋은 성능이 나타나지만 많은 계산량 때문에 실시간 구현이 어렵다는 단점이 있다. 그러나 HRLS는 RLS의 장점들은 살리면서 계산량은  $O(N\beta)$ 로 RLS에 비하여 확연한 계산량 감소가 있기 때문에 실시간 구현도 가능하다. 또한 이 모의 실험에서 보듯이 시지연 추정에 있어서 RLS에 비하여 성능이 좋은 것으로 나타났다.

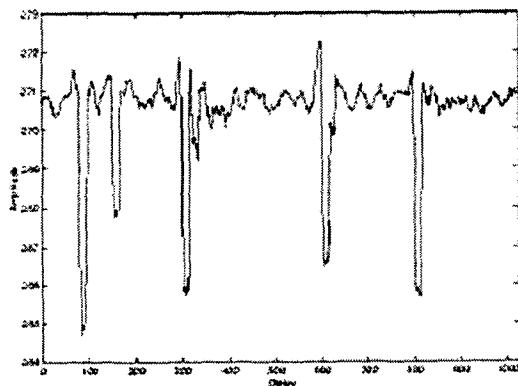


그림 6. MSE 곡선 (RLS 알고리즘을 사용한 경우)

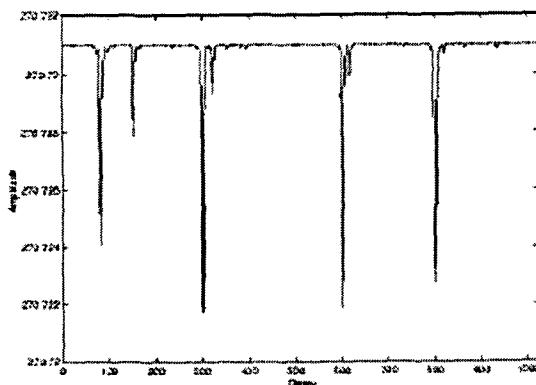


그림 7. MSE 곡선 (HRLS 알고리즘을 사용한 경우)

## V. 결론

시지연 추정에 있어서 적응 알고리즘을 사용하는 경우 LMS 나 여타 LS-based 알고리즘의 단점을 보완하기 위하여 적은 수의 필터계수를 갖는 RLS로 계층적으로 재구성하여 HRLS를 사용하고 전처리 과정으로 웨이블릿 변환을 사용함으로써 구현이 간단하고 효율적으로 시지연을 추정할 수 있다는 사실을 모의 실험을 통하여 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] C. H. Knapp and G. C. Carter, "The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay," *IEEE Trans. ASSP*, Vol. 24, pp.320-327, 1976.
- [2] D. H. Youn, N. Ahmed, and G. C. Carter, "On using the LMS Algorithm for Time Delay Estimation," *IEEE Trans. ASSP*, Vol. 30, pp.798-801, 1982.
- [3] T. G. Manickam, R. J. Vaccaro, and D. W. Tufts, "A Least-Squares Algorithm for Multipath Time-Delay Estimation," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 42, pp.3229-3233, 1994.
- [4] M. R. Azimi-Sadjadi, S. Charleston, J. Wilbur, and G. J. Dobeck, "A New Time Delay Estimation in Subbands for Resolving Multiple Specular Reflections," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 46, pp.3398-3403, 1998.
- [5] Tai-Kuo Woo, "HRLS: A More Efficient RLS Algorithm for Adaptive FIR Filtering," *IEEE Communications Letters*, Vol. 5, pp.81-84, 2001.
- [6] Simon Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1996.