

국부 제약 정보를 이용한 Gradient-Projection 적응 영상 복원 기법

김지희, 송원선, 한헌수, 홍민철
 숭실대학교, 정보통신전자공학부

An Adaptive Gradient-Projection Image Restoration Using Local Constraints

Jee Hee Kim, Won Sun Song, Hern-Soo Hahn, and Min-Cheol Hong
 School of Electronic Engineering, Soongsil University
 mhong@e.ssu.ac.kr

요약

본 논문에서는 공간 영역의 제약 정보를 이용한 적응 영상 복원 방식을 제안한다. 공간 영역의 제약 정보로는 국부 정보의 평균, 분산 및 최대 값을 이용하였다. 반복 기법을 이용하여 매 반복 해에서 얻어진 복원 영상으로부터 상기 제약 정보를 설정하게 되고, 위의 제약 정보는 임의의 입력 값에 의해 정의되는 매개 변수와 더불어 복원 영상의 국부 완화 정도를 결정하게 된다. 제안된 방식을 이용하여 복원 영상을 얻기 위해 비적응 복원 방식보다 빠른 수렴 속도를 갖게 됨을 알 수 있었다. 또한, 국부 적으로 제어된 완화 정도를 지닌 복원 영상을 얻을 수 있었다.

또한, 원 영상 정보에 대한 사전 정보로부터 제약 조건을 규정하고, 위와 같은 조건을 만족시키는 convex set을 정의하여 정의된 set으로의 복원 영상을 구하는 POCS (Projection Onto Convex Set) 방식도 널리 이용되어 왔다[5]. 일반적인 정규화 복원 방식은 식(1)을 이용하여 다음과 같이 정의된다 [1,2,3,4].

$$M(f) = \|g - Hf\|^2 + \alpha \|Cx\|^2, \quad (2)$$

위 식에서 우 항의 첫째 항은 데이터에 대한 신뢰도를 나타내며, 둘째 항은 원 영상에 대한 완화를 의미하며, α 는 상반되는 성질을 가진 두 항의 기여도를 조절하는 정규화 매개 변수가 된다. 식(2)에서 H는 공간 분별 필터(spatially invariant filter)로 가정하고, C는 일반적으로 2차원 고주파 필터를 나타낸다. 정규화 복원 방식은 위와 같이 원 영상이 완화된 특성을 갖고 있다는 사전 정보를 이용하게 되고, 이러한 사전 지식은 복원 영상의 표현 영역을 제한하여 의미 없는 해를 피할 수 있도록 한다. 그러나, 국부 영역의 완화도를 의미있게 설정하는 데는 한계가 있다.

상기와 같은 국부 완화 정도를 효과적으로 나타내는 복원 영상을 얻기 위해 적응 복원 방식을 이용해 왔다 [1,2,4]. 적응 복원 방식은 가중치 norm을 이용한 방식 [2], 첨부된 노이즈 타입에 따라 다른 차수의 norm을 이용하는 방식 [6,7] 등 주어진 또는 예측된 원 영상이나 첨부된 노이즈 형태에 따라 다르게 정의될 수 있다.

본 논문에서는 국부 지역 정보를 제약 조건으로 이용하여 gradient 기법과 projection 기법을 결합시킨 적응 복원 방식에 대해 제안한다. 원 영상에서 국부 정보에 대한 정보를 복원 과정에 이용하기 위해 식(2)에 표현된 형식을 이용하며, 영상에 대한 사전 정보 및 공간

1. 서론

임의의 영상이 영상 시스템에 의해 획득되거나, 저장되는 경우 영상 획득 장치의 움직임, 초점의 부정확성, 대기 중의 산란 현상 등에 의해 영상의 화질 저하를 초래하게 된다. 위와 같이 열화된 영상은 노이즈가 첨가되어 화질 저하는 더욱 심각하게 된다. $M \times N$ 크기의 영상의 열화 현상은 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$g = Hf + n, \quad (1)$$

식(1)의 g, f , 및 n 은 각각 스택 순서로 정렬된 $MN \times 1$ 의 열 벡터들로 노이즈가 첨부된 열화 영상, 원 영상 및 첨부된 노이즈를 의미하며, H는 $MN \times MN$ 크기의 PSF(Point Spread Function)행렬로 표현된다.

식(1)로부터 원 영상, f 를 복원 및 예측하기 위해 첨부된 노이즈가 가우시안 분포를 갖는다는 가정하에 least squares 정규화 복원 방식이 사용되어 왔다[1,2,3,4].

영역 상의 적응성을 복원 영상의 해 조건에 부가시킨다. 위와 같은 부가 조건은 복원 영상을 얻기 위한 반복 기법이 빠르게 수렴할 수 있도록 하며, 신호 대 잡음 비 측면에서도 개선이 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 gradient 기법과 projection 기법을 결합시킨 형태의 반복 복원 영상 기법에 대한 기본적인 내용에 대해 기술하며, 3장에서는 제안된 적응 기법에 대해 설명하며, 4장 및 5장에서 실험 결과 및 결론으로 끝을 맺는다.

2. 연구 배경

식(2)에 주어진 정규화 완화 함수로부터 복원 영상은 $M(f)$ 에 gradient를 취한 값을 '0' 벡터로 대체시켜 e 다음과 같이 구할 수 있다[1,2,3,4].

$$\nabla_f M(f) = -H^T(g - Hf) + \alpha C^T C f = 0. \quad (3)$$

일반적으로 행렬 H 가 ill-condition이므로 식(3)으로부터 직접 복원 영상을 구하기는 용이하지 않다. 이와 같은 문제를 해결하고자 영상 복원 문제에서 반복 기법을 이용해 왔으며, 수렴 속도를 정의하는 변수를 '1'로 하는 경우 복원 영상을 위한 반복 해는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$f_{k+1} = f_k + [H^T g - (H^T H + \alpha C^T C) f_k] = G f_k. \quad (4)$$

식(4)의 반복 해는 일반적인 정규화 복원 방식 기법으로서, 위의 해에 제약 조건을 첨부시켜 적응성을 부여할 수 있다. 위의 제약 조건은 강제 제약 조건 (Hard Constraints)일 수도 있고, 비강제 제약 조건 (Soft Constraints)일 수도 있다. 상기의 두 조건은 주어진 사전 정보 양에 따라 다르게 설정되나, 일반적으로 제약 조건을 투영 (Projection) 시켜서, 식(4)의 연산자 G 와 결합된 형태로 최종 해를 표현하게 된다. 이와 같이 매 스텝의 반복 해에 제약 조건을 부가한 형태의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{f}_k &= P f_k, \\ f_{k+1} &= G \hat{f}_k = G P f_k, \end{aligned} \quad (5)$$

위 식에서 P 는 복원 영상이 원하고자 하는 특성을 갖는 영역으로 투영시키는 임의의 연산자 일수 있고, 투영 연산자가 결합된 형태일 수도 있다. 정규화 기법을 이용하여 바람직스러운 복원 영상을 얻기 위해서는 정규화 매개 변수의 선택이 중요하다[8]. 정규화 매개 변수는 여러 방식으로 설정할 수 있으나, 본 논문에서는 매 스텝 반복 해에서 정규화 매개 변수를 결정하여 그 다음 반복 해에 이용하는 방식을 이용하였다. 참고 문헌 [9]에 의해 정규화 매개 변수는 다음과 같이 결정된

다.

$$\alpha(f_k) = \frac{\|g - H f_k\|^2}{\theta - \|C f_k\|^2}, \quad (6)$$

식 (6)에서 $\theta = 2\|g\|^2$ 로 정의한다.

3. 국부 공간 정보를 이용한 적응 복원방식

본 장에서는 식(4)에서 정의된 매 스텝의 반복 해가 투영되는 제약 조건에 대해 기술한다. 국부 완화에 대한 제약 조건을 정의하기 위해 국부 정보를 의미 있게 나타내는 요소를 정의할 필요가 있다. 본 논문에서는 국부 영역의 공간 활동성 (activity)을 정의하기 위해 국부 분산 (variance)을 이용하였으며, 국부 최대 값도 국부 완화 도를 결정하기 위해 활용 하였다. K 번째 반복 복원 영상의 (i, j) 번째 화소 값에 대해 국부 평균 및 분산 값은 다음과 같이 정의된다.

$$m_{f_k}(i, j) = K \sum_{p=i-U}^{i+U} \sum_{q=j-V}^{j+V} f_k(p, q), \quad (7)$$

$$\sigma_{f_k}^2(i, j) = K \sum_{p=i-U}^{i+U} \sum_{q=j-V}^{j+V} [f_k(p, q) - m_{f_k}(p, q)]^2, \quad (8)$$

위 식에서 $K^{-1} = (2U+1)(2V+1)$ 크기의 2차원 윈도우 마스크이며 (i, j) 화소 위치에 대해 대치형으로 설정되어 있다. 더불어, 국부 최대 값은 다음과 같이 정의된다.

$$f_{k, \max}(i, j) = \max_{(p, q) \in S_{i, j}} f_k(p, q), \quad (9)$$

식 (8) $S_{i, j}$ 는 (i, j) 위치의 화소에 대한 국부 최대 값을 결정하기 위한 support 영역을 의미한다. 본 논문에서는 국부 지역 평균 및 분산에 이용했던 윈도우 마스크와 동일하게 $S_{i, j}$ 를 설정하였다. 식 (7), (8) 및 (9)

에서 정의된 국부 지역 정보 들을 이용하여 국부 완화도를 의미하는 식 (5)의 투영 연산자, P 를 다음과 같이 정의한다.

$$P(f_k(i, j)) = \begin{cases} m_k(i, j) - LB(i, j) & \text{if } f_k(i, j) < m_k(i, j) - LB(i, j), \\ f_k(i, j) & \text{if } f_k(i, j) > m_k(i, j) + LB(i, j), \\ f_k(i, j) & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (10)$$

식 (10)에서 정의된 L 은 임의의 임계치 값 (threshold)

이며, $B(i, j)$ 는 $\frac{f_{k, \max}^2(i, j)}{\sigma_{f_k}^2(i, j)}$ 로 정의된다. 정의된

$B(i, j)$ 의 특성을 살펴보면, $B(i, j)$ 가 작을수록 변화도가 적은 영역에서 tighter bound로 정의되어 노이즈가 많은 경우에 효율적으로 노이즈를 제거할 수 있다. 반면에, 변화도가 큰 영역에서는 $B(i, j)$ 가 크게 설정되어 영상의 윤곽선 정보를 효율적으로 복원 영상에 표현할 수 있도록 한다. 이와 같이 본 논문에서 정의된 국부 제약 조건은 인간의 시각 시스템의 고 변화도 영역에 대한 노이즈 마스크의 특성과 일치한다[10]. 제안된 방식에서 투영 연산자는 화소 단위로 적용하므로 식(5)의 투영 연산자는 다음과 같이 표현된다.

$$P = P_1 T_1 \dots P_n T_n, \quad (11)$$

식(11)에서 P_i 는 f 의 i 번째 구성 화소의 투영 연산자를 의미하며, T_i 는 $(MN - M_i)$ 개의 대각선 원소가 '0' 이고 M_i 번째 원소만 1인 $MN \times MN$ 크기의 대각 행렬을 의미한다. 그러므로, $\sum T_i = I$ (I 는 identity matrix). 위에서 정의한 T_i 는 선형 연산자이고, P_i 는 non-expansive하므로, 식(5)의 gradient-projection을 이용한 반복 해는 국부 최소 값 (local minimum)에서 수렴하게 된다.

반복 복원 기법에서 다루는 중요한 문제 중의 하나인 수렴성은 투영 연산자가 비 선형 특성을 갖고 있으므로 명확히 규정하기는 어려우나, gradient 연산을 통해 사전 정보를 이용하여 반복 해를 규정한 의미 있는 영역으로 투영시키므로 gradient가 규정한 집합과 사전 정보에 의해 정의한 집합의 교집합 영역으로 반복해가 수렴함을 알 수 있다. 이는 좀 더 나은 복원 영상을 얻기 위해 사전 정보의 양 및 정확도가 중요함을 의미한다.

4. 실험 결과

본 논문에서 제안된 적응 방식을 실험하기 위해 256×256 크기의 Lena 영상을 사용하였다. 원 영상은 7×7 uniform motion에 의해 각각 열화시켰으며, 10dB의 Gaussian 노이즈를 첨가 시켰다. 각 훼손된 영상은 그림 1 및 4에 나타내었다. 성능 비교를 위해 SNR (Signal to Noise Ratio)의 증가를 이용하였으며, 다음과 같이 k 번째 반복 해에서 정의된다.

$$\Delta_{SNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{\|y - x\|^2}{\|x_k - x\|^2} \right). \quad (12)$$

또한, 반복 해를 끝내기 위해 아래와 같은 조건을 사용하였다.

$$\frac{\|x_{k+1} - x_k\|^2}{\|x_k\|^2} \leq 10^{-5}. \quad (13)$$

본 논문에서 제안된 공간 영역에서의 projection set을 설정하기 위한 L값은 첨가 노이즈가 10dB인 경우 0.001을 사용하였다.

L을 0.001로 설정 시의 그림 1을 제안된 방식을 이용한 복원 영상은 그림 3에 나타내었고, 비적응 방식에 의한 복원 영상은 그림 2에 나타내었다. 각 영상은 9iteration 후에 식(13)에 의해 정의된 조건에 수렴하였으며, 비적응 방식을 이용한 복원 영상은 74 iteration 후에 수렴하였다. 더불어, 수렴 시의 영상 결과는 Lena 영상에 대해 비적응 방식은 -4.57dB를 나타내었고, 제안된 적응 방식은 3.05dB의 결과를 나타내었다. 그림 7은 그림 1에 대한 비적응 방식 및 제안된 적응 방식의 iteration 함수에 대한 mean square error 및 수렴 속도의 비교를 나타내었다. 상대적으로 제안된 적응 방식은 비적응 방식과 비교하여 빠르게 수렴하고, 최소 mean square error 값을 비교적 오랜 반복해 동안 유지 함을 확인할 수 있었다. 이러한 성능의 우월성은 노이즈에 의한 영상 훼손 정도가 심각할수록 더욱 두드러지게 나타났으며, 그 정도의 차가 첨가 신호 대 잡음비에 의해 결정되는 안정화된 적응 방식임을 실험 결과로부터 확인할 수 있었다.



그림 1. 훼손된 Lena 영상
(7×7 uniform blur, 10 dB Gaussian noise)

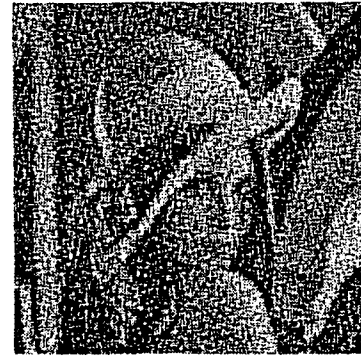


그림 2. 비 적응 방식에 의해 복원된 영상
(74iterations, $\Delta_{SNR} = -4.57$ dB)



그림 3. 제안된 적응 방식에 의해 복원된 영상 (9 iterations, $\Delta_{SNR} = 3.05$ dB)

5. 결론

본 논문에서는 국부 정보 제약 조건을 이용한 적응 영상 복원 기법에 대해 제안하였다. 영상의 각 화소를 gradient 기법을 이용한 매 스텝

반복 영상의 국부 평균, 분산, 및 국부 최대 값을 이용하여 정의된 국부 완화 집합으로 투영시키는 방식을 취했으며, 상기와 같은 국부 제약 조건은 convex set을 정의하는데 이용되었다.

현재 projection set의 bound를 적응적으로 정의하기 위한 방식과 국부 지역 정보를 이용하여, 좀 더 사전 정보가 적은 환경인 blind image deconvolution에 대한 연구가 진행 중에 있다.

참고 문헌

- [1] H. C. Andrews and B. R. Hunt, *Digital Image Restoration*, Prentice-Hall, 1977.
- [2] A. K. Katsaggelos, "Iterative Image Restoration Algorithm", *Optical Engineering*, vol. 28, no. 7, pp. 735-748, July 1989.
- [3] A. K. Katsaggelos Ed., *Digital Image Restoration*, Heidelberg; Springer-Verlag, 1991.
- [4] M. R. Banham and A. K. Katsaggelos, "Digital Image Restoration", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 14, no. 2, pp. 24-41, March 1997.
- [5] H. Stark Ed., *Image Recovery: Theory and Application*, Academic Press, 1987.
- [6] M.-C. Hong, T. Stathaki, and A. K. Katsaggelos, "An Iterative Mixed Norm Image Restoration Algorithm", submitted to *Optical Engineering*, 2000.
- [7] M.-C. Hong, T. Stathaki, and A. K. Katsaggelos, "An Iterative Regularized Mixed Norm Multichannel Image Restoration", *IEE Proceeding: Vision, Signal and Image Processing*, accepted for publication in 2000.
- [8] N. P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, "Methods for Choosing the Regularization Parameters and Estimating the Noise Variance in Image Restoration and Their Relation", *IEEE Trans. On Image Processing*, vol. 1, no. 1, pp. 322-338, July 1992.
- [9] M. G. Kang and A. K. Katsaggelos, "General Choice of the Regularization Functional in Regularized Image Restoration" *IEEE Trans. On Image Processing*, vol. 4, no. 5, pp. 594-602, May 1995.
- [10] G. L. Anderson and A. N. Netravali, "Image Restoration Based on a Subject Criterion", *IEEE Trans. On Sys., Man, and Cyber.*, vol. SMC-6, pp. 845-853, Dec. 1976.

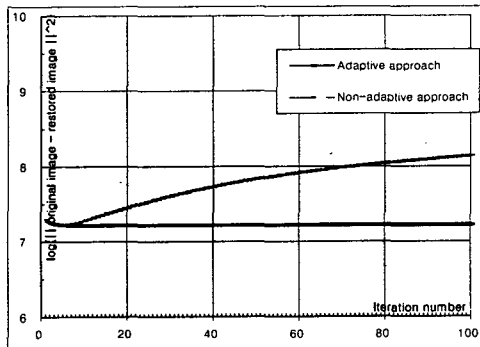


그림 7. Lena 영상 mean square error 비교 (10dB첨가 노이즈)

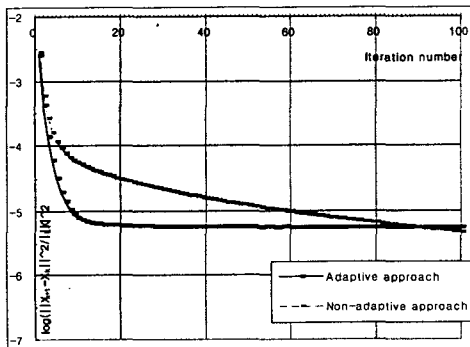


그림8. Lena영상수렴속도비교(10dB첨가 노이즈)