

## 수평하중을 받는 튜브 구조물의 플랜지에 작용하는 부가 응력

### Additional Stresses in Flange Frame of Tube Structures under Lateral Loading

이 강 건\*      이 리 형\*\*  
Lee, Kang-Kun      Lee, Li Hyung

#### ABSTRACT

A mathematical modelling technique is proposed for estimating the additional bending stresses of tube(s)-in-tube structures due to tube-tube interaction, which has a significant effects on the shear-lag phenomenon. The proposed method simulates the framed-tube structures with multiple internal tubes as equivalent multiple tubes, each composed of four equivalent orthotropic plate panels. Hence, the tube(s)-in-tube structure can be analysed by using an analogy approach where each tube is individually modelled by a continuous beam that can account for the flexural and shear deformations as well as the shear-lag effects. The numerical analysis is applicable for the structural analysis of framed-tube structures with single and multiple internal tubes, as well as those without internal tubes. The shear-lag phenomenon of such structures is studied with additional bending stresses and shear-lag reversal points.

#### 1. 서    론

골조튜브 구조시스템으로 구성된 현대 고층 건축물들은 튜브내에 존재하는 전단지체 현상으로 인하여 튜브자체의 켄틸레버 효율성에 상당한 손실을 보이고 있다. 이러한 결점에도 불구하고, 튜브구조시스템은 상당히 큰 범위의 건물 높이에 걸쳐서 구조 효율성을 최대화할 수 있는 경제적인 시스템으로서 평가되고 있다. 특히, 내부튜브를 포함하고 있는 튜브 구조물인 경우, 수평강성의 증가와 더불어 튜브구조에서 문제가 되고 있는 전단지체 현상을 줄이고, 내부 기둥의 수평하중에 대한 적극적인 저항을 유도한다.

실질적으로, 튜브 구조물을 지상에서 돌출한 하나의 거대한 Hollow 켄틸레버보로서 해석하는 기존의 모든 방법들은 튜브-튜브 상호작용에 따른 부가 응력의 변화를 고려하지 않아 전단지체 현상의 변화에 대한 정확한 설명을 하지 못하였다. 특히, 튜브 구조내 negative 전단지체 현상의 존재에 대한 연구는 거의 없는 실정이며, 연구 또한 최근에 이루어지고 있는 실정이다. 수평하중에 저항하는 수평구조시스템으로서 튜브구조는 negative 전단지체현상의 존재로 인하여 튜브 구조의 정확한 거동을 설명하는데 어려움이 되고 있으며, 또한 튜브-튜브 상호작용은 그 negative 전단지체 현상과 함께 튜브 구조물의 정확한 거동 및 성능평가를 어렵게 하는 주요한 요소가 된다.

튜브-튜브 상호작용에 의해 발생하는 부가 응력은 튜브 구조물의 전단지체 현상을 설명할 수 있다. 그러나 기존의 연구 및 상업용 해석 프로그램은 전단지체 현상의 원인을 설명할 수 있는 부가 응력을 설명할 수 없다. 이러한 관점에서, 한 수학적인 모델링 해석 기법이 그 부가 응력 및 전단지체 reversal 지점 등을 수치화할 수 있도록 제안하였다. 내부튜브를 가진 40층 골조튜브 구조물 3개가 전단지체 현상을 평가하기 위하여 해석되었다. 그 구조물의 전단지체 거동과 영향을 평가하기 위하여 부가 응력과 전단지체 reversal 위치가 확

\* 정회원, 한양대 초대형구조시스템 연구센터, 연구조교수

\*\* 정회원, 한양대 건축공학과, 교수

인되었다.

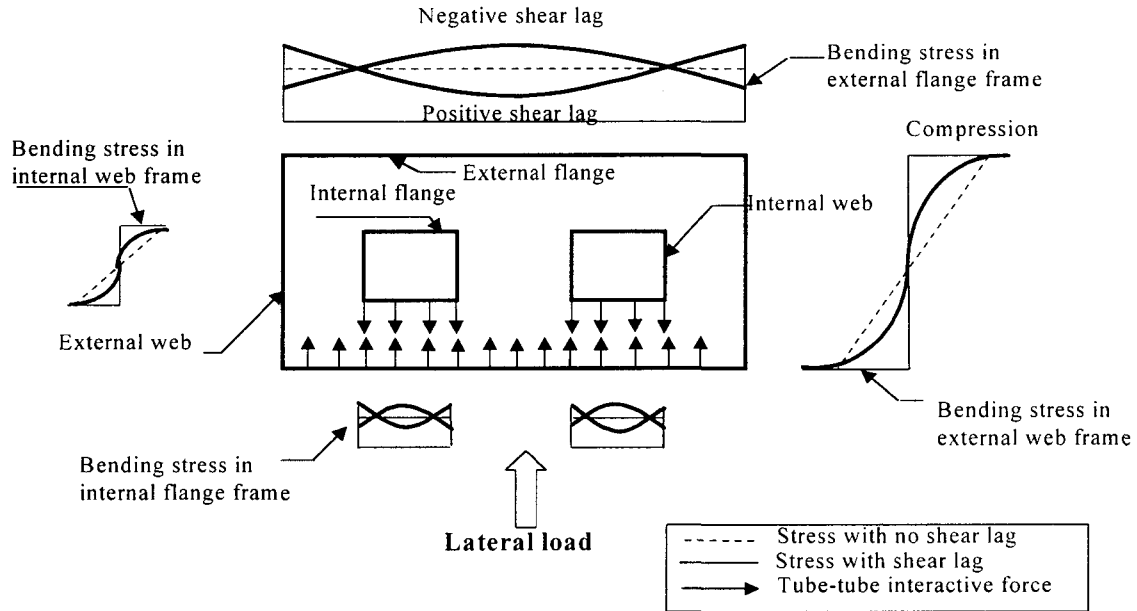


그림 1 수평하중을 받고 있는 내부튜브가 있는 팔조 튜브 구조물의 응력분포

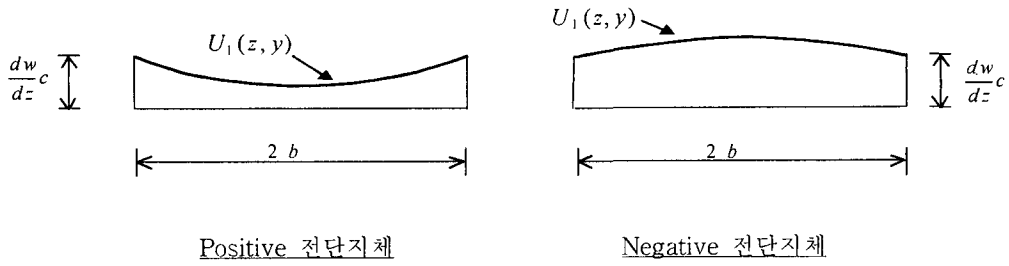
## 2. 튜브 구조물의 모델링

튜브 구조물에 있는 각각의 튜브들이 균일한 크기의 플레이트 패널의 집합체로서 모델링되어, 내부 또는 외부 튜브가 연속적인 튜브 보로서 해석될 수 있다<sup>1)</sup>. 여기서, 각 플랜지에 있는 변형 분포를 가정하기 위하여 수정된 Reissners 함수<sup>1),2)</sup>가 사용되었다. 실질적으로, 그 분포형태는 튜브 구조 저층부에서의 플랜지와 웨브에 존재하는 전단지체 현상을 설명하기 위하여 전단변형에 기인한 전단계수를 포함한 3차원 포물선 형태의 함수를 포함한다. 이 수정된 Reissners 함수를 사용한 이전의 연구<sup>3),4)</sup>는 튜브 구조물의 전반적인 거동을 평가하는데 있어서 전단지체 현상의 중요한 특성을 잘 설명하고 있다.

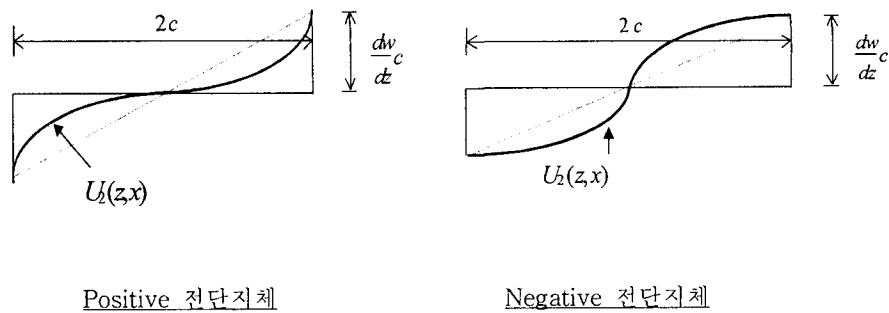
외부튜브에 있어서, 플랜지(flange) 패널에 있는 수직 변위 함수,  $U_1(z, y)$ , 와 웨브(web) 패널에 있는 수직 변위 함수,  $U_2(z, x)$ , 는 플랜지와 웨브 접합부의 회전각을 고려하여 각각 다음과 같이 가정되었다.

$$U_1(z, y) = c \left[ \frac{dw}{dz} + \left( 1 - \left( \frac{y}{b} \right)^3 \right) u_1(z) \right] \quad ; \quad U_2(z, x) = \left[ \frac{dw}{dz} x + \left( \frac{x}{c} - \left( \frac{x}{c} \right)^3 \right) u_2(z) \right] \quad (1)$$

여기서,  $b$  와  $c$  는 각각 플랜지 와 웨브 패널폭의 반(half),  $w$  는 수평 하중에 의한 구조물의 수평 처짐이며,  $u_1(z)$  와  $u_2(z)$  는 각각 플랜지와 웨브의 전단변형에 의한 shear lag 계수를 포함하고 있는 미지 함수이다.



(a) 플랜지



(b) 웨브

그림 2 튜브 구조물의 플랜지와 웨브에 있는 수직변형분포

내부와 외부튜브에 존재하는 변형분포 함수를 가정함으로써, 그 튜브 구조물의 거동은 하나의 2차 미분 함수의 표현으로서 설명될 수 있다. 이러한 수치적인 해석 결과는 변분법과 최소에너지 원리 이론에 기초한 점증적인 접근방법을 통하여 얻어진다. 즉, 한 튜브구조물이 보유하고 있는 전체 에너지는 탄성이론에 근거한 에너지 원리에 의하여 계산될 수 있으며, 그 에너지는 구조물의 최상부 및 최하부의 역학적인 경계조건 및 변분법을 통하여 최소화될 수 있고, 이러한 과정속에서 전체 튜브 구조물의 전방적인 거동을 설명할 수 있는 지배 미분 방정식을 얻을 수 있다. 그 지배 미분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} [u_1'(z)\alpha_2(z) + w''(z)\alpha_1(z)] - u_1(z)\alpha_3(z) &= 0; \quad -\frac{d}{dz} [EI_e w''(z) - u'(z)\alpha_1(z)] = P_e(z); \\ \frac{d}{dz} [u_{i1}'(z)\beta_2(z) + w''(z)\beta_1(z)] - u_{i1}(z)\beta_3(z) &= 0; \quad -\frac{d}{dz} [EI_i w''(z) - u_{i1}'(z)\beta_1(z)] = P_i(z) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $I_e, I_i$  그리고  $I$  는 각각 외부와 내부튜브 그리고 전체튜브 구조물의 단면 2차 모멘트이다. 그리고  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$  그리고  $\beta_3$  는 튜브구조물의 기하학적인 요소로 구성된 상수이고,  $P_e$  와  $P_i$  는 각각 외부 수평 하중에 의해 발생된 외부와 내부 튜브에 있는 전단력이다. 그리고  $u(z)$  와  $u_{i1}(z)$  는 식 (1)에서 정의되었다.

전단지체 현상은 부가 응력의 분포에 의한 것으로, 그 부가 응력 분포에 대한 표현식은 위의 지배 미분 방정식으로부터 유도된 축 응력 방정식<sup>4)</sup>으로부터 얻어질 수 있다. 전단지체 영향을 포함한 축 응력 분포는 구조물의 기하학적인 요소, 재료특성, 수평 전단력 그리고 단면 2차 모멘트로 구성된 일련의 선형 함수로서 표

현된다.

골조 튜브 구조물의 부가 응력은 다음과 같다.

튜브구조물의 외부 플랜지 패널 :

$$\sigma_{fs} = \left( 1 - \frac{y^3}{b^3} + \frac{I_N}{I} \right) E c u_1'(z) + \frac{I_{iN}}{I} E c u_{i1}'(z) \quad (3)$$

단일내부튜브를 가진 골조튜브 구조물의 내부플랜지 패널

$$\sigma_{fis} = \left( 1 - \frac{y^3}{b_i^3} + \frac{I_{iN}}{I_i} \right) E c_i u_{i1}'(z) \quad (4)$$

복수의 내부튜브를 가진 골조튜브 구조물의 내부 플랜지 패널:

$$\sigma_{fis} = \left( 1 \pm 8 \left( \frac{y - n_1}{2b_i} - \frac{1}{2} \right)^3 + \frac{I_{iN}}{I_i} \right) E c_i u_{i1}'(z) \quad (5)$$

식(3),(4) 그리고 (5)에서,

$$u_1'(z) = \frac{qY}{X^2} \left[ \frac{\cosh X(H-z) + XH \sinh Xz}{\cosh XH} - 1 \right], \quad u_{i1}'(z) = \frac{qY_i}{X_i^2} \left[ \frac{\cosh X_i(H-z) + X_i H \sinh X_i z}{\cosh X_i H} - 1 \right] \quad (6)$$

그리고  $n_1 = \frac{(n-1)}{2} a + 2 \left( \frac{n}{2} - 1 \right) b_i$  이다.

식 (6)에서,  $X, Y, X_i$  그리고  $Y_i$  다음표와 같다.

	외부튜브		내부튜브	
			단일내부튜브	복수내부튜브
$X$	$\frac{1}{c} \sqrt{\frac{G}{E} \frac{1}{\frac{2}{45} \frac{I_N}{I_e} \frac{c}{b} + 21}}$	$X_i$	$\frac{1}{c_i} \sqrt{\frac{G}{E} \frac{1}{\frac{1}{N} \left( \frac{2}{45} \frac{I_{iN}}{I_i} \frac{c_i}{b_i} + 21 \right)}}$	
$Y$	$\frac{1}{EI_i} \frac{1}{\frac{3}{4} \frac{I_{iN}}{I_i} + \frac{45}{14} \frac{b_i}{c_i}}$	$Y_i$	$\frac{1}{EI_i} \frac{1}{\frac{I_{iN}}{I_i} + \frac{30}{7} \frac{b_i}{c_i}}$	$\frac{1}{EI_e} \frac{1}{\frac{I_N}{I_e} + \frac{30}{7} \frac{b}{c}}$

표 1  $X, Y, X_i$  그리고  $Y_i$  에 대한 표현식

식(3), (4) 그리고 (5)에서  $\sigma_{fs}$ 와  $\sigma_{fis}$ 은 튜브내의 positive 또는 negative 전단지체 영향에 의해 그 부호가 negative 또는 positive가 될 수 있다. Positive 전단지체로 부터 negative 전단지체로 바뀌는 reversal 지점은

$u(z)=0$  와  $u'_1(z)=0$  로 부터 구할 수 있으며, 그것은 다음과 같다.

외부튜브의 reversal 위치 :

$$\bar{z}_1 = \frac{1}{X} \sinh^{-1} \left[ \frac{2XH \cosh XH - \sinh 2XH}{(XH)^2 - 2XH \sinh XH - 1} \right] \quad (7)$$

내부튜브의 reversal 위치 :

$$\bar{z}_2 = \frac{1}{X_1} \sinh^{-1} \left[ \frac{2X_1H \cosh X_1H - \sinh 2X_1H}{(X_1H)^2 - 2X_1H \sinh X_1H - 1} \right] \quad (8)$$

### 3. 수치결과의 비교

내부튜브를 가진 골조튜브 구조물의 전단지체 현상을 조사하기 위하여, 3개의 40층 골조튜브 구조물 (1개, 2개, 3개의 내부튜브를 가진) 이 해석되었다. 골조튜브에 작용하고 있는 전단지체 현상을 설명하기 위하여, 튜브-튜브 상호작용에 의한 부가 응력과 전단지체 reversal 지점을 제안된 방법에 의하여 해석하였다. 튜브구조물 거동 평가에 대한 이전의 연구는<sup>3),4)</sup> 제안된 수치해석 방법이 골조튜브 거동을 정확하게 설명하고 있다는 것을 보이고 있다. 3차원 해석 프로그램을 사용하여 얻어진 전단지체 reversal 위치가 제안된 방법에 의한 그 reversal 지점과 함께 비교되었다. 그러나, 유한요소 해석 프로그램이나 3차원 해석 프로그램<sup>5)</sup>은 최종 해석 결과만을 제공하기 때문에 부가 응력에 대한 평가 및 설명에 포함되지 못하였다.

해석시 사용한 골조 튜브 구조물의 각 내부튜브의 단면이차 모멘트는  $90 \text{ m}^4$  하였으며, 영계수  $E$  와 전단 계수  $G$  는 각각  $2.06 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  와  $0.2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  이다. 구조물이 수평하중에 의한 최대응력을 받는 상태를 가정하기 위하여, 균일한 등분포하중  $88.24 \text{ KN/m}$  가 플랜지 프레임에 작용하는 것으로 가정한다. 해석된 구조물의 기하학적인 데이터 및 작용하중이 표 2 에 요약되었다.

표 2 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 Geometry와 적용하중

구조적인 DATA	단일내부튜브 가 있는 튜브 구조물	2개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물	3개 내부튜브 가 있는 튜브 구조물
외부튜브의 기둥·보 크기 (cm×cm)	80 × 80		
내부튜브의 기둥·보 크기 (cm×cm)	91 × 91	80 × 80	72 × 72
외부튜브의 크기 (m×m)	30 × 15		
내부튜브의 크기 (m×m)	15 × 5	2@7.5 × 5	3@5 × 5
건축물 높이 (m)	120		
슬래브 두께 (cm)	12		
수평하중 (kN/m)	88.24		

그림 3 (a), (b) 그리고 (c)는 내부튜브를 가진 3개의 튜브 구조물의 외부와 내부 튜브에 있는 부가 응력의 분포를 나타낸 것이다. 전단 지체 reversal 지점과 튜브-튜브 상호작용에 의해 발생한 전단지체 분포 변화를 조사하기 위하여, 플랜지 프레임에 있는 중앙 기둥과 모서리 기둥에 작용하는 부가 응력이 높이에 따라서 비교되었다. 그 부가 응력 분포도로부터 다음과 같은 결론을 얻었다. 내부튜브 단면 2차 모멘트가 같을 경우, 내부튜브 수의 증가는 내부튜브에 있는 중앙기둥에서부터 모서리 기둥에 작용하는 부가 응력의 증가를 점차 감소시킨다. 즉, 응력 감소가 중앙기둥과 모서리 기둥사이에서 발생한다. 따라서, 내부튜브수의 증가는 내부 튜브내의 전단지체 현상을 감소시킨다. 그러나, 그 내부튜브 수의 증가는 외부튜브의 부가 응력 분포에는 큰 영향을 주지 못하고 있다. 이것을 이전의 연구<sup>4)</sup>와 함께 비교하여 볼 때 외부튜브의 전단지체 현상은 내부튜브의 수 보다는 내부튜브 단면 2차 모멘트에 의존하기 때문이다.

Positive 전단지체 영향은 구조물의 최저층부에서 가장 크며, 외부튜브에 있는 negative 전단지체는 구조물의 1/4지점에서 발생한다. 내부튜브에 있는 전단 지체 reversal 지점은 외부튜브에 있는 reversal 지점 보다 더 낮은 층에 존재하는 것으로 확인되었다. 이러한 전단지체 reversal 지점 평가에 대한 제안된 수치 모델링의 신뢰성을 확인하기 위하여, 3차원 해석 프로그램으로부터 얻어진 전단지체 reversal 지점이 제안된 방법(식 (7)과 (8))에 의한 reversal 지점과 함께 표 2에 비교되었다. 그 비교는 좋은 결과를 보이고 있다.

표 2 3개의 골조 튜브 구조물의 전단지체 reversal 지점(층수)

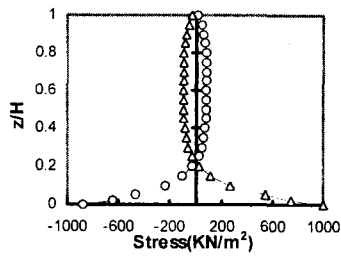
구조물		Reversal 지점(층수)	
		제안된 방법	3차원 해석 프로그램 ETABS [1996]
단일내부튜브를 튜브 구조	외부튜브	10	11
	내부튜브	6	7
2개의 내부튜브를 가진 튜브 구조	외부튜브	10	12
	내부튜브	4	4
3개의 내부튜브를 가진 튜브 구조	외부튜브	10	12
	내부튜브	4	4

#### 4. 결론

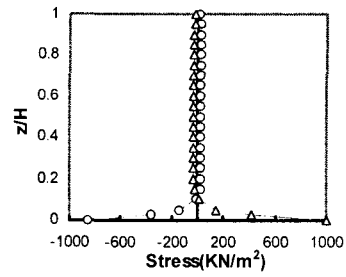
튜브 구조물의 전단 지체 현상에 영향을 주는 부가 응력을 해석하기 위하여 수치적인 모델링이 구조물내에 잠재한 에너지 원리와 연속보 거동원리에 기초하여 제안되었다. 튜브-튜브 상호작용에 의해 발생한 부가 응력은 튜브 구조물의 구조 효율성을 지배하는 전단지체 현상에 원인이 된다. 제안된 수치 해석 방법은 부가 응력과 전단지체 reversal 지점을 수치화 함으로서, 내부튜브를 포함하는 튜브 구조물의 전단지체 현상을 설명하고 있다. 그러므로, 제안된 방법은 전단지체 현상으로 인한 구조효율성 저하를 미연에 예측하고 대비할 수 있는 가장 유용하고 효율적인 수치해석 방법이다.

#### 감사의 글

본 논문을 위해 지원하여 주신 한양대 초대형 구조시스템 연구 센터에 감사 드립니다.

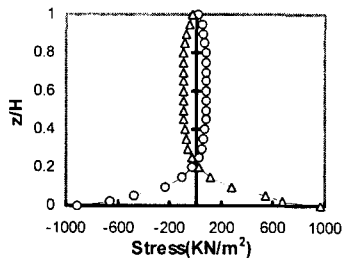


외부튜브

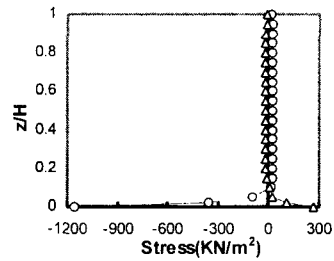


내부튜브

(a) 단일내부튜브를 가진 튜브 구조물

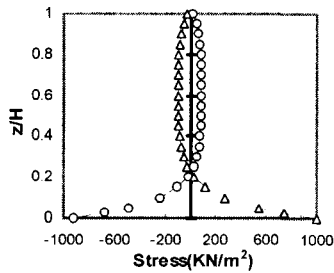


외부튜브

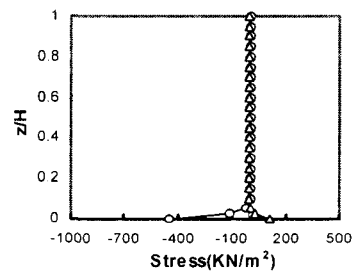


내부튜브

(b) 2개의 내부튜브를 가진 튜브 구조물



외부튜브



내부튜브

(c) 3개의 내부튜브를 가진 튜브 구조물

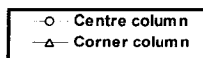


그림 3 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물의 모서리와 중앙 기둥의 부가 응력

## REFERENCES

1. Lee, K. K. and Loo, Y. C. (1997), Simplified analysis of shear lag in tube-in-tube structures , *Proceedings of Second China-Australia Symposium on Computation and Mechanics (CASCM 97)*, Sydney, Australia, February 12-14, 1997, 113-122.
2. Reisser, E. (1945), Analysis of shear lag in Box Beam by the Principle of Minimum Potential Energy , *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol.4, No.3, 268-278.
3. 이강건 (2000), 연속보 해석기법에 의한 내부튜브를 가진 골조튜브 구조물의 해석 , 춘계전산구조공학회 학술발표 논문집, 제13권 제1집, 2000, 4월, pp.215-221.
4. 이강건, 이리형 (2000), 복수의 내부튜브를 가진 골조 튜브 구조물의 Shear Lag , 한국전산구조공학회논문집, 제13권, 3호, 2000, 9월, pp.351-360.
5. ETABS(1996), *Three Dimensional Analysis of Building System*, Computers and Structures Inc., Berkeley, California, U.S.A.