

균열닫힘모델을 이용한 수치해석

Numerical Analysis of Crack Growth Using a Crack Closure Model

최 동 호* 최 항 용** 이 준 구***
Choi, Dong Ho Choi, Hong Yong Lee, Jun Gu

ABSTRACT

This study is concerned with the application of an analytical model of cyclic crack growth that includes the effects of crack closure. The crack closure model is based on the Dugdale model and the strip model, considering the plasticity-induced closure which is caused by residual plastic deformation remaining in the wake of an advancing crack. This study is performed to get the relation between crack growth and crack opening stress with the constant stress ratio, and the relation between stress ratio and crack opening stress with the constant maximum stress under constant-amplitude loading. Under constant-amplitude loading, the crack opening stress is conversed the constant value as a crack grows and is proportion to both the stress ratio and the maximum stress. The crack closure effect, however, is decreased in the positive stress ratio and disappeared at about 0.7. The crack growth analysis using the crack closure model shows that the influence of stress ratio is minimized in the relation between crack growth ratio and effective stress intensity range specially at the negative stress ratio.

1. 서 론

반복하중에 의한 피로균열은 그 작용하는 하중과 균열의 형상 등에 의해 영향을 받는다. 일반적으로 구조물에 작용하는 하중은 그 크기와 진폭, 응력비 등 다양한 변수를 갖게 된다. 특히 일반적으로 행해지는 피로실험은 응력비에 따라서 각기 다른 결과를 갖게 된다. 또한 균열이 진진함에 따라 균열선단에 응력집중이 발생하여 국부적인 소성상태가 되고, 균열이 진진함에 따라 잔류변형이 존재하게 됨으로 정확한 해석을 위해서는 소성영역의 해석이 필요하다. 이러한 잔류소성변형을 고려한 균열성장을 해석하기 위해서는 균열닫힘에 대한 이론적인 이해가 필요하다.

균열닫힘현상의 효과는 Elber(1970)에 의해 처음으로 제안된 이후 균열닫힘현상의 매케니즘과 피로수명에 미치는 영향 등에 관하여 많은 연구가 수행되어 왔다. 균열닫힘현상이란 피로균열이 최소응력에까지 감소하기 전에 균열의 일부가 서로 접촉하게 되고 이 접촉부는 인장응력은 전달할 수 없으나 압축응력은 전달할 수 있게 되어 균열로서의 효과를 상실하게 되는 현상이다. 이로 인해 피로균열의 성장 구동력이 감소하게 된다.

* 정회원, 한양대학교 도시건설환경공학과군 토목공학과 조교수

** 학생회원, 한양대학교 토목공학과 박사과정

*** 대한컨설팅트 구조2부, 공학석사

따라서, Elber(1970, 1971)는 균열선단에서의 실질적인 응력상태는 응력확대계수범위 ΔK 가 아닌 균열닫힘을 고려한 유효응력확대계수범위 ΔK_{eff} 로 표현해야 한다고 제안하였다. 균열닫힘현상은 피로균열성장에 미치는 응력비의 영향과 과하중의 영향 등 피로에 의한 현상들을 설명할 수 있으므로 피로현상을 해석하는데 매우 유용하다(Jacoby, 1976; Wang과 Blom, 1991).

균열닫힘현상을 일으키는 주된 원인으로 소성변형에 의한 균열닫힘(Plasticity-induced closure), 파괴면의 거칠기에 의한 균열닫힘(Roughness-induced closure), 균열표면의 산화에 따른 균열닫힘(Oxide-induced closure) 등으로 크게 나누어진다. 이중에서도 소성변형에 의한 균열닫힘현상이 균열성장에 미치는 영향이 재료역학 분야에서 주로 연구되고 있으며, 본 연구에서도 소성변형에 의한 균열닫힘현상만을 고려하고자 한다.

균열닫힘현상은 여러 가지 실험과 이론적 모델을 이용한 해석을 통해 규명되어 왔다. 이론적 모델에 의한 해석을 위해서는 탄소성법과 수치해법을 사용하여 해석되어왔다. 이러한 모델들은 대부분 더그달 모델(Dugdale model)과 스트립모델(Strip model)에 수치적인 방법을 사용함으로써 발전해 왔다. Newman(1974)과 Ohji 등(1975)은 유한요소법을 이용하여 효과적인 균열닫힘 모델을 발전시켰고 이후 재료를 완전소성거동으로 가정하여 균열진전해석에 소성변형을 고려한 모델을 제시하였다. Dill과 Saff(1976), Budiansky와 Hutchinson(1978)은 소성변형의 크기가 균열길이에 대해서 일정하다고 가정하였고, Fuehring과 Seeger(1979), Ibrahim 등(1986)은 소성변형의 크기가 균열길이에 따라 조금씩 커짐을 반영하기 위하여 잔류변형의 크기를 사다리꼴로 가정하였다. 이후, Wang과 Blom(1991)은 Bueckner(1971)에 의해 소개되고 발전된 가중함수법(Weight Function Methods)을 유한요소법을 대신 사용하여 해석의 경제성과 시간을 많이 단축하게 되었다.

본 연구에서는 균열닫힘현상을 규명하기 위해서 필요한 소성영역의 크기, 균열면의 변위, 잔류변형, 균열열림 응력의 계산을 위해 균열닫힘 모델을 이용한 수치해석을 수행하였다. 균열닫힘 모델은 더그달 모델과 스트립 모델을 사용하여 소성변형으로 인한 균열닫힘현상을 고려한 균열성장 예측프로그램을 작성하고 인장을 받는 중앙관통균열에 대하여 일정진폭응력 및 변동진폭응력에 의한 균열성장을 예측하고 그 결과를 비교 분석하였다.

2. 균열닫힘 모델

반복하중으로 인해 진전하는 피로균열은 자유표면인 균열면이 최대응력에서 완전히 열리고, 이 균열은 최소 응력으로 감소하는 동안에 일부분 접촉하여 압축응력을 전달할 수 있는 상태가 되어 접촉된 부분은 균열로서의 의미를 상실하게 된다. 이를 균열닫힘현상이라 하고 이 순간의 응력을 균열닫힘응력(Crack Closure Stress; $S_{closure}$)이라 한다. 반대로 이렇게 접촉된 균열면이 다시 하중을 증가시킴에 따라 완전히 분리되는 순간의 응력을 균열열림응력(Crack Opening Stress; S_{op})이라 한다. 일반적으로 균열닫힘응력과 균열열림응력의 값은 실제로 큰 차이가 없어 같은 값으로 간주하고 본 논문에서도 균열닫힘응력과 균열열림응력을 같은 의미로 혼용하였다.

2.1 더그달 모델

균열선단의 소성영역을 균열의 일부로 가정하고 해석하는 대표적인 해석 모델로 더그달 모델(Dugdale model)이 있는데, 이는 소성영역을 포함하는 가상균열을 가정하여 시험체에 작용하는 외부응력과 항복응력에 의한 탄성변위를 중첩시키는 방법으로 소성변형의 문제를 탄성변형의 중첩 문제로 해결하고자 하는 모델이다.

즉, 최대응력이 작용할 때 소성영역을 포함하는 가상균열에 외부하중에 의한 변위는 그림 1(a)와 같고, 소성 영역에 작용하는 국부적인 항복응력에 의한 균열면의 변위는 그림 1(b)와 같다. 따라서, 두 변위를 합하면 그림

2(c)와 같이 실제관측 가능한 균열길이 $2a$ 의 균열과 소성영역 ρ 를 설명할 수 있는 소성해석이 가능하게 된다.

또한, 더그달 모델에 스트립 모델을 적용하여 균열면을 따라 작용하중에 의한 변위와 소성영역에 작용하는 소성항복응력에 의한 변형을 계산하여 중첩함으로써 잔류변형과 균열의 접촉부에 생기는 응력분포를 구할 수 있다.

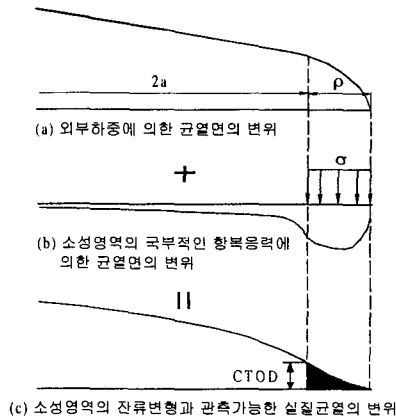


그림 1. 더그달모델에 의한 균열면의 변위와 잔류변형

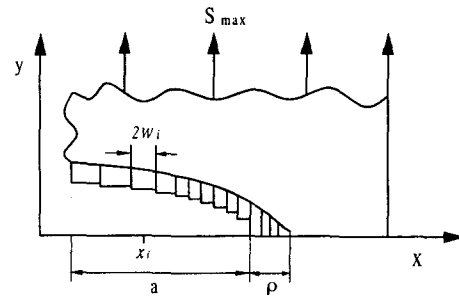


그림 2. 스트립 모델에 의한 변위 계산

2.2 소성영역의 크기와 근사

소성영역의 크기 ρ 는 더그달 모델을 사용하여 구할 수 있다. 부재 전체에 작용하는 응력 S 에 의한 균열면에서의 응력확대계수 K_S 와 소성영역에 작용하는 국부적인 응력 σ 에 의한 응력확대계수 K_σ 를 같게 놓음으로써 소성영역의 크기를 결정할 수 있다.

$$K_S = K_\sigma \tag{1}$$

여기서, 재료는 완전소성재료로 가정하고, 소성변형에서 나타나는 변형률경화현상을 반영하기 위해서 소성항복은 항복응력과 극한응력의 평균으로 나타내어지는 소성항복응력 σ_0 로 가정하였다.

2.3 균열표면 변위와 잔류변형

그림 2와 같이, 균열표면의 변위는 더그달 모델과 스트립 모델을 사용함으로써 계산할 수 있다. 앞서 설명한 바와 같이 소성변형의 문제는 부재 전체에 작용하는 응력 S 와 균열면에 작용하는 국부적인 응력 σ 에 의한 탄성 변위의 문제로 중첩을 통해 구할 수 있다. 따라서, 지배방정식은 식 (2)와 같다.

$$V(x_i) = Sf(x_i) - \sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_j, x_i) \tag{2}$$

여기서, $V(x_i)$ 는 유효균열 표면의 변위, S 는 부재 전체에 작용하는 외부응력, $f(x_i)$ 는 외부응력 S 가 1일 때 요소 i 의 변위, σ_j 는 균열면 요소 j 에 발생하는 국부응력, $g(x_j, x_i)$ 는 요소 j 에 작용하는 국부응력 σ_j 이 1일 때 요소 i 의 변위, n 는 전체 요소의 개수이다.

균열단합모델의 지배방정식을 풀기 위하여 행렬식으로 지배방정식을 구성하여 각각의 요소에 대한 변위와 응력을 구하였다. 이때, 유효균열표면의 요소는 소성영역내의 요소와 실제균열내의 요소로 구분하였다.

$$[V_i] = S \cdot [f_i] - [g_{ij}] \cdot [\sigma_j] \tag{3}$$

각각의 요소는 폭 $2w_i$ 로하여 균열선단에 가까울수록 그 크기를 작게 하여 균열선단에서의 응력을 면밀히 검토하였다.

최대응력 S_{max} 가 처음 작용할 때, 소성영역에서의 잔류변형 L_i 는 변위 V_i 와 같고 식 (4)와 같이 계산되며, 균열해석의 초기조건이 된다.

$$[L_i] = S_{max} \cdot [f_i] - [g_{ij}] \cdot [\sigma_j] \quad (4)$$

여기서, $[\sigma_j] = \sigma_0$ 소성영역내의 요소에서
 $= 0$ 실제균열내의 요소에서

최초의 응력이 최대응력에 이르러 소성영역에 잔류변형 L_i 가 생기면 응력이 최소응력으로 감소함에 따라서 잔류변형에 의한 국부응력이 발생한다. 즉, 국부응력은 식(6)을 통해서 구할 수 있다.

$$[L_i] = [V_i] = S_{min} \cdot [f_i] - [g_{ij}] \cdot [\sigma_j] \quad (5)$$

$$[\sigma_j] = [g_{ij}]^{-1} \cdot [B] \quad (6)$$

$$[B] = [L_i] - S \cdot [f_i] \quad (7)$$

이렇게 얻어진 국부응력분포는 다시 응력이 증가하여 균열열림응력을 거쳐 최대응력까지 다다르면 다시 소성영역에만 소성항복응력이 작용하는 상태로 변화하게 된다. 이러한 반복하중에 의해 피로균열이 성장하고 잔류변형이 존재하게 된다. 최대응력이 작용할 때는 균열이 완전히 열려 있는 상태이므로 잔류변형은 균열의 변위에 영향을 주지 않지만, 최소응력이 작용할 때는 잔류변형에 의하여 실제균열의 내부에도 국부적인 압축응력이 발생한다.

2.4 균열열림응력

각각의 균열길이에 대하여 앞에서와 같은 방법으로 잔류변형과 국부응력분포를 계산하면 균열길이에 대한 균열열림응력을 얻을 수 있다. 최소응력에서 균열열림응력까지의 응력증가분에 의한 변위와 이때 접촉응력의 분포에 의한 변위가 같을 때가 균열열림응력이 된다.

$$[(S_{op})_i - S_{max}] [f_i] = [g_{ij}] [\sigma_j] \quad (8)$$

$$[(S_{op})_i] = S_{min} + [g_{ij}] [\sigma_j] / [f_i] \quad (9)$$

여기서, 각각의 요소에서 구한 $(S_{op})_i$ 중 최대값이 주어진 균열길이 a 에 대한 균열열림응력이 된다.

2.5 균열성장파 근사

본 연구의 균열단합 모델에서의 균열성장량 Δa^* 은 최대응력이 작용했을 때의 소성영역에 대한 비로 표현된다(Wang과 Blom, 1991).

$$\Delta a^* = a' \rho_{max} \quad (10)$$

이때 보통 a' 은 0.01~0.05정도로 알려져 있으며 본 연구에서는 0.04를 사용하였다.

$$\Delta a^* = 0.04 \rho_{max} \quad (11)$$

균열성장이 발생하고 나면 성장한 균열길이에 대해서 소성영역의 크기 ρ 를 다시 구하고 요소를 재배열한다. 이 재배열된 요소에서의 잔류변형과 국부응력을 다시 계산하게 되며, 파손에 이르는 균열길이까지 반복하여 각 균열길이에 대한 균열열림응력을 구하게 된다. 따라서, 균열길이 a 에 대해 균열열림응력을 고려한 응력확대계수 K_{op} 는 식 (12)와 같다.

$$K_{op} = S_{op} F(a) \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

이렇게 구해진 응력확대계수를 Elber(1970)의 식 (13)에 대입하여 유효응력확대계수범위를 구한다.

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (\text{if } S_{op} > S_{min}) \quad (13)$$

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{min} \quad (\text{if } S_{op} < S_{min})$$

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{eff})^m \quad (14)$$

유효응력확대계수범위를 사용함으로써 균열단합현상을 반영한 보다 정확한 해석이 가능하게 되며, 응력비의 효과를 최소화할 수 있다.

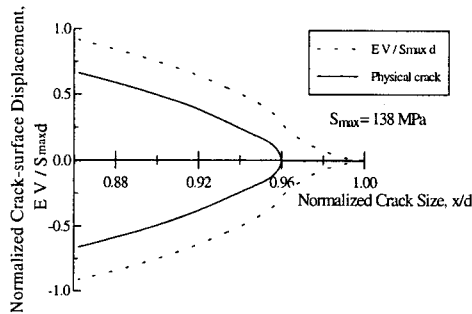
3. 해석 적용 예제

본 연구에서 작성된 프로그램을 사용하여 일정진폭하중에 대하여 균열성장을 예측하였다. 본 연구의 대상 균열은 인장응력을 받는 중앙관통균열이다.

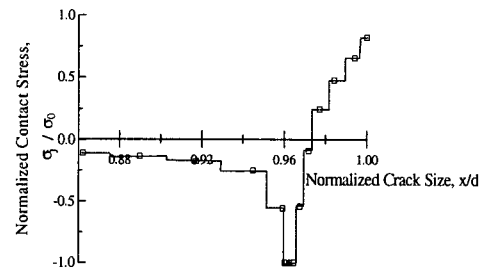
3.1 일정진폭응력

그림 3은 응력비 R 이 0이고 최대응력 S_{max} 가 138MPa인 일정진폭하중이 작용할 때의 균열표면의 변위와 접촉응력을 나타내고 있다. 그림 3(a)는 최대응력이 작용하는 순간의 균열변위이며, 상대균열길이 x/d 에 대해서 무차원화된 균열표면의 변위 $EV/S_{max}d$ 로 나타내었다. 점선은 더그달 모델에 의해 최대응력에 의한 변위와 국부응력에 의한 변위를 중첩시켜 얻은 곡선이고, 실선은 균열면을 따라 잔존하는 잔류변형을 점선에서 뺀 실제관측 가능한 균열변위이다. 따라서, 점선과 실선의 차이는 잔류변형을 나타내고 있다.

그림 3(b)는 최소응력($S_{min}=0$)이 작용할 때의 국부응력의 분포로서 균열길이에 대한 상대위치 x/d 와 무차원화된 접촉응력 σ_i/σ_0 으로 표현하였다. 실질균열선단에서 압축응력이 항복에 이르러 압축소성영역이 존재하고 균열의 내부에서도 균열이 단합에 의한 압축응력이 발생함을 알 수 있다.



(a) 최대응력 작용시의 변위양상



(b) 최소응력 작용시의 접촉응력분포

그림 3. 일정진폭하중에서의 균열변위와 접촉응력

한편, 최대응력과 응력비가 균열열림응력에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 응력비 R 을 0, 초기균열길이 a_i 를 1mm로 가정하고 최대응력 S_{max} 를 276MPa, 138MPa, 55MPa로 변화시키면서 균열길이에 대한 균열열림응력의 변화 살펴보았다. 그림 4를 살펴보면, 균열열림응력은 균열이 진전함에 따라서 수렴함을 알 수 있으며, 최

대응력이 감소함에 따라 균열열림응력도 작아지는 것을 알 수 있다. 이렇게 얻어진 수렴값을 유효응력확대계수 K_{eff} 의 계산에 사용하였다.

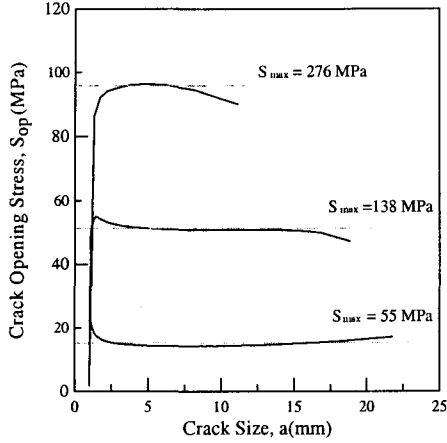


그림 4. 균열길이에 따른 균열열림응력

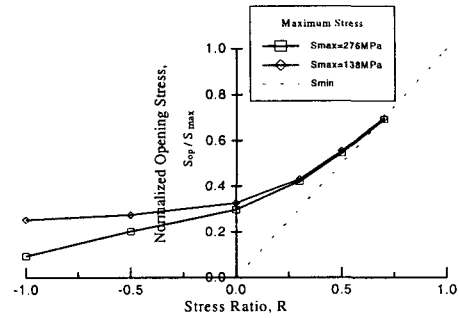


그림 5. 균열열림응력과 응력비의 관계

그림 5는 최대응력을 276MPa, 138MPa로 하고 응력비를 변화시켰을 때 균열열림응력과 응력비의 관계를 나타낸 것이다. 점선은 최소응력과 균열열림응력이 같게 되는 경계를 나타내며, 균열열림응력은 응력비가 커질수록 최소응력과 거의 같아지고 균열단합현상에 의한 효과가 작아지는 것을 알 수 있다.

3.2 변동진폭응력

과하중과 같이 일순간 또는 다수의 응력증가에 의한 균열진전과 균열열림응력의 변화를 살펴보기 위하여 그림 6과 같은 변동진폭응력을 적용하였다.

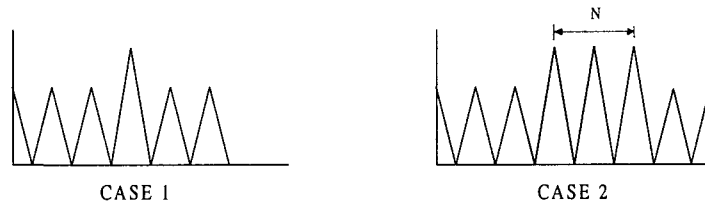
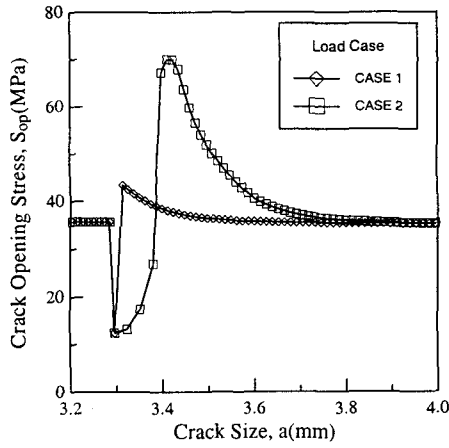


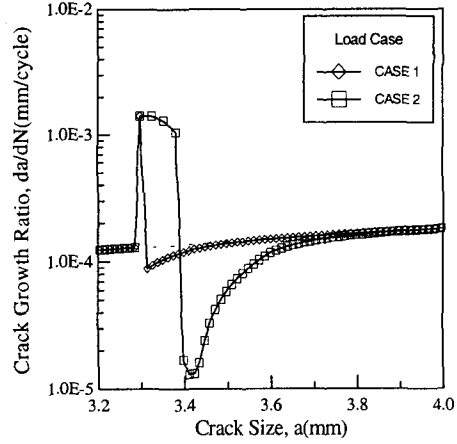
그림 6. 변동진폭응력의 종류

CASE 1은 일정진폭하중이 작용하던 중 일순간 과하중이 작용하였을 경우이며, CASE 2는 일정진폭응력이 작용하던 중에 과하중이 N=10회 작용할 경우이다.

그림 7를 살펴보면, 균열열림응력은 과하중에 의해 급속히 감소한 후 다시 급속하게 증가함을 알 수 있다. 이것은 과하중으로 인하여 균열선단에서의 소성영역이 확대되기 때문이다. 소성영역은 균열성장을 방해하는 요인으로 작용하므로, 커진 소성영역의 범위를 벗어나기까지 균열성장속도가 감소하게 된다. 즉 과하중은 균열성장률 감소효과(retardation)를 가져온다. 이러한 과하중의 반복회수가 클수록 감소효과도 커지고 회복시간도 오래 걸리게 됨을 알 수 있다.



(a) 균열열림응력의 변화



(b) 균열성장률의 변화

그림 7. 과하중에 의한 균열열림응력 및 균열성장률의 변화

3.3 균열단힘현상을 고려한 균열성장해석

일정진폭하중이 작용하는 피로균열에 대해서 균열단힘현상을 고려한 해석과 이를 무시한 해석의 경우를 그래프로 나타내면 그림 8과 같다. 균열단힘현상을 고려한 경우 균열진전 초기에 균열성장률이 크게 나타남을 알 수 있으며, 균열단힘현상을 고려하면 유효 응력확대계수가 작아져 균열성장률이 작아짐을 알 수 있다.

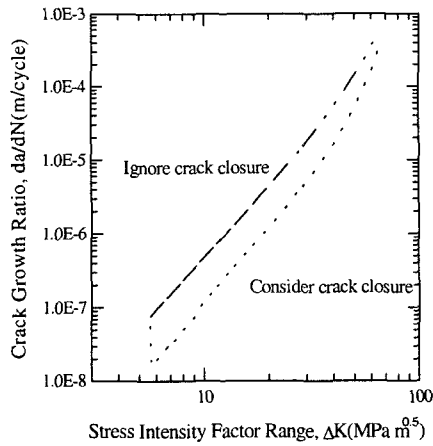


그림 8. 균열단힘현상의 고려에 따른 균열성장률 곡선의 변화

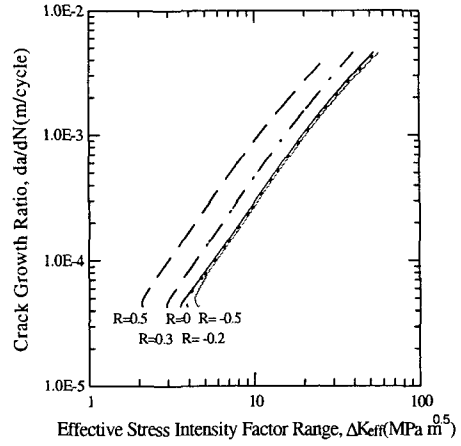


그림 9. 응력비와 균열단힘현상에 따른 균열성장률 곡선의 변화

그림 9는 응력비와 균열단힘효과에 따른 균열성장률의 변화를 나타내고 있다. 균열성장률은 응력비가 -0.2, -0.5인 경우 응력비가 0인 경우와 거의 같고, 응력비가 0.3, 0.5인 경우 상대적으로 유효응력확대계수의 효과가 적음을 알 수 있다. 이처럼 균열단힘현상을 고려할 경우 응력비의 영향을 감소시킬 수 있다. 균열단힘현상을 고려한 해석은 실험조건에 의한 영향을 최소화한 결과를 얻을 수 있으며, 보다 실제 물리현상에 가까운 결과를 얻을 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 균열단힘현상을 고려한 균열성장해석을 위하여 균열단힘 모델을 사용한 프로그램을 작성하였으며, 인장을 받는 중앙관통균열을 대상으로 응력비와 최대응력 및 최소응력의 변화에 따른 균열열림응력의 변화를 살펴보았다. 본 연구로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 1) 최소응력이 작용할 때는 균열단힘현상에 의해 피로균열내부에 압축응력이 발생한다.
- 2) 일정진폭응력이 작용하는 경우 균열열림응력은 균열이 성장함에 따라 일정한 값에 수렴하게 되고, 응력비가 일정할 경우 최대응력이 클수록 균열단힘응력도 크게 발생한다.
- 3) 일정진폭응력에서는 응력비가 클수록 균열열림응력이 크게 발생하며, 응력비가 0보다 큰 경우 최대응력에 거의 영향을 받지 않는다.
- 4) 과하중은 일시적으로 급격한 균열열림응력의 증가를 가져오며, 과하중의 반복회수가 많을수록 균열성장률 감소효과는 크게 나타난다.
- 5) 균열단힘현상을 고려한 균열성장해석은 응력비의 효과를 최소화할 수 있으며, 응력비가 음인 경우 응력비가 0인 경우와 거의 같은 균열성장률 곡선을 얻을 수 있다.

참고문헌

1. Budiansky, B. and Hutchinson, J. W. (1978). "Analysis of closure in fatigue crack growth." *Journal of Applied Mechanics*, 45, 267-276.
2. Bueckner, H. F. (1971). "Weight function for the notched bar." *Zeitschrift Angewandte Mathematik und Mechanik*, 51, 97-109.
3. Dill, H. D. and Saff, C. R. (1976). "Spectrum crack growth prediction method based on crack surface displacement and contact analyses." *Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTM STP 595*, 306-319.
4. Elber, W. (1970). "Fatigue crack closure under cyclic tension." *Engineering Fracture Mechanics*, 2, 37-45.
5. Elber, W. (1971). "The significance of fatigue crack closure." *Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486*, 230-242.
6. Fuehring, H. and Seeger, T. (1979). "Dugdale crack closure analysis of fatigue cracks under constant amplitude loading." *Engineering Fracture Mechanics*, 11, 99-122.
7. Ibrahim, F. K., Thompson, J. C. and Topper, T. H. (1986). "A study of the effect of mechanical variables on fatigue crack closure and propagation." *International Journal of Fatigue*, 8, 135-142.
8. Jacoby, G. H., Nowack, H., and van Lipzing, H. T. M. (1976). "Experimental results and a hypothesis for fatigue crack propagation under variable-amplitude loading." *Fatigue Crack Under Spectrum Loads, ASTM STP 595*, 172-183.
9. Newman, J. C., Jr. (1974). "Finite element analysis of fatigue crack propagation-including the effects of crack closure." Ph. D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA.
10. Ohji, K., Ogura, K. and Ohkubo, Y. (1975). *Engineering Fracture Mechanics*, 7, 457-464.
11. Wang, G. S., and Blom, A. F. (1991). "A strip model for fatigue crack growth predictions under general load conditions." *Engineering Fracture Mechanics*, 40(3), 507-533.