한국전산구조공학회
2001년도 봄 학술발표회 논문집

구조물의 응답만을 이용한 모드계수 추정법에 대한 비교연구

MODAL PARAMETER IDENTIFICATION METHODS WITHOUT INPUT INFORMATION: A COMPARATIVE STUDY

윤정방* 이진학** 이종재***
Yun, Chung-Bang Yi, Jin-Hak Lee, Jong-Jae

ABSTRACT

In this paper, several modal identification techniques without using the input information are investigated. Generally, the peak picking method is most widely used, however, other methods may give better estimates particularly for the cases with close modes and/or highly damped system modes. Example analyses were carried out on three different structures, and the estimated modal parameters by various methods are compared.

1. 서론

실험모드해석은 해석모델의 개선 또는 구조물 건전성의 평가와 관련하여 구조공학의 여러 분야에서 많은 관심을 받고 있다. 충격시험과 같은 강제 진동시험은 비교적 규모가 작은 단경간 교량 등의 구조물에 적용이 가능하며, 댐이나 장대교량과 같이 규모가 큰 구조물의 경우에는 가진이 어렵고 비용이 많이 드는 단점이 있다. 이러한 경우, 교통하중이나 바람, 파랑 등의 상시하중에 의한 응답을 계측하는 상시진동시험이 효과적인 대안이 될 수 있다. 본 연구에서는 상시진동시험과 같이 입력하중에 대한 정보가 없거나, 혹은 입력하중에 대한 정보를 얻기 어려운 경우, 구조물의 응답만을 이용하여 주파수영역과 시간영역에서 모드계수를 추정하는 기법에 대하여 간략히 소개하고, 각각 다른 가진원을 가지는 세 가지 구조물에 대한 예제해석을 통한 비교연구를 수행하였다.

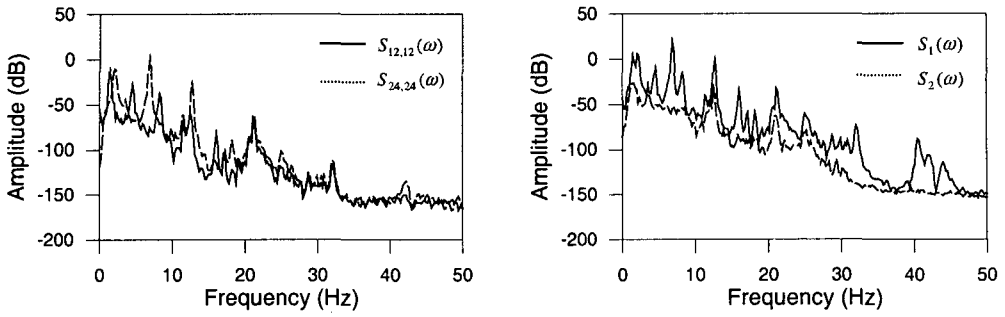
2. 모드계수 추정법

2.1 주파수영역 방법

주로 실무에서 많이 쓰이는 Peak picking (PP) 방법은 구조물 응답의 power spectral density (PSD) function 또는 Cross spectral density (CSD) function을 이용하여 그 peak 값을 읽음으로써 고유주파수를 결정하게 되며, 해당 고유주파수에서의 Spectral density function의 amplitude값을 이용하여 모드형상을 구할 수 있다 (Bendat & Piersol 1993). 그러나, 근접한 모드를 분리해내기 어렵거나 불가능하다는 단점이 있다. 이러한

* 한국과학기술원 토목공학과 교수
** 한국과학기술원 토목공학과 박사후 연구원
*** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

경우에, 구조물 응답의 PSD matrix를 singular value decomposition하여 구조물의 모드형상을 구하는 frequency domain decomposition (FDD) 방법을 이용할 수 있다(Brinker *et al.* 2000). 그림 1에서는 지진하중을 받는 NTU Benchmark 구조물에 대한 PSD와 SV functions의 예를 나타내고 있다(Loh *et al.* 2000).



(a) PSD functions (b) SV functions

그림 1. Power spectral density and singular value functions

2.2 시간영역방법

Ibrahim time domain (ITD) 방법과 eigensystem realization algorithm (ERA) 방법은 원래 자유진동신호에 대하여 정식화 되었다. 그러나, 임의의 하중에 대한 응답을 다룰 수 있도록 randomdec 신호를 이용한 ITD/RD (Ibrahim et al, 1977) 방법과 cross-correlation function을 사용하는 ERA/DC (Juang 1994) 방법으로 확장되었다. cross-correlation function을 사용한 ITD 방법은 correlation matrix의 reference point와 관련된 열만 사용되고, 반면 ERA/DC에서는 전체 또는 주요 부분의 행렬이 사용된다. correlation function 블록의 Hankel matrix를 사용하는 SSI방법은 Hankel matrix를 구성하는 방법에 따라 SSI-BR과 SSI-CVA로 분류될 수 있다. SSI/BR은 기본적으로 realization 과정을 제외하고 ERA/DC와 같다. ERA방법과 SSI방법에 있어서는 최적모델차수를 결정하는 것이 중요하다. 이때 Stabilization chart를 이용하여 최적모델차수와 안정된 모드를 결정할 수 있다. 그림 2와 표 1에서는 NTU benchmark 구조물에 대한 stabilization chart와 SSI/BR방법을 사용한 추정결과를 보이고 있으며, 그 결과를 FDD 방법의 Singular Value의 peak와 비교하였다. 안정된 모드는 FDD 방법의 그림에서 peak 주파수에 위치하고 있음이 분명히 드러난다

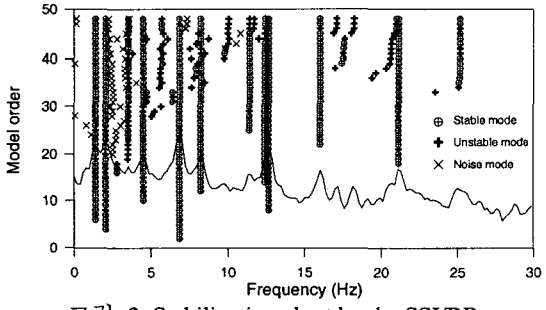


그림 2. Stabilization chart by the SSI/BR

표 1. Estimated results

	Freq.(Hz) (COV%)	Damp. (%) COV(%)	Modes
1	1.39(0.12)	1.81(12.7)	Bx1
2	2.06(0.14)	3.39(4.9)	By1
3	3.53(3.17)	3.14(17.3)	T1
4	4.50(0.10)	1.53(10.3)	Bx2
5	6.85(0.02)	0.23(6.9)	By2
6	8.24(0.07)	0.68(12.1)	Bx3
7	11.42(0.03)	0.26(13.6)	T2

3. 모드계수추정예제

3.1 UBC benchmark structure subjected to roof excitations

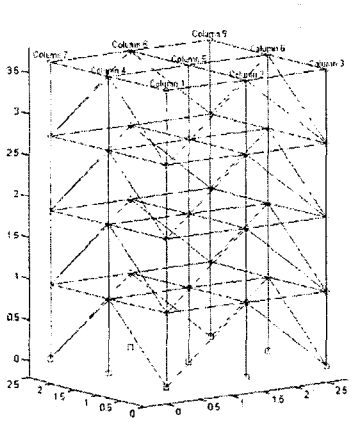


그림 3. UBC model

Univ. of British Columbia에서 수행된 축소모형실험에 대한 모드계수 추정을 수행하였다(Ventura *et al.* 1997, Johnson *et al.* 2000). ASCE task group에서 제공하는 Acceleration Responses Generation Program을 사용하여 roof random excitation에 대한 동적응답을 계산하였다(http:// wusceel.cive.wustl.edu/asce.shm/default.htm). sampling frequency는 500Hz로 총 40sec동안의 가속도응답을 구하였으며, 계측노이즈는 RMS level로 10%를 적용하였다. 주파수영역 방법을 위하여 4096 point에 대한 hanning window를 적용하여 FFT를 수행하였고, 50% overlapping을 통하여 Power Spectrum을 구하였다. 시간영역방법 중 ITD/DC와 ERA/DC를 위하여 roof에서의 x방향과 y방향 계측지점을 각각 reference point로 하여 cross-correlation function을 구하였다. 다음의 표2는 모드계수추정결과를 해석모델의 강성행렬과 질량행렬로부터 구한 정확해와 비교한 결과를 보여주고 있다. Frequency domain method에서는 FDD방법이 PP방법보다 우수한 결과를 보여주고 있으며, Time domain method에서는 SSI/BR 방법과 SSI/CVA방법이 비슷한 우위를 차지하고 있음을 알 수 있다. 특히 y방향으로 4번째모드는 x방향으로 3번째 모드와 가까이 있어 추정이 어려운 상황에서도 ITD/DC와 SSI/CVA방법은 정확하게 모드를 추정하고 있음을 알 수 있다.

표 2. Identified natural frequencies using different methods (Hz)

		Frequency Domain		Time Domain			
Mode	**Exact**	**PP**	**FDD**	**ITD/DC**	**ERA/DC**	**SSI/BR**	**SSI/CVA**
By1	9.411	9.537(1.34)	9.399(0.12)	9.446(0.38)	9.427(0.17)	9.4302(0.21)	9.429(.019)
Bx1	11.791	11.917(1.07)	11.841(0.42)	11.800(0.07)	11.814(0.19)	11.817(0.22)	11.814(0.19)
By2	25.545	25.475(0.27)	25.513(0.12)	25.545(0.00)	25.503(0.16)	25.510(0.14)	25.494(0.19)
Bx2	32.006	31.548(1.43)	31.982(0.08)	32.047(0.13)	32.022(0.05)	32.024(0.06)	32.008(0.01)
By3	38.663	38.617(0.12)	38.574(0.23)	38.564(0.26)	68.653(0.03)	38.625(0.10)	38.635(0.07)
By4	48.007	-	-	48.010(0.01)	-	-	47.870(0.29)
Bx3	48.443	48.462(0.04)	48.462(0.04)	48.477(0.07)	48.722(0.58)	48.477(0.07)	48.504(0.13)
Bx4	60.150	60.181(0.05)	60.181(0.05)	60.142(0.01)	60.089(0.10)	60.165(0.02)	60.102(0.08)
Average error*		0.617	0.152	0.153	0.183	0.115	0.116

Note: The values in parentheses are estimation errors in %, and the average error is calculated excluding the data for By4

3.2 NTU benchmark structure under seismic loadings

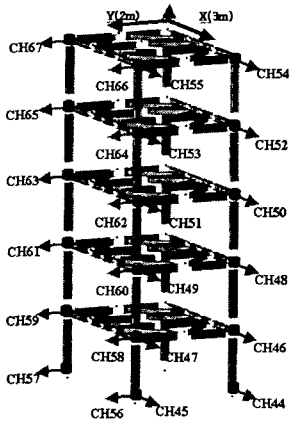


그림 4.NTU structure

본 절에서는 지진하중을 받는 5층 프레임구조물에 대한 모드해석을 수행하였다. 본 연구에서 사용된 구조물은 벤치마킹을 위하여 대만국립대학의 Loh 교수 연구실에서 제작한 것이며, 대상구조물과 가속도계의 위치는 그림 4에 나타낸 바와 같다(Ch44가 1번 가속도계에 해당). El Centro지진의 x, y 방향 가속도 성분에 대하여 각각 20%, 30%를 고려한 지반가속도가 진동대실험의 입력지진으로 사용되었다. 추정된 고유주파수와 감쇠비는 표 3에 나타내었다. 짙게 표시된 값들은 추정치의 평균에서 표준편차를 초과하는 값들을 나타낸다. SSI/BR방법을 사용한 추정치가 가정 신뢰성이 있는 것으로 나타났으며, 감쇠비는 고차모드에서 작게 나타났다. 추정된 모드형상의 Modal assurance criterion (MAC) 값은 0.95이상으로 나타났으며, 이는 추정된 모드형상들이 매우 유사함을 나타낸다 그림 5에서는 FDD방법을 사용하여 추정한 모드형상들을 나타내고 있다.

표 3. Estimated natural frequencies and damping ratios using different methods (Hz)

Modes	PP	FDD	ITD/DC	ERA/DC	SSI/BR	SSI/CVA	Mean
Bx1	1.367	1.367	1.383(0.589)	1.396(1.881)	1.392(0.813)	1.395(1.706)	1.383(1.725)
By1	2.012	2.051	2.060(3.164)	2.06(3.255)	2.055(3.40)	2.058(3.277)	2.049(3.274)
T1	3.511	3.516	3.553(0.702)	3.535(1.551)	3.526(3.14)	3.525(0.269)	3.528(1.412)
Bx2	4.511	4.492	4.528(0.593)	4.487(1.418)	4.497(1.53)	4.502(1.813)	4.503(1.339)
By2	6.840	6.836	6.856(0.139)	6.857(0.219)	6.854(0.232)	6.854(0.215)	6.850(0.201)
Bx3	8.232	8.300	8.213(0.682)	8.245(0.726)	8.242(0.695)	8.245(0.789)	8.246(0723)
T2	11.45	11.43	11.42(0.248)	11.42(0.231)	11.42(0.255)	11.41(0.512)	11.43(0.312)
Bx4	12.34	12.60	12.44(1.025)	12.44(0.512)	12.42(0.600)	12.40(0.650)	12.44(0.697)
By3	12.65	12.70	12.67(0.020)	12.65(0.105)	12.67(0.116)	12.67(0.112)	12.67(0.088)
Bx5	16.05	16.02	16.02(0.132)	16.06(0.323)	16.02(0.202)	16.00(0.203)	16.03(0.215)
By4	18.20	18.16	17.13(0.171)	18.21(0.281)	18.24(0.455)	18.24(0.740)	18.03(0.412)
T3	21.14	21.19	21.23(0.642)	21.15(0.468)	21.15(0.749)	21.15(0.730)	21.17(0.647)
By5	25.04	25.00	25.06(0.345)	25.09(0.541)	25.15(0.918)	25.15(0.707)	25.08(0.628)
T4	31.99	32.03	32.05(0.593)	32.10(0.315)	32.12(0.585)	32.00(0.989)	32.04(0.621)
T5	40.50	40.43	41.72(2.270)	41.85(0.802)	40.45(0.580)	40.65(0.987)	40.93(1.160)

Note: The values in parentheses are damping ratios in %.

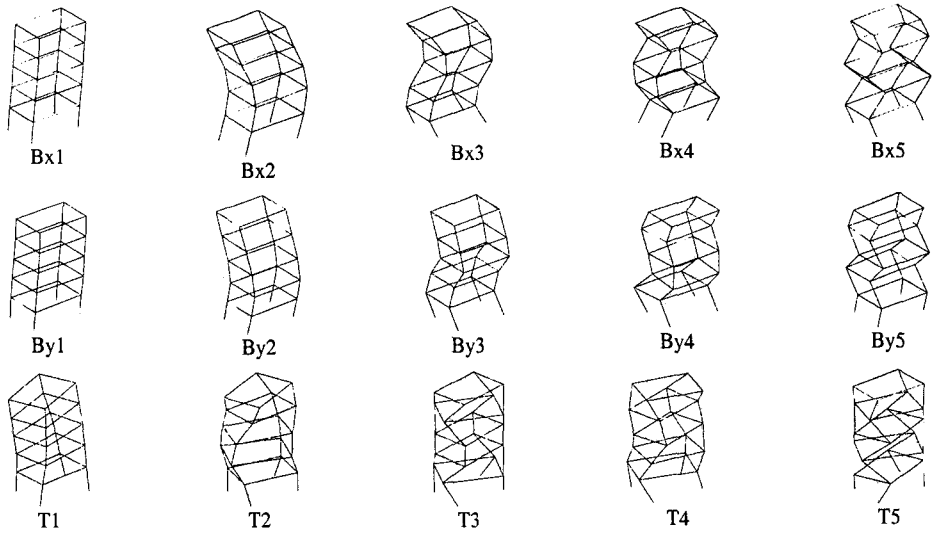


그림 5. Identified mode shapes using the FDD method

3.3 Bridge model under vehicle loadings

다음 그림 6과 같은 합성형 단면을 갖는 실험모형교량에 대하여 주행하중시험을 실시하였다. 교량의 지간은 6m, 폭은 1m, 가속도계 센서는 그림 7과 같이 균등하게 분포시켰다. 모형차량을 주행시켜 실험을 수행하였다. Sampling rate 1000Hz로 30sec동안 응답을 측정하였다(Yun *et al.* 2000). 표 4와 그림 8에서는 추정된 모드계수와 모드형상을 나타내고 있다. 앞의 예제에서와 마찬가지로 짙게 표시된 값들은 추정치의 평균에서 표준편차를 초과하는 값들을 나타낸다. ERA/DC와 SSI/BR을 사용한 추정치는 모든 모드에서 표준편차이내의 범위에 있음을 알 수 있으며 이는 ERA/DC와 SSI/BR방법으로부터 신뢰성있고, 안정적인 결과를 얻을 수 있음을 의미한다. 이 구조물에 대한 감쇠비의 추정값은 다른 구조물에서보다 높게 나타났으며, 이는 모형교량의 상판이 steel girder와 concrete slab로 구성되어있기 때문으로 판단된다.

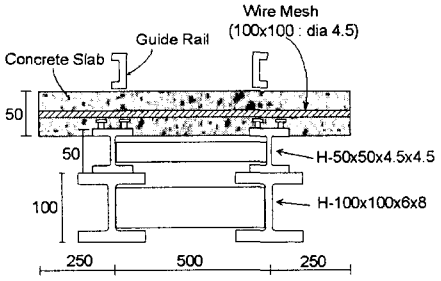


그림 6. Cross-section view of the bridge model (lengths in mm)

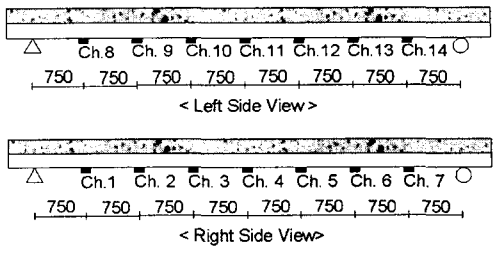


그림 7. Locations of accelerometers (lengths in mm)

표 4. Identified natural frequencies and damping ratios using different methods (Hz)

Modes	PP	FDD	ITD/DC	ERA/DC	SSI/BR	SSI/CVA	Mean
B1	10.254[4]	10.254	10.371(27.66)[4]	10.257(4.04)	10.067(5.32)	9.786(5.37)	10.165(10.60)
T1	21.484[4]	21.484	21.822(15.26)[4]	21.569(12.77)	21.587(4.82)	21.346(12.8)	21.549(11.41)
B2	40.527[1]	40.527	40.711(4.65)[1]	40.691(4.638)	40.596(4.86)	40.691(4.64)	40.624(4.70)
T2	50.520[1]	51.758	51.590(4.73)[1]	51.116(4.32)	51.443(3.55)	51.516(4.32)	51.324(4.23)
B3	80.811[1]	80.566	81.225(2.73)[1]	81.181(2.57)	81.336(2.36)	81.181(2.57)	81.050(2.56)
T3	90.803[4]	90.820	91.540(2.08)[4]	91.434(1.67)	91.263(1.76)	91.248(2.55)	91.185(2.02)

Note: The values in parenthesis are damping ratios in %, and the superscripts denote the reference point.

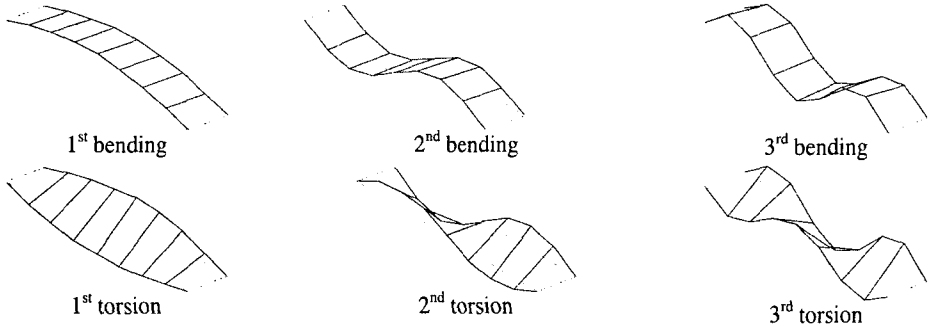


그림 8. Identified mode shapes using the FDD method

4. 결론

FDD방법은 간략하고 정확하기 때문에 일반적으로 가장 많이 쓰이고 있는 PP방법에 대한 좋은 대안이 될 수 있다. ITD/DC 방법은 reference point를 적절히 정하는 경우, 근접한 모드가 있는 경우에도 신뢰성 있는 결과를 주는 것으로 나타났다. ERA/DC와 SSI/BR방법은 PP, FDD, ITD/DC방법에 비하여 많은 계산시간이 필요하지만, 더 신뢰성있고 정확한 결과를 준다. SSI/CVA는 여러 번의 행렬 계산으로 인하여 가장 많은 계산시간이 소요된다. 결론적으로 ITD/DC와 FDD의 계산시간은 비슷하지만, ITD의 경우 응답신호로부터 Block matrix를 만드는데 여러변수가 있기 때문에 예비실험 단계에서는 FDD가 더 좋은 대안이 되며, ERA/DC방법이나 SSI/BR방법은 최종단계에서 추정결과를 향상시키는데 사용하는 것이 합리적인 대안이 된다고 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단지정 서울대학교 지진공학연구센터의 연구비지원에 의한 결과로써, 저자들은 이의 지원에 감사한다.

참고문헌

1. Bendat, J.S. and Piersol, A.G.(1993), Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, John Wiley & Sons, New York, USA.

2. Brinker, R., Zhang, L. and Andersen, P., "Modal Identification from Ambient Response Using Frequency Domain Decomposition," Proceedings of 16th International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, USA, Feb. 6-10, 2000, 625-630

3. Hermans, L. and Van Der Auweraer, H., "Modal Testing and Analysis of Structures under Operational Conditions: Industrial Applications," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.13, No.2, 1999, pp. 193-216.

4. Ibrahim, S.R. and Mikulcik, E.C., "A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from the Free Response," Shock and Vibration Bulletin, No.47, Part 4, Sept. 1977, pp. 183-198

5. Ibrahim, S.R., "Random Decremental Technique for Modal Identification of Structures," Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 14, No.11, Sept. 1977, pp. 696-700.

6. Johnson, E.A., Lam, H.F., Katafygiotis, L.S., and Beck, J.L., "A Benchmark Problem for Structural Health Monitoring and Damage Detection," Proceedings of 14th ASCE Engineering Mechanics Conference (EM2000), Austin, Texas, May 21-24, 2000

7. Junag, J.N. (1994), Applied System Identification, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.

8. Loh, C.H., Lin, C.Y., and Huang, C.C., "Structural Identification of Frames under Earthquake Loading—Time Domain Identification Algorithms," Journal of Engineering Mechanics, Vol.126, No.7, July 2000, pp.693-703

9. Otte, D., Van de Ponseele P., and Leuridan, J., "Operational Shapes Estimation as a Function of Dynamic Loads," Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, 1990, pp. 413-421

10. Overschee V.P. and De Moor, B., (1996), Subspace Identification for Linear Systems, Kluwer Academic Publisher

11. Peeters, B. and De Roeck, G., "Reference-Based Stochastic Subspace Identification for Output-Only Modal Analysis," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.13, No.6, 1999, pp. 855-878.

12. Ventura, C.E., Prion, H.G.L., Black, C., Rezai, K.M., and Latendresse, "Modal Properties of a Steel Frame Used for Seismic Evaluation Studies," 15th International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, February 3-6, 1997

13. Yun, C.B., Yi, J.H., Shim, J.M., Lee, J.W., and Kim, J.D., "Damage Estimation for Bridge Model under Traffic Loadings," Proceedings of 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability (PMC 2000), Notre Dame, Indiana, July 24-26, 2000