

적응 윈도우를 기반으로한 적응 필터

우 종진 , 신 현출 , 송 우진
포항공과대학교 전자전기공학부

Adaptive Filter Based on Adaptive Windowing

Jong-Jin Woo, Hyun-chool shin , Woo-Jin Song
Department of Electronic and Electrical Engineering
Pohang University of Science and Technology (POSTECH)
E-mail : wjsong@postech.ac.kr

Abstract:

We propose a novel noise filtering method based on adaptive windowing. To restore a noisy signal adaptive filtering methods have been widely researched and used. However, conventional adaptive filtering methods have a trade-off between noise suppression and edge preservation since they adopt fixed size filters. In this paper applying the adaptive windowing concept to adaptive filtering, we overcome the trade-off. The filter size is adaptively selected depending on signal statistics. The visual results of the signal and image restorations convincingly show the superior preservation of edge and detail and suppression of noise for the proposed adaptive windowed adaptive filter compared with conventional methods.

1. 서론

영상 데이터에 필연적으로 혼합되어 지는 불규칙 노이즈는 영상의 형성 과정, 전달 매개, 기록 과정 혹은 이들의 결합 과정등에서 생겨 날 수 있으며 신호 의존적(multiplicative) 또는 독립적인 노이즈나 임펄시브 노이즈가 영상을 오염 시킨다. 영상으로부터 이러한 노이즈를 제거 하는 것은 영상 처리(image enhancement)의 영역에서 가장 중요한 일 중의 한 부분이다.

노이즈에 의해 오염된 영상을 개선 하기 위해서 일반적으로 고정된 계수를 갖는 지역 통과 필터를 사용한다. 이러한 지역 통과 필터는 구현의 간편함과 적은 계산량으로 처리 속도가 빠르다는 장점이 있는 반면에 처리를 하고자 하는 신호의 통계적 특성이 정적(stationary) 이고 노이즈의 통계적 특성을 알고 있다는 가정을 전제로 한 것이다.

그러나 실제 대부분의 경우에 있어서 신호의 통계 그리고 배경 잡음은 알려지지 않았거나 nonstationary하므로 실제 상황과는 맞지 않아 고정된 필터 계수를 가진 지역 통과 필터를 이용한 신호 처리의 경우 방대한 양의 필터 설계가 필요하다.

따라서 영상의 실제 상황에 맞게 영상 통계치를 스스로 인식 하여 필터의 계수를 갱신하는 적응 필터에 관한 연구가 널리 이루어지고 있다 [1]. 그러나 현재까지의 적응 필터 방법은 필터의 크기가 고정되어 있어 필터가 클 경우에는 평균 필터 특성으로 인해 노이즈의 억압에는 효과적이거나 윤곽을 보존하는 특성이 좋지않다 반면에 필터가 작을 경우에는 윤곽은 잘 보존하지만 노이즈 억압 효과가 좋지 않은 특성을 가지고 있어 필터 크기에 따른 윤곽 보존과 잡음제거 사이의 한계성을 지니고 있다 [2][3].

본 논문에서는 이러한 문제를 해결 하고자 새로운 적응 윈도우를 기본으로 하는 적응 필터를 제안 한다. 본 논문에서 제안한 적응 윈도우 [4] 을 기본으로 하는 적응 필터는 영상의 활동도에 따라 윈도우의 크기를 적응적으로 결정하여 필터의 크기에 반영 한다. 활동도가 작은 신호는 큰 윈도우를 사용하여 평균 필터 특성을 강하게 나타내어 백색 가우시안/유색 노이즈의 억압을 최대화 하고, 활동도가 큰 신호는 작은 크기의 윈도우를 사용하여 신호의 변화를 최대한 보존하여 영상에서 중요한 윤곽 신호를 잘 보존 한다. 따라서 제안한 방법은 기존의 적응필터가 가지는 노이즈 제거와 윤곽 정보의 유지 사이의 한계성을 극복할 수 있다.

2. 적응 윈도우를 기반으로 한 적응 필터

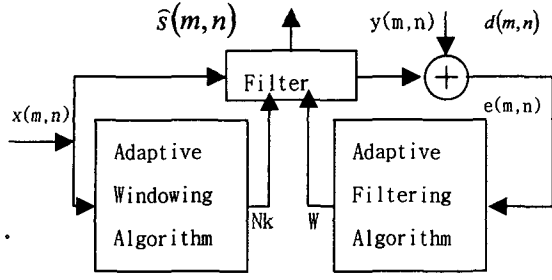


그림 1 적응 윈도우를 사용한 적응필터의 구조

적응 윈도우를 기본으로 한 2차원 적응 필터의 구성은 위의 그림1에서와 같이 일반적인 적응 필터의 구조에 적응 윈도우 알고리즘을 추가한 것으로서 필터 계수를 갱신하는 적응 알고리즘 부와 신호의 활동도에 따라 윈도우의 크기를 결정하는 적응 윈도우 부 그리고 신호의 출력 계산을 행하는 필터로 구성 되어 있다. 희망하는 응답 신호 $d(m,n)$ 는 잡음이 없는 원 영상 $s(m,n)$ 에 노이즈 $v(m,n)$ 이 더해진 영상으로 구성된 2차원의 신호로

$$d(m,n) = s(m,n) + v(m,n) \quad 2.1$$

과 같이 나타내어지며 m,n 모두 0부터 $M-1$ 까지의 값을 갖는다. 필터의 입력 $x(m,n)$ 은 희망하는 응답 신호 $d(m,n)$ 과 상관 관계(correlation)가 있는 신호이며 사용된 필터를 $(2L+1) \times (2L+1)$ 크기의 FIR필터 W_i 라 하면 필터의 출력 $y(m,n)$ 은 다음처럼 주어진다.

$$y(m,n) = \sum_{l=-L}^L \sum_{k=-L}^L w_i(l,k) x(m-l, n-k) \quad 2.2$$

여기서 i 는 반복 횟수로 $i = mM + n$ 으로 나타내어진다. i 번째 실행 동안 입력 데이터 윈도우 X_i 는

$$X_i = \begin{bmatrix} x(m-L, n-L) & x(m-L, n-L+1) & \cdots & x(m-L, n+L) \\ x(m-L+1, n-L) & x(m-L+1, n-L+1) & \cdots & x(m-L+1, n+L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(m+L, n-L) & x(m+L, n-L+1) & \cdots & x(m+L, n+L) \end{bmatrix} \quad 2.3$$

와 같이 주어진다. 행렬 원소는 $X_i(l,k) = x(m+1, n+k)$ 와 같이 나타낼 수 있으며, l,k 는 $-L$ 와 L 사이 값을 가진다. 또한 i 번째 사용 되는 필터 계수 W_i 다음과 같다.

$$W_i = \begin{bmatrix} w_i(-L, -L) & w_i(-L, -L+1) & \cdots & w_i(-L, L) \\ w_i(-L+1, -L) & w_i(-L+1, -L+1) & \cdots & w_i(-L+1, L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_i(L, -L) & w_i(L, -L+1) & \cdots & w_i(L, L) \end{bmatrix} \quad 2.4$$

2.1 적응 필터링 알고리즘

그림1에서의 적응 필터 알고리즘부의 동작은 Two Dimensional Least Mean square (TDLMS) [3] 적응 필터와 같이 동작 한다. 우선 i 번째 수행에서의 에러 e_i 는 다음처럼 정의 된다.

$$e_i = d(m,n) - \sum_{l=-L}^L \sum_{k=-L}^L w_i(l,k) X_i(l,k) \quad 2.5$$

따라서 아래와 같이 나타내어 지는 Mean Square Error (MSE)가 최소가 되는 W_i 의 값은 다음과 같다. 우선 MSE는

$$MSE = E[d^2(m,n)] - 2 \sum_{l=-L}^L \sum_{k=-L}^L w_i(l,k) \cdot E[d(m,n) X_i(l,k)] + \sum_{l=-L}^L \sum_{k=-L}^L \sum_{p=-L}^L \sum_{q=-L}^L w_i(l,k) w_i(p,q) \cdot E[X_i(l,k) X_i(p,q)] \quad 2.6$$

와 같이 나타내어진다.

희망하는 응답 신호 $d(m,n)$ 과 필터 입력 $x(m,n)$ 사이의 상호 상관 관계(crosscorrelation) 행렬로서 행렬 P 를 정의 하면 아래의 식 2.7처럼 나타낼 수 있다.

$$P = \begin{bmatrix} E[d(m,n)x(m-L, n-L)] \cdots E[d(m,n)x(m-L, n+L)] \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ E[d(m,n)x(m+L, n-L)] \cdots E[d(m,n)x(m+L, n+L)] \end{bmatrix} \quad 2.7$$

여기서 l,k 의 모든 값에 대해서 $P(l,k) = E[d(m,n) X_i(l,k)]$ 이다. 또한 입력 자기 상관 관계 (autocorrelation)로서 R 을 정의 하면 행렬 R 은

$$R = \begin{bmatrix} [R(-L, -L)] & [R(-L, -L+1)] & \cdots & [R(-L, L)] \\ [R(-L+1, -L)] & [R(-L+1, -L+1)] & \cdots & [R(-L+1, L)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [R(L, -L)] & [R(L, -L+1)] & \cdots & [R(L, L)] \end{bmatrix} \quad 2.8$$

과 같이 주어지며, 여기서 R 은

$$R = E[X_i X_i^T(m+1, n+k)] \quad 2.9$$

로서 주어진다. W_i^o 는 MSE를 최소로 하는 최적의 계수 행렬이고, 만약 $W_{-L}^o, W_{-L+1}^o, W_{-L+2}^o, \cdots, W_L^o$ 가 계수 행렬 W_i^o 의 행 벡터 이고 $P_{-L}, P_{-L+1}, P_{-L+2}, \cdots, P_L$ 는 상호 상관 관계 행렬 P 의 행 벡터라하면 다음처럼 행렬 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [R(-L, -L)] & [R(-L, -L+1)] & \cdots & [R(-L, L)] \\ [R(-L+1, -L)] & [R(-L+1, -L+1)] & \cdots & [R(-L+1, L)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [R(L, -L)] & [R(L, -L+1)] & \cdots & [R(L, L)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{-L}^o \\ W_{-L+1}^o \\ \vdots \\ W_L^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{-L} \\ P_{-L+1} \\ \vdots \\ P_L \end{bmatrix} \quad 2.10$$

위의 행렬을 간단히 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$RW_i^0 = P$$

2.11

그리고 식 2.11를 만족하는 W_i^0 를 구하기 위하여 TDLMS 적응 필터는 다음과 같은 필터 계수 갱신 알고리즘을 사용한다.

$$W_{i+1}(l, k) = W_i(l, k) + 2\mu e_i X_i(l, k) \quad 2.12$$

여기서 i 는 반복 횟수이며 μ 는 수렴 속도를 조절하는 step-size이다. 그림 1에서의 적응 필터링부는 식 2.12에 따라 동작한다.

2.2 적응 윈도우 적용 알고리즘

갱신되는 필터 계수에 적응 윈도우 기법을 사용하여 신호를 처리하는 제안된 알고리즘은 다음과 같다. 먼저 어떤 지역에서의 신호의 변화량을 나타내는 의미로서 활동도를 정의하며 윈도우의 크기는 활동도에 따라 정해진다. 이러한 활동도를 계산하기 위해서는 2차원 신호의 경우 먼저 $N \times N$ 의 픽셀 이웃들로 계산되는 분산을 구하고 신호의 분산에서 노이즈의 분산을 뺀 값을 활동도로 한다. 그리고 윈도우의 크기를 결정하기 위해서는 이 활동도 값을 다음 식의 문턱 값

$$T_{ij} = \eta \frac{3\sigma^2}{4(L_{ij} - 1)} \quad (\sigma^2: \text{노이즈의 분산}, L_{ij}: \text{점}(i, j)$$

에서의 윈도우 크기), η : 상수)

보다 클 경우는 윈도우 크기를 작게, 적을 경우에는 윈도우의 크기를 크게 함으로써 적응적으로 변화하는 윈도우의 크기를 얻을 수 있게 된다. [4]

이렇게 얻어진 값이 N_k ($1 \leq N_k \leq L$)라면 윈도우의 크기 값은 $(2N_k+1) \times (2N_k+1)$ 이 되고 신호의 출력 계산에서는 위의 식 2.11에서 얻어진 $(2L+1) \times (2L+1)$ 크기의 필터 계수 중에서 $(2N_k+1) \times (2N_k+1)$ 크기의 필터 계수 부분만 적용된다. 이때 적용되는 필터 계수를 W_i^{opt} 라 하면 Wiener Hope 방정식을 만족해야 하며 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$R' W_i^{opt} = P' \quad 2.13$$

적응 윈도우에서 얻어진 윈도우 크기를 필터 계수 크기에 적용하면

$$W_i \Big|_{-L}^{-N_k-1} = \begin{bmatrix} w_i(-L, -N_k) & \cdots & w_i(-L, N_k) \\ \vdots & & \vdots \\ w_i(-N_k-1, -N_k) & \cdots & w_i(-N_k-1, N_k) \end{bmatrix}$$

$$W_i \Big|_L^{N_k+1} = \begin{bmatrix} w_i(N_k+1, -N_k) & \cdots & w_i(N_k+1, N_k) \\ \vdots & & \vdots \\ w_i(L, -N_k) & \cdots & w_i(L, N_k) \end{bmatrix}$$

$$W_i' = \begin{bmatrix} w_i(-N_k, -N_k) \cdots w_i(-N_k, N_k) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w_i(N_k, -N_k) \cdots w_i(N_k, N_k) \end{bmatrix}$$

3부분으로 나누어지며, 필터 계수 부분에 해당하는 필터 입력 신호의 자기 상관 관계는 다음 처럼 적용된다.

$$A \Big|_{-N_k}^{N_k} = \begin{bmatrix} R(-N_k, -L) \cdots R(-N_k, -N_k-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R(N_k, -L) \cdots R(N_k, -N_k-1) \end{bmatrix}$$

$$R \Big|_{-N_k}^{N_k} = \begin{bmatrix} R(-N_k, -N_k) \cdots R(-N_k, N_k) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R(N_k, -N_k) \cdots R(N_k, N_k) \end{bmatrix}$$

$$B \Big|_{-N_k}^{N_k} = \begin{bmatrix} R(-N_k, N_k+1) \cdots R(-N_k, L) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R(N_k, N_k+1) \cdots R(N_k, L) \end{bmatrix}$$

이상과 같이 놓으면 식 2.13의 행렬 형태를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A \Big|_{-N_k}^{N_k} W_i \Big|_{-L}^{N_k-1} + R \Big|_{-N_k}^{N_k} W_i^{opt} \Big|_{-N_k}^{N_k} + B \Big|_{-N_k}^{N_k} W_i \Big|_{N_k+1}^L = P \Big|_{-N_k}^{N_k} \quad 2.14$$

실제 신호의 출력 계산에 적용되는 W_i^{opt} 는

$$W_i^{opt} = W_i' \Big|_{-N_k}^{N_k} + \left(R \Big|_{-N_k}^{N_k} \right)^{-1} \left(A \Big|_{-N_k}^{N_k} W_i \Big|_{-L}^{N_k-1} + B \Big|_{-N_k}^{N_k} W_i \Big|_{N_k+1}^L \right) \quad 2.15$$

와 같이 얻어지며 신호의 활동도에 따른 출력은 다음과 같다.

$$\hat{s}(m, n) = \sum_{l=-N_k}^{N_k} \sum_{k=-N_k}^{N_k} w_i^{opt}(l, k) X(m-l, n-k). \quad 2.16$$

즉 실제 출력을 위해 사용되어 지는 계수는 식 2.12를 통해 얻어진 계수를 이용해 식 2.15와 같이 얻어지며 신호의 최종 출력은 식 2.16을 통해 얻어진다.

3. 실험 결과

본 논문에서 제안한 적응 윈도우를 기본으로 한 적응 필터의 성능 평가는 실제 영상을 이용해 확인해 본다. 영상은 512×512 크기의 흑백 다층 계조를 가지는 Lenna 영상에 분산이 700 이고 평균이 0 인 백색 가우시안 노이즈를 첨가 하였으며, TDLMS 처리 시 7×7 윈도우, 지연값은 (1,1)을 사용 하였고, step size $\mu=0.00000001$ 을 적용 했다. 또한 윈도우의 크기를 결

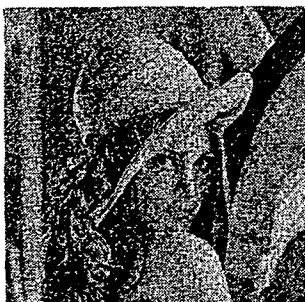
정하는 적응 윈도우 알고리즘에서는 최소 3x3에서 최대 11x11까지 윈도우 크기의 변화를 주었다. 이에 따른 실험 결과 영상은 그림2 에 나타내었다.

4. 결론

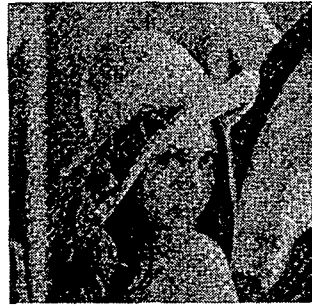
본 논문에서는 적응 윈도우를 기반으로 한 새로운 적응 필터를 제안 하였고, 활동도에 따라 적응적으로 윈도우의 크기를 적용함으로써 영상의 변화가 없는 부분에서는 큰 윈도우가 적용 되어 평균 필터의 특성을 강하게 나타냄으로써 백색 가우시안/유색 노이즈의 제거 효율을 높였고 윤곽 부분에서는 적은 크기의 윈도우를 적용 함으로써 윤곽 보존 특성도 우수함을 볼 수 있다. 따라서 제안한 방법은 기존의 적응필터가 가지는 노이즈 제거와 윤곽 정보 유지 사이의 한계성을 극복함을 볼 수 있다. 또한 본 논문에서 제안하는 내용은 적응 필터의 계수 갱신 이후 신호 처리 시에 적용 되어 어떤 알고리즘의 적응 필터를 사용 하더라도 독립적으로 적용이 가능하므로 일정한 크기의 윈도우 크기를 사용하는 모든 적응 필터 알고리즘에 적용함으로써 그 적용 대상의 측면에서 많은 적응 필터에 사용이 가능하다.



a. 원 영상



b. noisy 영상



c. TDLMS처리영상



d. 제안된 방법 처리

그림 2. Lena 영상에 백색 노이즈 첨가 후 처리 결과

참고 문헌

- [1] Bernard Widrow and Samuel D.Stearns Adaptive Signal Processing, Prentice Hall, New Jersey, pp 3-25,1985 .
- [2] M.M.Hadhoud and D.W Thomas,"The two-dimensional adaptive LMS(TDLMS) algorithm"IEEE Trans. Circuits Syst.,vol.35 pp.485-494,May 1988.
- [3] Ibrahim, H.M.; Gharieb, R.R. "Two-dimensional cumulant-based adaptive enhancer" Image Processing, 1996. Proceedings., International Conference on , Volume: 1 , 1996 Page(s): 789 - 792 vol.1
- [4] W.J.Song and W.A. Pearlman,"Edge-preserving noise filtering based on adaptive windowing" IEEE Trans. Circuit System,vol.CSA-35,pp.1048-1055, August 1988.

Acknowledgement

The authors wish to acknowledgement that this work has been partially supported by BK21 Program from Ministry of Education.