SIMO 채널에서 바이어스가 없는 블라인드 채널 추정을 이용한 블라인드 채널 등화

변을출†, 안경승†, 백흥기†
†전북대학교 전자공학과, †전북대학교 전자정보공학부

Unbiased blind channel estimation-based blind channel equalization for SIMO channel

Eul-Chool Byun†, Kyung-Seung Ahn†, and Heung-Ki Baik†
†Dept. of Electronic Engineering, Chonnbuk National University
†Division of Electronics and Information Engineering, Chonbuk National University

요 약

본 논문에서는 2차 통계치를 이용하여 채널추정 및 등화 기법을 제안하였다. 기존의 채널 추정 알고리듬은 잡음이 없는 환경에서 LS방법을 이용하기 때문에 잡음이 강한 채널에서는 원하는 성능을 얻을 수 없는 단점이 있다. 수신신호의 상관행렬의 최소 고유값에 대응하는 고유벡터는 채널의 임펄스 응답에 관한 정보를 포함하고 있다. 이러한 고유 벡터를 매시간마다 갱신시키면서 구하는 적응 알고리듬을 제안하고 이를 이용하여 블라인드 채널 추정 및 등화기 파라미터를 추정하였다. 제안한 알고리듬은 잡음에 강인한 특성을 보일 뿐 아니라 기존의 알고리듬들 보다 우수한 채널 추정 및 등화 성능을 모의 실험을 통하여 검증하였다.

1. 서 론

디지털 이동 통신 시스템에서 시변 다경로 페이딩(time-varying multipath fading)등과 같은 요인으로 발생하는 심볼간 간섭(Intersymbol interference: ISI)은 시스템의 성능에 큰 영향을 미치므로 채널 추정 및 등화는 매우 중요한 문제이다. 훈련 신호를 이용한 통신 시스템은 한정된 대역폭에 정보와 상관없는 훈련신호를 사용하기 때문에 대역효율을 저하시키며 채널이 시간에 따라 변화하는 시변 시스템인 경우에는 훈련신호를 자주 보내야 하기 때문에 비효율적인 방법이다. 이러한 시스템을 위해 훈련신호가 없는 블라인드 채널추정이나 블라인드 등화기와 같은 연구가 최근에 많이 진행되고 있다.

블라인드 등화는 크게 고차 통계(higher order statistics: HOS)를 이용한 방법과 2차 통계(second order statistics: SOS)를 이용한 방법으로 나눌 수 있다[1][2]. HOS 방법을 이용한 적응 블라인드 알고리듬은 비용함수가 여러 개의 국부 최소점이 존재하여 최적의 탭 계수로 갱신되지 않을 수 있으며 수렴속도가 느리고 연산량이 많은 단점이 있다.

1991년 Gardner는 cyclostationary 신호의 특성을 이용한 블라인드 추정에 관한 논문에서 기존의 HOS를 이용한 방법들과 다른 방법을 제안하였다[2]. Gardner는 PAM 전송 시스템이나 QAM 전송 시스템의 출력신호는 정적 신호(stationary signal)가 아닌 순환정적 신호(cyclo stationary signal)라는 사실을 이용하여 SOS를 이용한 방법을 제안하였다. Gardner의 연구 결과를 바탕으로 1994년 Tong과 Kailath는 선형 채널을 추정하는 알고리듬을 제안하였다[3]. 이 연구 결과는 SOS를 이용한 블라인드 채널 추정 및 등화에 대한 연구분야에 큰 업적을 남긴 연구결과로서 현재 블라인드 채널 추정에 대한 대부분의 연구 결과들이 Tong과 Kailath의 연구를 바탕으로 하고 있다.

Heath는 LS(least-square)방법을 바탕으로 해서 적응 알고리듬을 제안하였다[4].

블라인드 채널 추정 기술은 vector-correlation 방법을 이용한 적응 알고리듬을 발전 시켜 왔다[5]. 하지만 기존에 제안된 대부분의 알고리듬들은 잡음의 효과를 무시하고 전개되었으며 잡음이 강한 채널 상에서는 심각한 성능 저하를 보였다

본 논문에서는 2차 통계치를 이용한 새로운 블라인드 적응 알고리듬을 유도하였으며 추정된 채널을 이용하여 등화기 파라미터를 추정하였다. 또한 잡음이 강한 환경에서의 constrained adaptive filter를 제안하였으며 특정한 constant norm constraint에서 오차분산(error variance)의 최소값은 잡음이 없는 경우와 근사적으로 같음을 알 수가 있다. 본 논문에서 제안한 방법은 기존의 방법들보다 잡음이 강한 환경 하에서 성능이 우수함을 보였다.

2. 시스템 모델

A. 채널의 모델과 가정

채널의 출력을 수신 단에서 M배로 오버샘플링 하거

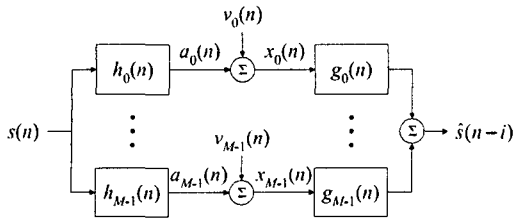

그림 1. M개의 서브채널을 가진 SIMO 모델.

나 M개의 안테나 배열을 사용한 채널은 SIMO 채널과 등가적으로 표현할 수 있다.

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h(t-kT)+v(t) \tag{1}$$

$s(k)$는 전송된 심볼, $h(t)$는 연속시간의 채널 응답, 그리고 $v(t)$는 부가잡음을 나타낸다.

수신신호를 M/T샘플링 하거나 M개의 안테나를 사용하면 그림 1과 같이 M개의 서브채널로 나누어서 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_i(n) &= \sum_{k=0}^{L} h_i(k)s(n-k)+v_i(n) \\ &= a_i(n)+v_i(n), \quad i=1,\cdots,M \end{aligned} \tag{2}$$

블라인드 채널 추정과 등화는 주어진 전송된 심볼로부터 채널을 결정하고, $s(n)$을 복원하는 방법이다. 채널을 추정 및 등화를 위한 조건은 다음과 같다.

A1) 서브채널들은 Bezout 등식을 만족하기 위하여 공통영점(common zero)을 갖지 않는다.

A2) 채널 잡음은 가우시안 백색 특성을 갖는다.

A3) 전송신호는 i.i.d.(independently and identically distributed)이다.

B. LS를 이용한 블라인드 채널 추정

본 논문에서는 채널출력을 수신 단에서 두 배로 오버샘플 (M=2) 하거나 두 개의 안테나 배열을 사용하며 채널의 길이는 알고 있는 것으로 가정한다. 잡음이 없는 환경에서 각 서브채널간의 출력은

$$x_1(n)=h_1(n)\otimes s(n),\ x_2(n)=h_2(n)\otimes s(n) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} h_2(n)\otimes x_1(n) &= h_2(n)\otimes[h_1(n)\otimes s(n)] \\ &= h_1(n)\otimes[h_2(n)\otimes s(n)] \\ &= h_1(n)\otimes x_2(n) \end{aligned} \tag{4}$$

와 같고 식 (4)를 행렬 형태로 쓰면 식 (5)와 같다.

$$[\ \boldsymbol{X}_1(L)\ -\ \boldsymbol{X}_2(L)]\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_2(n) \\ \boldsymbol{h}_1(n) \end{bmatrix}=0 \tag{5}$$

여기서 $\boldsymbol{h}_m=[h_m(L),\cdots,h_m(0)]^T,\quad m=1,2$

$$\boldsymbol{X}_m(L)=\begin{bmatrix} x_m(0) & \cdots & x_m(L) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_m(N-L) & \cdots & x_m(N) \end{bmatrix} \tag{6}$$

이며 $\boldsymbol{X}(L)$, $\boldsymbol{h}$를 다음과 같이 정의한다.

$$\boldsymbol{X}(L)=[\ \boldsymbol{X}_1\ \vdots\ \boldsymbol{X}_2]^T,\ \boldsymbol{h}=[\ \boldsymbol{h}_2{}^T\ \boldsymbol{h}_1{}^T]^T \tag{7}$$

잡음이 없는 경우 $\boldsymbol{X}(L)$의 null space가 $\boldsymbol{h}$가 되며, 식 (5)는 다음과 같이 표기 할 수 있으며

$$\boldsymbol{X}(L)\ \boldsymbol{h}=0 \tag{8}$$

가정 *A1*)을 만족하면 식 (8)은 유일한 해를 가진다.

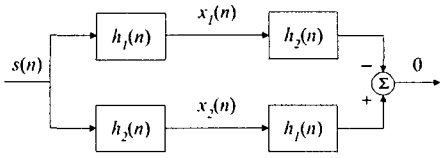

그림 2. 두 서브 채널간의 상호관계.

채널에 부가잡음이 존재하면 식 (8)은 다음과 같은 LS 방법을 이용하여 $\boldsymbol{h}$를 추정할 수 있다.

$$\min_{\hat{h}} \| \boldsymbol{X}(L)\ \hat{\boldsymbol{h}}\|^2 \tag{9}$$

3. 바이어스가 없는 채널 추정

본 논문에서 제안한 알고리듬은 고유값 분해(eigenvalue decomposition)방법을 이용한 새로운 채널 추정 방법을 제안한다. 수신된 신호의 공분산행렬의 최소 고유값에 대응되는 고유벡터는 채널 응답을 포함한다. 본 논문에서는 기존의 Heath나 Yoshito 알고리듬에 사용한 linear constraint와는 달리 unit norm constraint를 사용하였다.

채널은 선형 시불변이라고 가정하며, 잡음이 없는 환경에서 식 (4)를 벡터형태로 표현하면

$$\boldsymbol{x}_1{}^H(n)\ \boldsymbol{h}_2\ =\ \boldsymbol{x}_2{}^H(n)\ \boldsymbol{h}_1 \tag{10}$$

$$\boldsymbol{x}_i(n)=[x_i(n),\cdots,x_i(n-L+1)]^T,\quad i=1,2 \tag{11}$$

$$\boldsymbol{h}_i=[h_{i,0},h_{i,1},\cdots,h_{i,L-1}]^T,\quad i=1,2 \tag{12}$$

와 같고 수신된 신호의 공분산 행렬과 채널 벡터 $\boldsymbol{h}$는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{x1x1} & \boldsymbol{R}_{x1x2} \\ \boldsymbol{R}_{x2x1} & \boldsymbol{R}_{x2x2} \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{h}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_2 \\ -\boldsymbol{h}_1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

여기서 $\boldsymbol{R}_{xixj}=E[\ \boldsymbol{x}_i(n)\ \ \boldsymbol{x}_j{}^H(n)],\ i,j=1,2$ 이다.

식 (10)을 잡음이 존재하는 환경에서 유도하면

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}^H(n)\ \boldsymbol{h} &= \sum_{k=0}^{L} x_2^*(n-k)h_1(k)-\sum_{k=0}^{L} x_1^*(n-k)h_2(k) \\ &= \sum_{k=0}^{L} v_2^*(n-k)h_1(k)-\sum_{k=0}^{L} v_1^*(n-k)h_2(k) \\ &= \boldsymbol{v}^H(n)\ \boldsymbol{h} \end{aligned} \tag{15}$$

와 같으며, $\boldsymbol{x}$의 자기상관 행렬을 $\boldsymbol{R}_x$라 하면 식(15)는

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_x\ \boldsymbol{h} &= E[\ \boldsymbol{x}(n)\ \boldsymbol{x}^H(n)]\ \boldsymbol{h}=E[\ \boldsymbol{x}(n)\ \boldsymbol{v}^H(n)]\ \boldsymbol{h} \\ &= E[\ \boldsymbol{v}(n)\ \boldsymbol{v}^H(n)]\ \boldsymbol{h}=\ \boldsymbol{R}_v\ \boldsymbol{h}=\sigma_v^2\boldsymbol{h} \end{aligned} \tag{16}$$

와 같다.

식 (16)은 고유값과 고유벡터의 관계식이 되며 고유값 σ_v^2에 대응하는 $\boldsymbol{R}_x$의 고유벡터는 채널응답 $\boldsymbol{h}$임을 알 수 있다. 식 (16)으로부터 σ_v^2를 직접적으로 구할 수 있다.

$$\sigma_v^2=\frac{\boldsymbol{h}^H\ \boldsymbol{R}_x\ \boldsymbol{h}}{\boldsymbol{h}^H\ \boldsymbol{h}} \tag{17}$$

자기상관행렬 $\boldsymbol{R}_x$의 최소 고유값에 대응하는 고유벡터를 매 시간마다 추정함에 있어서 Frost 알고리듬[6]과 유사한 constrained LMS알고리듬을 유도한다.

식 (17)에서 $\|\boldsymbol{h}^2\|=\boldsymbol{h}^H\ \boldsymbol{h}=1$의 조건하에 $\boldsymbol{h}$에 대하

여 $h^H R_x h$를 최소화함으로써 h_{opt}를 구할 수 있다.

오차신호는

$$e(n)=\frac{h^H(n)\,x(n)}{\|h(n)\|} \tag{18}$$

와 같으며, $x(n)=[\ x_1{}^T(n)\ \ x_2{}^T(n)]^T$ 이다.

$e(n)$의 평균 자승치 $E[|e(n)|^2]$를 최소화하는 것은 고유값 문제의 해를 구하는 것과 유사하며 $h(n)$에 대하여 $E[|e(n)|^2]$를 편미분 하면

$$\nabla e(n)=\frac{1}{\|h(n)\|}\left(x(n)-e(n)\frac{h(n)}{\|h(n)\|}\right) \tag{19}$$

와 같으며 constrained LMS알고리듬은 식 (20) 과 같다.

$$h(n+1)=h(n)-\mu e^*(n)\nabla e(n) \tag{20}$$

여기서 μ는 양의 상수를 갖는 step-size이다.

식(20)에 식(18)과 식(19)를 대입하면

$$h(n+1)=h(n)-\frac{\mu}{\|h(n)\|} \cdot\left(x(n)\,x(n)^H\frac{h(n)}{\|h(n)\|}-|e(n)|^2\frac{h(n)}{\|h(n)\|}\right) \tag{21}$$

이 되며, 수렴 후 통계적 평균을 취하면 식(22)와 같다.

$$R_x\frac{h(\infty)}{\|h(\infty)\|}=E[|e(n)|^2]\frac{h(\infty)}{\|h(\infty)\|} \tag{22}$$

식 (22)의 자기 상관행렬 R_x의 최소 고유값 $E[|e(n)|^2]$ 에 해당하는 고유벡터는 $h(\infty)$이다. 실제로 적응 알고리듬은 식 (23)을 이용한다.

$$h(n+1)=\frac{h(n)-\mu e^*(n)\nabla e(n)}{\|h(n)-\mu e^*(n)\nabla e(n)\|} \tag{23}$$

식 (23)은 최소 고유값에 대응하는 고유벡터를 추정하는 일반적인 식이다. 만약 잡음이 존재하지 않는다면 식 (23)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$e(n)=h^H(n)\,x(n) \tag{24}$$

$$h(n+1)=\frac{h(n)-\mu e^*(n)\,x(n)}{\|h(n)-\mu e^*(n)\,x(n)\|} \tag{25}$$

식(23)과 (25)는 $|e(n)|^2$을 무시한 것을 제외하고는 근사적으로 같으며, 이 두 알고리듬은 낮은 SNR에서 수렴 후 성능이 같음을 알 수가 있다.

4. MMSE 블라인드 등화

채널의 출력을 행렬 형태로 쓰면

$$\bar{x}(n)=H\bar{s}(n)+\bar{v}(n) \tag{26}$$

여기서 H는 $MN\times(L+N)$인 Sylvester 행렬이며,

각 벡터는 다음과 같이 정의 한다.

$\bar{x}(n)=(\,x(n)^T,\,x(n-1)^T,\cdots,\,x(n-N+1)^T)^T$

$\bar{v}(n)=(\,v(n)^T,\,v(n-1)^T,\cdots,\,v(n-N+1)^T)^T$

$\bar{s}(n)=(\,s(n)^T,\,s(n-1)^T,\cdots,\,s(n-M-N+1)^T)^T$

채널을 등화하기 위해서 다음과 같은 가정을 한다.

H1) $MN > (L+N)$

H2) H는 full column rank를 가진다.

심볼과 잡음의 자기 상관행렬(autocorrelation)은

$$R_s(i)=E[s[n+i]s[n]^H]=J^i \tag{27}$$

$$R_v(i)=E[v[n+i]v[n]^H]=\sigma_v^2 J^{iM} \tag{28}$$

$$R_s(0)=E[s[n]s[n]^H]=I \tag{29}$$

$$R_v(0)=E[v[n]v[n]^H]=\sigma_v^2 I \tag{30}$$

이고, J는 Jordan 행렬이다.

등화기 파라미터 g와 채널의 출력 $x(n)$로 표현한 FIR 등화기의 출력 z_k는 다음과 같다.

$$z_k=g^H x(n) \tag{31}$$

임의의 지연을 갖는 s_{n-i}를 추정하기 위한 최소 MSE filter는 식 (32)와 같은 Wiener-Hopf 방정식의 해를 구함으로써 얻을 수 있다.

$$E\{x(n)\,x^H(n)\}g=E\{x(n)s_{n-i}^*\} \tag{32}$$

분산이 1인 입력 신호와 잡음이 서로 독립적일 경우 채널출력의 자기 상관행렬과 상호상관 벡터는 식 (33)과 식 (34)와 같다.

$$\begin{aligned}R_x(0)&=E\{x(n)\ x^H(n)\}=\sigma_s^2\,HH^H+\sigma_v^2 I\\&=HH^H+\sigma_v^2 I\end{aligned} \tag{33}$$

$$E\{x(n)s_{n-i}^*\}=\sigma_s^2 H(i)=H(i) \tag{34}$$

식 (33)과 (34)로부터 Wiener-Hopf 방정식을 다시 쓰면

$$\begin{aligned}E\{x(n)\,x^H(n)\}g&=E\{x(n)s_{n-i}^*\}\\R_x(0)\,g&=H(i)\end{aligned} \tag{35}$$

와 같다. 식 (35)로부터 임의의 지연 i를 갖는 MMSE 선형 등화기 파라미터 g를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}g&=\arg\min_g\ E\{|\,g^H x(n)-s_{k-i}|^2\}\\&=R_x^{-1}(0)\,H(i)\end{aligned} \tag{36}$$

5. 모의실험 및 고찰

본 논문에서 제안한 알고리듬과 기존의 알고리듬을 컴퓨터 모의 실험을 통하여 성능을 비교하고 추정한 채널로부터 MMSE 블라인드 등화기의 파라미터를 추정하였다. 실험은 수신 측에서 두 배의 오버샘플링을 하거나 안테나 배열을 이용하여 서브채널이 2개인 SIMO 채널로 가정하여 실험하였다. 실험에 사용한 송신신호는 QAM 신호로 변조된 신호라 가정하였으며 실험에 이용한 채널은 실제 측정한 마이크로 웨이브 채널을 사용하였다[7].

성능평가는 아래의 식과 같은 RMSCE(root mean square error)와 MSE(mean square error)를 이용하였다.

$$\mathrm{RMSCE}=\frac{1}{\|h\|}\sqrt{\frac{1}{N_t}\sum_{i=1}^{N_t}\|\,h_{(i)}-h\|^2} \tag{37}$$

$$\mathrm{MSE}=1-\hat{H}(i)^H R(0)^{-1}\hat{H}(i) \tag{38}$$

추정된 채널들로부터 등화기를 구성 한 후 식 (38)을 이용하여 SER(symbol error rate)을 구하였다. 등화기 탭 수는 채널의 길이와 같게 설정하고 최적의 지연은 7로 하였다.

본 논문에서는 총 50번의 독립된 반복 실험을 하였으며 모든 실험에서 스텝크기 μ=0.01 계수는

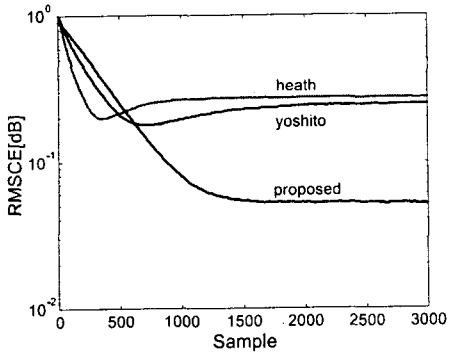

그림 3. RMSCE 성능 비교.

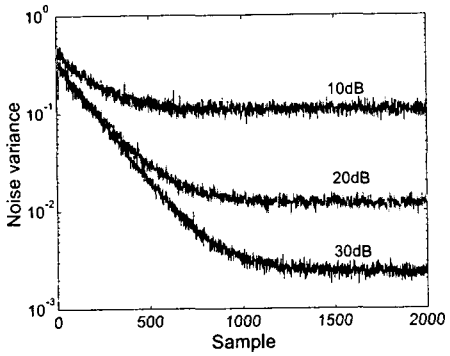

그림 4. 추정된 잡음 분산 곡선.

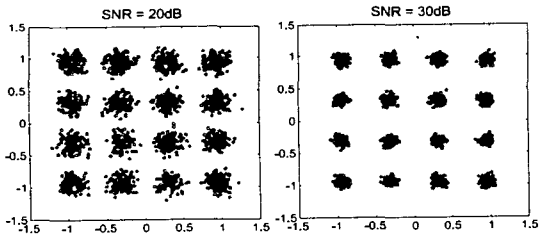

그림 5. 등화기 출력

$\boldsymbol{h}$ = [1,0,···,0,1,0,···,0]로 초기화하여 동일하게 실험하였다. 그림3은 기존의 알고리듬과 제안한 알고리듬을 SNR이 20dB일 경우 RMSCE를 나타낸 것으로써 제안한 알고리듬이 기존의 알고리듬보다 성능이 우수함을 알 수 있다. 그림 4는 모의실험을 통해서 추정한 잡음 분산을 나타낸 것이며 제안한 알고리듬의 오차는 잡음의 분산과 거의 같음을 알 수 있다. 그림 5는 추정한 채널을 이용하여 구현한 등화기의 출력을 나타내었다. 그림 6은 등화기 구현 후 SER를 나타내었다.

6. 결 론

본 논문에서는 적응 블라인드 채널 추정 문제에 고유값 분해를 이용한 새로운 추정방법을 적용하였다. 수신된 신호들의 공분산 행렬의 최소 고유값에 대응하는 고유벡터는 채널 응답을 포함한다. 최소 고유값에 대응

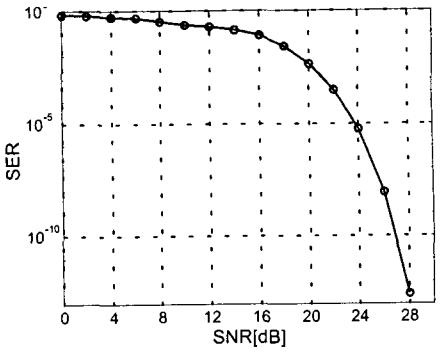

그림 6. SER 곡선.

하는 고유 벡터를 반복적으로 추정하는 constrained LMS 알고리듬을 이용하였다. 모의 실험을 통해서 낮은 SNR에서 기존의 알고리듬보다 제안한 알고리듬 성능이 우수함을 보였으며 추정한 채널로부터 등화기 파라미터 추정을 보였다.

향후 과제는 본 논문에서 제안한 알고리듬의 빠른 수렴 특성에 대한 연구와 multi-user 시스템에 응용한 MIMO(multi-input multi-output) 시스템을 위한 블라인드 채널추정 및 채널등화에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

[1] Y. Sato, "A method of self-recoverying equalization for multilevel amplitude-modulation," *IEEE Trans. Commun*, vol. 23, no. 6, pp. 679-682, June. 1975.

[2] W. Gardner, "A new method of channel identification," *IEEE Trans. Commun*, vol. 39, no. 6, pp. 813-817, June. 1991.

[3] L. Tong, G. Xu, and T. Kailath, "Blind identificaion and equalization based on second order statistics: A time domain approach," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 40, no. 2, pp. 340-349, Mar. 1994.

[4] R. W. Heath Jr, S. D. Halford, and G. B. Giannakis, "Adaptive blind channel idetification of FIR channels for Viterbi decoding," in *Proc. 31th Asilomar Conf. Signals. Syst., and Comput., 1997*

[5] Y. Higa, H. Ochi, S. Kinjo, and H. Yamaguchi, "A gradient type algorithm for blind system identification and equalizer based on second order statistics," *IECE Trans. on Fundamental*, vol.E32-A, no. 88, pp. 1544-1551, Aug. 1999.

[6] O. L. Frost Ⅲ, "A algorithm for linearly constrained adaptive arrays," *Proc. of the IEEE*, vol.60, no.8, pp. 926-935, Aug. 1972.

[7] K. S. Ahn, E. C. Byun, and H. K. Baik, "New blind channel identification based on adaptive eigenvalue decomposition algoithm," *한국통신학회논문지*, vol. 26, no. 9B, Sept. 2001.