

# Generalized Comb 필터를 사용한 CIC 필터의 통과대역 Sharpening 기법

전 누리, 장 영 범  
이화여자대학교 정보통신학과  
전화 : 02-3277-4251 / 핸드폰 : 011-445-2830

## CIC Filter Passband Sharpening Using Generalized Comb Filters

Nooree Jeon, Young-Beom Jang  
Dept. of Information Electronics Engineering, Ewha Womans University  
E-mail : ybjang@mm.ewha.ac.kr

### Abstract

In this paper, a new CIC filter structure for reduction of passband droop in CIC decimation filters is proposed. For improvement of passband characteristics, the 1st order Generalized Comb Filter(GCF) is proposed in addition to the conventional CIC decimation filters. By using this filter, it is shown that passband droop is remarkably reduced, and aliasing attenuation is slightly increased. We also propose how to find the optimum filter coefficient. Furthermore, it is shown that choices for GCF are possible in terms of the number of Half-Band filters. Passband droops and aliasing attenuations of the proposed structure are compared with those of the CIC structures using conventional sharpening techniques.

### I. 서론

무선 통신 수신시스템에서 중간주파수 단의 디지털 신호 처리 구조를 DDC(Digital Down Converters) 또는 DFDC(Digital Frequency Down Converters)라고 부른다. 일반적으로 DDC 입력신호의 샘플링 레이트는 매우 높는데 반하여 통과대역의 대역폭은 매우 좁기 때문에 데시메이션 인수가 매우 크므로 효율적인 데시메이션 필터가 필요하게 된다. 데시메이션 인수가 매우 큰 필터를 일반 필터를 사용하여 설계하면 너무 고차의 필터가 요구되므로 구현 측면에서 볼 때 비효율적이다. 따라서 상용화된 DDC 칩들을 살펴보면 CIC(Cascaded Integrator-Comb) 필터와 Half-Band 필터의

스테이지로 나누어 데시메이션 필터를 설계하고 있다. E. B. Hogenauer에 의하여 제안된 CIC 필터는 1)곱셈기가 필요하지 않으며, 2)규칙적인 구조를 갖고 있으며, 3)처리속도의 변환이 가능하기 때문에 고속을 요하는 필터에 적합하다.[1] 이러한 CIC 필터의 시스템함수는 다음과 같다.

$$H(z) = \left\{ \frac{1}{M} \frac{1-z^{-M}}{1-z^{-1}} \right\}^L \quad (1)$$

위의 식에서  $M$ 은 데시메이션 인수이고  $L$ 은 필터의 차수로 정의한다. CIC 시스템함수를 Integrator와 Comb의 직렬연결로 분리시키면 그림 1(a)와 같으며, 각각의 Integrator 필터와 Comb 필터의 시스템함수는 다음과 같다.

$$H_I(z) = \left\{ \frac{1}{M} \frac{1}{1-z^{-1}} \right\}^L, H_C(z^M) \approx (1-z^{-M})^L \quad (2)$$

이 식에서 보듯이 Comb 필터의 전달함수가  $z^M$ 의 함수로 나타내지므로 뒤에 붙는  $M$ 의 데시메이터와 위치 바꿈이 가능해진다.  $z^M$ 의 함수와  $M$ 의 데시메이터의 위치를 바꿀 때, 바꾼 뒤의 필터는  $z$ 의 함수가 된다. 따라서 그림 1(b)와 같이 Integrator 필터는 빠른 주파수로 처리되고, Comb 필터는 상대적으로 느린 주파수로 처리되는 구조가 만들어진다. 이와 같은 CIC 필터는 통과대역에서 Droop이 발생하므로 이를 감소시켜 평평하게 하는 기술들이 연구되고 있다.[2]-[4] [2]와 [3]에서는 필터의 Sharpening 기술을 CIC 필터에 적용하여 3개의 CIC 필터의 조합으로 Droop을 개선하는 방식이 제시되었다. 3개의 CIC 필터를 사용하므로 Aliasing 어테뉴이션은 상당히 향상되며, 통과대역의 Droop도 개선되는 구조가 된다. [4]에서는 ISOP(Interpolated Second Order Polynomial)라는 2차 필터를 CIC 필터와

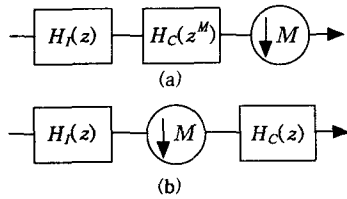


그림 1. CIC 필터  
(a) Integrator와 Comb 필터로 분리,  
(b) Comb 필터와 데시메이터의 위치바꿈

Half-Band 필터의 사이에 삽입하여 통과대역의 Droop을 향상시켰다. 본 논문에서는 지금까지 제안된 구조들에 비하여 더욱 간단한 하드웨어로 통과대역의 Droop을 감소시킬 수 있는 새로운 Droop 향상기법을 제안한다.

## II. Generalized Comb 필터를 사용한 Sharpening 기법 제안

CIC 필터는 식 (1)에서 보듯이 파라미터가 2개 밖에 없으므로 원하는 필터 특성을 만족시키기가 어렵다. 데시메이션 인수  $M$ 을 사용하여 통과대역의 주파수를 조정하며, 필터차

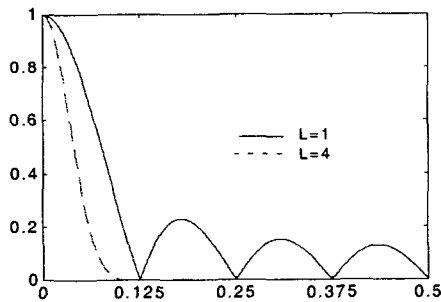


그림 2. CIC 필터의 주파수 응답 ( $M=8$ )

수  $L$ 을 사용하여 통과대역과 저지대역의  $\delta$ 를 조정하는 것이 전부이다. 원하는 데시메이션 인수는 초기에 결정되므로 실제로 조정 파라미터는  $L$  밖에 없다. 식 (1)에서  $L$ 을 증가시키면 저지대역의 어테뉴이션은 향상되나 통과대역의 Droop이 나빠진다. 따라서 일단  $L$ 을 증가시켜 원하는 저지대역의 특성을 확보한 후에, 통과대역의 Droop은 뒤에 사용하는 Half-Band 필터의 사용 단을 증가시켜서 Droop의 영향을 최소화시킬 수 있다. 그림 2는  $L$ 이 1일 때와 4일 때의 필터 특성을 보여주고 있다. 그림 2에서 보듯이  $L$ 을 4로 증가시키면 저지대역의 특성이 매우 향상됨을 볼 수 있다. 반면에 통과대역의 Droop이 커지므로 이를 개선하는 기술이 필요하다. 먼저 우리는 그림 3(b)와 같은  $z$  평면의 제로도를 제안한다. 그림 3(a)의  $z$  평면에서 단위 원에 위치한 제로들

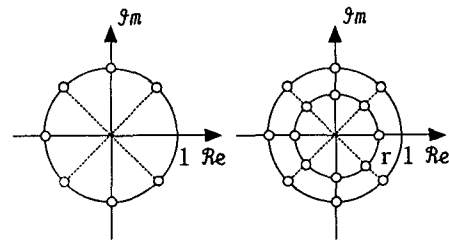


그림 3. 제로도 (a) CIC, (b) CIC with GCF

은 기존 CIC 필터의 제로를 나타내고 있다. 본 논문에서는 반지름이 1보다 작은 원에 그림 3(b)와 같이 제로들이 위치한 GCF를 추가하였다. CIC 필터와 제안된 GCF의 주파수 응답은 각각 그림 4의 (a)(b)와 같으며, Droop이 개선된 후의 주파수 응답은 그림 4(c)와 같다. 그림 4(b)에서 보여지듯이 GCF의 주파수 응답은 CIC 필터의 통과대역 Droop을 향

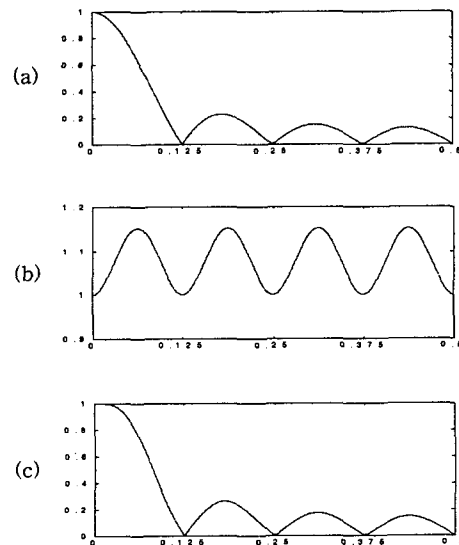


그림 4. 제안된 CIC with GCF 구조의 주파수 응답  
(a) CIC, (b) GCF, (c) CIC with GCF

상시키도록 통과대역에서 증가하는 특성을 가지며 시스템 합수는 다음과 같다.

$$P_k(z^M) = \frac{1 - (rz^{-1})^{kM}}{|1 - r^{kM}|} \quad (3)$$

위의 식에서  $k=1, M=8$ 인 경우의 제로도가 그림 3(b)이다. 식 (3)에서의 분모는 그림 4(b)의 주파수가 0일 때의 계인을 1로 맞추기 위함이다. 우리가 제안한 식 (3)의 GCF에서  $k$ 의 선택은 다음과 같다. 먼저 CIC 뒤에 사용되는 Half-Band 필

## Generalized Comb 필터를 사용한 CIC 필터의 통과대역 Sharpening 기법

터의 수  $m$ 에 따라 CIC 필터의 통과대역  $f_c$ 는 다음과 같다.

$$f_c = \frac{1}{2^{m+1}M} \quad (4)$$

이때  $k$ 의 선택은  $2^m$ 의 약수들 중에서의 선택이 가능하다. Half-Band 필터가 전혀 사용되지 않는 경우 통과대역은  $1/(2M)$ 이 되며  $k$ 의 선택은 1만이 가능하다. 만일 1개의 Half-Band 필터가 사용되면 통과대역이  $1/(4M)$ 이 되므로 이 경우에는  $k$ 로서 2의 약수인 1 또는 2를 사용할 수 있다. 2개의 Half-Band 필터가 사용되는 경우에는 통과대역이  $1/(8M)$ 이 되므로  $k$ 의 선택 폭은 더욱 넓어져  $2^2$ 의 약수들인 1, 2, 4 중에서 고를 수 있다. 즉 Half-Band 필터의 사용 수에 따라  $k$ 의 선택 폭이 결정된다. 식(3)은  $z^M$ 의 함수이므로 Comb 필터와 마찬가지로 데시메이터  $M$ 과의 위치 바꿈이 가능하다. 데시메이터  $M$ 과 위치를 바꾼 후의 GCF 시스템함수는 다음과 같다.

$$P_k(z) = \frac{1 - r^{kM} z^{-k}}{1 - r^{kM}} \quad (5)$$

위의 식에서 보듯이 분모의 스케일링 값을 제외하면  $r^{kM}$ 의 1개의 곱셈만이 필요한 구조이다. 최종의 본 논문이 제안하

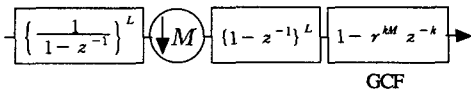


그림 5. 제안된 CIC with GCF의 필터 구조

는 CIC 필터의 구조는 그림 5와 같다. 그림 5의 GCF에서는 식 (5)의 분모에 해당하는 스케일링 값은 생략하고 표기하였다.

### III. 최적의 GCF에 대한 실험 및 고찰

이 장에서는 최적의 Generalized Comb 필터를 설계하는 방법을 제안한다. 선택 가능한  $k$ 에 대하여 [4]에서 제안된 다음의 식을 이용하여 최소의  $\delta$  값을 찾는 방법을 사용하였다.

$$|H(e^{j\omega})P_k(e^{j\omega}) - 1| < \delta, \text{ for } 0 \leq \frac{\omega}{2\pi} \leq f_c \quad (6)$$

위의 식에서  $H(e^{j\omega})$ 와  $P_k(e^{j\omega})$ 는 각각 CIC 필터와 제안된 GCF의 주파수 응답들이고  $f_c$ 는 통과대역의 주파수이다. 예제로서 CIC 필터의  $M$ 은 8이고  $L$ 은 4이며, CIC 필터 뒤에 Half-Band 필터를 1개 사용하는 경우의 최적 필터계수를 구해보도록 하자. 따라서 전체의 데시메이션 인수는 16이 된다. 이 경우 1개의 Half-Band 필터가 사용되므로 통과대역  $f_c$

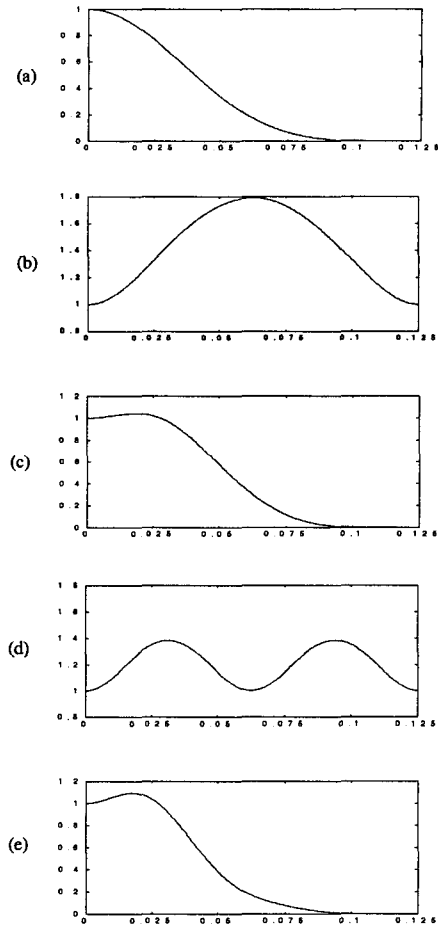


그림 6. 주파수 응답 ( $M=8, L=4, f_c=1/32$ )

(a)CIC, (b)  $k=1$ 의 GCF, (c)  $k=1$ 의 CIC with GCF, (d)  $k=2$ 의 GCF, (e)  $k=2$ 의 CIC with GCF

는  $1/(4M)=0.03125$ 가 된다. 따라서 그림 6 (b)와 (d)와 같은 GCF 필터를 사용하면 Droop를 개선할 수 있다. 즉,  $k$ 로서 1 또는 2를 사용할 수 있으며 식(6)을 사용한 최적의 GCF를 구하면 다음과 같다.

$$P_{1,opt}(z) = \frac{1 - 0.2837z^{-1}}{0.7163} \quad (7)$$

$$P_{2,opt}(z) = \frac{1 - 0.1609z^{-2}}{0.8391}$$

식 (7)의 GCF를 사용하여 Droop를 개선한 결과 그림 6 (c)와 (e)의 주파수 응답을 얻었다. 그림 6에서 통과대역인 0부터 0.03125의 구간을 보면 (c)가 (e)보다 리플이 더 적음을 알 수 있다. 즉, 통과대역만을 고려한다면  $P_2(z)$ 보다는  $P_1(z)$ 를 사용하는 것이 더욱 작은 리플을 얻을 수 있음

알 수 있다.

$M=8$ ,  $L=4$ 이고 통과대역이  $1/32$  일 때, 그림 6에서 구한 최적의 통과대역 Droop과 저지대역 Aliasing 어테뉴에이션을 기존 CIC 필터들과 비교하여 정리하면 표 1과 같다. 표 1에서는 통과대역이  $1/64$ 인 경우도 포함하였으며 이 경우는 Half-Band 필터를 2개 사용하는 경우의 통과대역 Droop과 저지대역 Aliasing 감쇄를 보여주고 있다. 제안된 GCF의 구조가 기존 CIC 구조 [1]에 비하여 통과대역의 Droop 특성이 매우 향상됨을 알 수 있으며 Aliasing 어테뉴에이션 특성은

표 1. CIC+GCF, CIC+ISOP, Sharpened CIC, CIC only에서의 통과대역의 Droop과 저지대역의 Aliasing 어테뉴에이션 비교 ( $M=8$ ,  $L=4$ )

$f_c$	구분	통과대역 Droop	Aliasing 감쇄
$\frac{1}{32}$	CIC + GCF	0.358	38.06
	CIC + ISOP	0.41	38.14
	Sharpened CIC	2.692	73.14
	CIC only	3.59	41.32
$\frac{1}{64}$	CIC + GCF	0.0235	66.96
	CIC + ISOP	0.0248	66.96
	Sharpened CIC	0.231	126.10
	CIC only	0.88	67.82

약간 열세임을 알 수 있다. 또한 ISOP를 사용한 CIC 구조인 [4]와 비교하면 통과대역의 Droop 특성은 약간 향상되고 Aliasing 어테뉴에이션은 증가임 알 수 있다. Sharpened CIC를 사용한 [2]의 방식은 CIC 필터의 3개의 조합이므로 하드웨어의 비용이 3배로 증가된다. 본 논문이 제안하는 구조는 Sharpened CIC에 비하여 통과대역 특성이 매우 우수하나 저지대역의 특성이 약간 열세이다.

제안된 구조의 하드웨어 구현 비용을 살펴보면 추가로 필요한 요소는 곱셈기, 덧셈기, 지연소자가 각각 1개가 필요하다. 식 (5)의 분모에 해당하는 스케일링 값은 필터 전체에 한 개만 필요하므로 기존의 CIC 필터에 필요한 스케일링 값과 곱해서 하나로 구현할 수 있으므로 따로 카운트하지 않았다. 따라서 기존의 구조들과 비교하여 가장 간단한 구조를 갖고 있음을 알 수 있다.

#### IV. 결론

CIC 데시메이션 필터의 통과대역 Droop을 개선할 수 있는 새로운 필터 구조를 제안하였다. 1차의 GCF를 기존의 Comb 필터 뒤에 삽입함으로써 Droop이 현저히 개선됨을 보였다. 또한 통과대역이 정의되면 Droop을 향상시키기 위하여 여러 가지 GCF의 선택이 가능하며 각각의 선택된 GCF마다 최적

의 GCF 계수를 찾을 수 있음을 예제를 통하여 보였다. 최적 필터계수에 대한 통과대역 Droop과 저지대역 Aliasing 어테뉴에이션을 구하여 기존의 Droop 개선 방식을 사용한 구조들과의 특성을 비교한 결과 구현 하드웨어의 비용은 가장 작으면서도 통과대역의 Droop이 가장 많이 개선됨을 보였다. 따라서 CIC 필터의 가장 큰 제약의 하나인 Droop을 현저히 개선시킴으로서 일반 필터와도 특성 경쟁을 할 수 있는 구조를 얻을 수 있었다.

#### 참고문헌

- [1] E. B. Hogenauer, "An economical class of digital filters for decimation and interpolation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-29, no. 2, pp. 155-162, April 1981.
- [2] A. Y. Kwentus, Z. Jiang, and A. N. Willson, Jr., "Application of filter sharpening to cascaded integer-comb decimation filters," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 457-467, Feb. 1997.
- [3] J. Kaiser and R. Hamming, "Sharpening the response of a symmetric nonrecursive filter by multiple use of the same filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-25, pp. 415-422, Oct. 1977.
- [4] H. J. Oh, S. Kim, G. Choi, and Y. H. Lee, "On the use of interpolated second-order polynomials for efficient filter design in programmable downconversion," *IEEE Journal on selected areas in communications*, vol. 17, no. 4, pp. 551 - 560, April 1999.
- [5] H. K. Yang and W. M. Snelgrove, "High speed polyphase CIC decimation filters," *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Volume 2*, pp. 229-232, 1996.
- [6] Y. Gao, L. Jia, and H. Tenhunen, "An improved architecture and implementation of cascaded integrator-comb decimation filters," *IEEE International ASIC / SOC Conference*, pp. 391-395, 1999.
- [7] Y. Gao, L. Jia, and H. Tenhunen, "A partial-polyphase VLSI architecture for very high speed CIC decimation filters," *IEEE Pacific Rim Conference on communications, computers and signal processing*, pp. 317-320, 1999.