

다항식 변형을 분포함수를 이용한 철근콘크리트 인장부재의 균열해석

Cracking Analysis of RC Tension Members Using Polynomial Strain Distribution Function

곽 효 경* 송 종 영**
Kwak, Hyo-Gyoung Song, Jong-Young

ABSTRACT

In this paper, a analytical model which can simulate the post-cracking behavior and tension stiffening effect in a reinforced concrete(RC) tension member is proposed. Unlike the classical approaches using the bond stress-slip relationship or the assumed bond stress distribution, the tension stiffening effect at post-cracking stage is quantified on the basis of polynomial strain distribution functions of steel and concrete, and its contribution is implemented into the reinforcing steel. The introduced model can be effectively used in constructing the stress-strain curve of concrete at post-cracking stage, and the loads carried by concrete and by reinforcing steel along the member axis can be directly evaluated on the basis of the introduced model. In advance, the prediction of cracking loads and elongations of reinforced steel using the introduced model shows good agreements with results from previous analytical studies and experimental data.

1. 서 론

콘크리트는 재료적인 특성상 인장에 매우 취약하기 때문에 과도한 인장력을 받는 경우 균열이 유발되므로 철근 등을 도입하여 인장 부재나 휨 부재에 필요한 인장 저항력을 확보하게 된다. 일반적으로 콘크리트의 인장에 대한 저항력은 부재의 극한강도에 큰 영향을 미치지 않는 관계로 그 영향이 무시되어 왔으나, 근자에 들어 사용 중에 과도한 처짐이나, 균열 등 구조물의 사용성 문제가 중요시됨에 따라 철근콘크리트의 인장 균열거동을 고려한 보다 정밀한 해석이 요구되고 있다. 철근콘크리트 부재의 균열 이후의 거동 특성은 콘크리트의 인장강도, 철근의 형상과 역학적 성질, 정착길이, 피복두께, 배근간격 등 부착과 관련한 다양한 인자에 의해 영향을 받게 되는데, 이러한 철근콘크리트 구조물의 부착 메카니즘을 규명하기 위한 실험적, 해석적 연구가 많은 연구자들에 의해 수행되어 오고 있다[9, 16, 17, 20]. 초기에는 인장강화효과 (tension stiffening effect)의 주요한 영향인자인 부착특성 규명에 관한 실험적 연구와 더불어, 부착 메카니즘을 토대로 한 해석적 방법들이 주를 이루었으나[9, 17], 최근에는 비선형 파괴역학 개념을 이용한 보다 발전된 해석모델들이 개발되고 있다[16]. 나아가 실험과 해석적 연구를 토대로 규명된 부착슬립 거동은 철근콘크리트

* 한국과학기술원 토목공학과 부교수

** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

구조물의 균열 후 동반되는 인장강화효과를 모사하기 위한 수치해석 모델 개발시 유용한 자료로 활용되어진다.

이 논문에서는 부착응력의 분포함수를 가정하는 기존 방법과는 달리, 균열이 발생한 후 부착 매카니즘에 의해 급격히 변하는 콘크리트와 철근의 변형률 분포함수 (strain distribution function)를 다항식으로 제안하여, 이를 바탕으로 보다 간단하고 적용이 용이한 균열 거동 예측모델을 구성하고자 한다. 이를 위해 철근과 콘크리트의 변형률 분포함수를 정의하는 다항식의 차수를 균열 전, 후의 에너지 평형관계로부터 유도하였으며 제안된 균열 해석모델의 타당성을 검증하기 위해 다양한 축방향 인장부재에 대한 수치해석을 수행하여 균열강도, 철근의 신장률 등을 실험데이터 및 해석값과 비교, 검토하였다. 또한 축력이 증가함에 따라 순차적으로 발생하는 균열 단계의 철근과 콘크리트 변형률 및 슬립량 등을 부재의 길이방향으로 나타내어 인장부재의 점진적인 균열 발생 거동을 분석하였다.

2. 해석모델의 기본가정

이 논문에서는 인장강화효과를 고려하기 위한 해석모델의 개발시 적용과 확장이 용이하도록 하기 위해 다항식 변형률 분포함수를 이용한 평균 응력-변형률 개념을 토대로 축부재의 균열 후 거동 예측 모델을 구성하였으며, 다음의 기본 가정이 사용되었다. (1) 완전균열상태 (STATE II)에서 철근은 인장과 압축에 대해 모두 저항할 수 있는 반면, 콘크리트는 압축에 대해서만 저항할 수 있다, (2) 비균열상태 (STATE I)에서는 철근과 콘크리트 모두 인장과 압축에 대해 저항 할 수 있다, (3) 완전균열상태와 비균열상태 사이에 존재하는 균열 후 철근 콘크리트 축부재는 완전균열상태와 비균열상태의 중간 거동을 나타낸다.

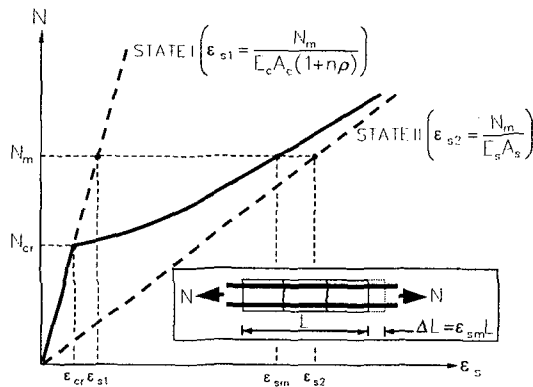


그림 1 철근콘크리트 부재의 인장강화현상

3. 축방향 인장부재의 부착거동

인장력 N 이 작용하게 되면 균열발생 전에 길이를 따라 철근과 콘크리트에서 일정한 값 (ϵ_{s1})을 나타내던 변형률 분포가 균열발생 이후에는 서로 다른 분포를 나타내게 된다. 기본가정을 토대

로 완전균열상태의 변형률은 $\varepsilon_{s2} = N/(A_s E_s)$, 비균열상태의 변형률은 $\varepsilon_{s1} = N/(A_s E_s + A_c E_c)$ 와 같이 각각 산정된다. 이 논문에서는 부착 전달길이 l_t 내에서 콘크리트의 변형률 분포를 n_c 차의 다항식으로 가정하였으며, 힘의 평형관계로부터 철근의 변형률 분포함수를 식 (1)과 같이 콘크리트의 변형률 분포함수로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_{s2} - \frac{1}{n\rho} \varepsilon_c(x) \quad (1)$$

$$\varepsilon_c(x) = \varepsilon_{s1} \left(1 - \left(\frac{l_t - x}{l_t}\right)^{n_c}\right) \quad : x \leq l_t$$

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_c(x) = \varepsilon_{s1} \quad : l_t \leq x \leq s/2 \quad (2)$$

여기서 s 는 균열 간격을, $\varepsilon_s(x)$ 는 철근의 변형률 분포함수를, $\varepsilon_c(x)$ 는 콘크리트의 변형률 분포함수를, l_t 는 부착 전달길이를 각각 의미한다.

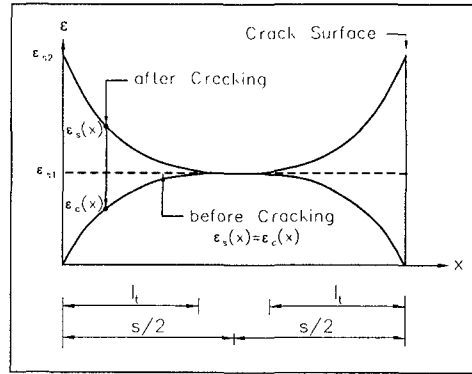


그림 2 균열 전, 후의 변형률 분포 변화

제안된 변형률 분포함수의 미지수인 콘크리트의 변형률 분포함수 $\varepsilon_c(x)$ 의 차수 n_c 는 균열 전, 후의 에너지 변화량이 같다는 에너지 평형관계로부터 구할 수 있다. 균열 전, 후의 변형에너지 변화량의 합은 0이므로 철근의 변형에너지 변화량 ΔU_s , 콘크리트의 변형에너지 변화량 ΔU_c , 부착에너지 변화량 ΔU_b 는 각각 다음 식 (3)을 만족해야 한다.

$$\Delta U_s - \Delta U_c = \Delta U_b \quad (3)$$

$$\text{여기서 } \Delta U_s = A_s E_s \int_0^{l_t} (\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{s1})^2 dx = \frac{A_s E_s \cdot \varepsilon_{s1}^2 \cdot l_t}{n^2 \rho^2 (2n_c + 1)} \quad (4)$$

$$\Delta U_c = A_c E_c \int_0^{l_t} (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_c(x))^2 dx = \frac{A_c E_c \cdot \varepsilon_{s1}^2 \cdot l_t}{2n_c + 1} \quad (5)$$

$$\Delta U_b = \int_0^{l_t} \tau_b(x) \Sigma_o w(x) dx = \frac{\Sigma_o \tau_{\max}}{w_1^\alpha} \times \frac{\varepsilon_{s2}^{(1+\alpha)} \cdot l_t^{(1+\alpha)} \cdot l_t}{(n_c + 1)^{(1+\alpha)} \cdot ((n_c + 1)(1 + \alpha) + 1)} \quad (6)$$

일반적으로 균열 이후 콘크리트와 철근 사이의 부착 응력에 의하여 콘크리트 응력이 인장 부재 길이의 축방향과 횡방향으로 불규칙적으로 분포하기 때문에, 철근콘크리트 인장부재의 균열 강도 (\bar{f}_t)는 무근콘크리트의 인장강도값(f_t)과는 다르게 된다. 철근콘크리트 부재의 균열강도는 Blackman과 Somayaji 등의 연구 결과에 의하면[2, 17], 실험체의 단면적 대 길이의 비가 작아질수록 증가하는데 Chan 등은 이러한 균열강도 증가값을 부재 내의 콘크리트 최대응력($\sigma_{c,max}$) 대 평균응력($\sigma_{c,ave}$)의 비를 사용하여 다음과 같이 제안하고 있다[5].

$$\bar{f}_t = \alpha \cdot f_t \cdot \left(\frac{\sigma_{c,max}}{\sigma_{c,ave}} \right)^\beta \quad (7)$$

여기서 α 는 0.86~0.98, β 는 0.8~0.9 의 값을 갖는다[5].

4. 축방향부재의 균열거동해석

제안된 해석모델을 이용한 축방향 철근콘크리트 인장부재의 균열 거동해석은 가해진 하중값과 단면에 관한 데이터가 주어지면 다음과 같은 순서로 해석이 진행된다. 먼저, 축하중을 철근의 항복하중 단계까지 점차적으로 증가시킨다. 다음으로 가해진 외력이 작용할 때 비균열상태, 완전균열상태에서의 변형률값 ε_1 , ε_2 를 각각 구한 뒤에(그림 1 참조), 부착 전달길이 l_f 를 산정한다. 이와 같이 산정된 ε_1 , ε_2 , l_f 를 식 (3)~(6)에 대입하여 콘크리트 변형률 함수의 차수 n_c 를 결정한다. 이 때, 비균열상태의 변형률값 ε_1 이 인장 변형률값 ε_t 보다 작으면, 가해진 외력에 의해 균열이 발생하지 않음을 의미하며, 다시 축력을 증가시켜 해석을 반복한다. 만약에 비균열상태의 변형률값 ε_1 이 인장 변형률값 ε_t 보다 크면, 가해진 외력이 균열을 유발시키는 균열 하중값이 되고, 다음 단계에서 균열이 발생하지 않은 부재의 길이는 현 하중단계의 부재길이의 절반 즉, $L=L/2$ 이 된다. 또한 축방향 부재길이 감소로 인한 균열강도 증가값은 식 (7)에 의해 계산되는데 이 논문에서는 여러가지 수행된 실험결과를 토대로 α 와 β 는 평균값인 0.92, 0.80을 각각 사용하였다[5]. 부재길이 감소로 인하여 다음 단계에서 발생하는 균열은 균열과 균열사이의 중심점에서 콘크리트 변형률값 ε_1 이 증가된 인장강도(\bar{f}_t)에 대응되는 변형률값 ε_t 를 초과하는 경우에 유발되게 된다. 예제해석을 수행함에 있어 이 논문에서는 축방향부재를 100개의 절점으로 구분하였으며 각 절점에서 제안된 변형률 분포함수를 이용하여 부재길이 방향의 철근과 콘크리트의 변형률, 슬립량 등 축방향 부재의 균열거동과 관련된 변형분포와 이력을 각각 산정하게 된다.

5. 예제해석

이 논문에서 제안한 축력을 받는 일차원 철근콘크리트 부재에 대한 균열 해석모델의 타당성을 검증하기 위하여 축방향 원형부재에 대한 비교 연구가 이루어졌다. 이 시험체는 직경이 6 in(15.24cm)이고 단면의 중앙에 직경 1 in(2.54 cm)의 철근이 배근되어 있으며 부재의 길이는 72 in(183cm)이다. 표 1에서 보는 바와 같이 이 논문에서 제안한 다항식 변형률 분포함수를 이용한 균열해석 결과가 다른 해석결과와 마찬가지로 균열이 유발되는 하중값을 각 단계별로 비교적 정확하게 예측하고 있음을 알 수 있다. 또한 그림 3에서 나타낸 철근의 응력과 신장률의 곡선에서

보는 바와 같이 실험값과도 잘 일치하는 결과를 나타냄을 알 수 있다. 그림 3에서 보는 바와 같이 표 1에 나타낸 균열이 유발되는 하중단계에서의 철근의 응력은 각각 8.6 ksi, 8.7 ksi, 9.9 ksi, 14.5 ksi에 해당되며, 이들 각 지점에서 균열발생으로 인한 균열면에서의 슬립량 증가로 인해 철근의 신장률이 급격히 증가하다가 최종 균열이 발생한 이후에는 균열사이에 위치한 콘크리트의 인장저항력을 기대할 수 없게 되므로 콘크리트가 없는 철근(Free Bar)의 기울기에 수렴하게 됨을 알 수 있다.

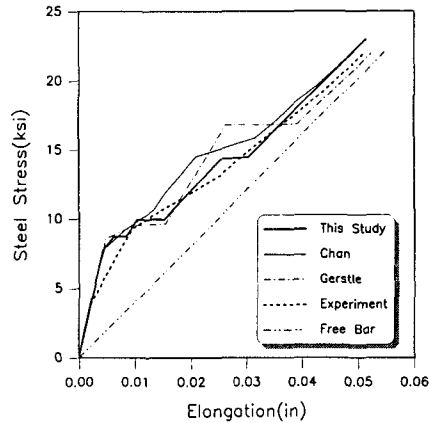


그림 3 철근의 응력-신장률 관계

표 1 균열개수와 외력 관계 (단위:kips*)

균열개수	Gerstle[1]	Chan[5]	This Study
1	6.76	6.76	6.77
2	6.82	6.89	6.87
4	7.24	7.67	7.83
8	12.7	11.2	11.4

(* 1kips=454kg)

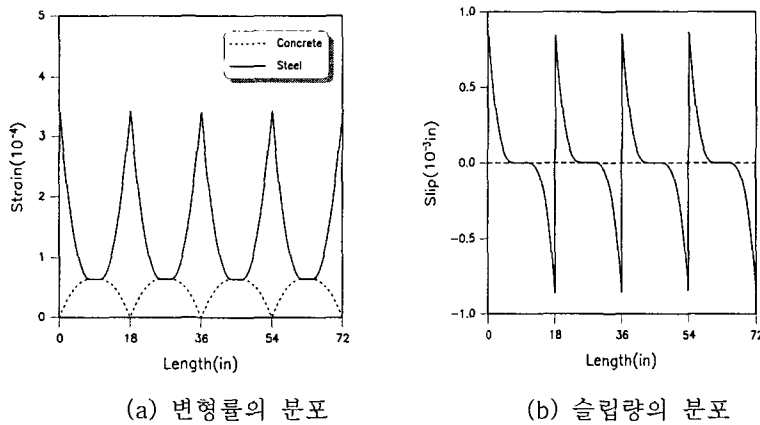


그림 4 균열발생단계에서 인장부재의 거동특성

6. 인장강화모델로의 확장

이 논문에서 제안한 철근의 변형률 분포함수를 사용하는 경우에는 다음과 같이 임의의 축하중 N 이 작용할 때의 균열간격 S_N 내에 분포하는 철근의 변형률분포 $\varepsilon_s(x)$ 로부터 철근의 평균변형률을 결정하게 된다(그림 2 참조).

$$\bar{\varepsilon}_{sm} = \frac{2}{S_N} \int_0^{S_N/2} \varepsilon_s(x) dx \quad (8)$$

이때 축하중이 증가할수록 부착전달길이 l_t 는 증가하는데 비해, 일정크기의 축력 N 이상이 되면 축력의 크기에 관계없이 평균 균열간격 S_N 은 일정한 값으로 수렴하는 일축인장부재에 대한 균열 거동 해석결과를 토대로 임의의 축하중 N 에 의해 유발되는 균열간격 S_N 을 식 (9)와 같이, 최초의 균열하중 N_{cr} 이 작용할 때 초기균열간격 S_{cr} 과 항복하중이 작용할 때 최종적으로 수렴된 균열간격 S_Y 와의 선형관계로부터 결정할 수 있다.

$$S_N = \frac{S_Y - S_{cr}}{N_Y - N_{cr}}(N - N_{cr}) + S_{cr} \quad (9)$$

여기서 $S_Y = 0.5 \cdot (2(cc + l_b/10) + k_1 k_2 d_b / \rho)$, cc 는 콘크리트 덮개를, l_b 는 종방향철근의 최대간격을, k_1 은 부착 성질을 규정하는 변수(이형철근의 경우 0.4)이며, k_2 는 최대인장변형률 ε_1 과, 최소인장변형률 ε_2 값에 의해 결정되는 변형률의 경사를 고려하는 변수로써 $k_2 = 0.25(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1$ 로 표현되며, d_b 는 철근의 직경을, ρ 는 철근비를 각각 의미한다[3].

이와같이 임의의 축하중 N_m 이 작용할 때 철근의 평균변형률 $\bar{\varepsilon}_{sm}$ 값이 산정된 후, 철근과 콘크리트의 부착에 의해 발생하는 인장강화효과를 정량적으로 평가하는 방법은 다음과 같다. 철근콘크리트 인장부재에 균열이 발생하면 인장균열 이후 부재의 전 구간에 걸쳐서 순수하게 콘크리트가 분담하는 콘크리트의 평균 인장응력 σ_c 는 전체하중(N_m)에서 부착철근이 받는 하중($\bar{\varepsilon}_{sm} E_s A_s$)을 뺀 하중을 콘크리트 단면적(A_c)으로 나눈 값이 되며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_c = (N_m - \bar{\varepsilon}_{sm} E_s A_s) / A_c \quad (10)$$

이와같이 가해진 축력 N 과 철근의 평균변형률 $\bar{\varepsilon}_{sm}$ 관계로부터 철근이 항복하중에 도달할 때까지의 $N/A_s f_y - \bar{\varepsilon}_{sm} / \varepsilon_{sy}$ 곡선을 구할 수 있으며 이를 토대로 식 (10)에 의해 산정되는 국부 균열영역을 포함한 부재의 전 구간에서의 콘크리트 평균인장응력 σ_c 와 전체 인장부재의 평균변형률로 대변되는 평균변형률 $\bar{\varepsilon}_{cm}$ 관계로부터 균열이후의 철근콘크리트 인장부재에서 콘크리트의 평균응력-변형률 관계를 규정하는 인장강화모델을 구성하게 된다(그림 1참조). 일반적으로 철근콘크리트 구조물의 유한요소해석시 널리 사용되는 균열이후의 콘크리트의 평균응력-변형률관계를 규정하는 인장강화모델은 $\sigma_c = f'_t / (1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon})$ 의 Collins 모델[18]과 $\sigma_c = f'_t (\varepsilon_m / \varepsilon)^c$ 의 Maekawa 모델[15]과 같이 콘크리트의 인장강도 f'_t 의 함수로 규정되는 모델과 Gupta와 같이 부착응력-슬립 관계로부터 유도된 모델[9], 그리고 이 논문에서 제시한 모델과 CEB-FIP모델과 같이 철근의 평균변형률 관계로부터 구성된 모델 등이 있다. 위의 식에서 ε_m 는 균열이 발생할 때의 변형률을,

c 는 강성변수 (stiffening factor)로써 이형철근의 경우에는 0.4의 값을 각각 갖는다.

면적변수 $n\rho$ 와 강도변수 f_y/nf'_i 의 변화에 따른 제안된 인장강화모델의 특성을 파악하기 위해 기존 연구를 통해 제안된 인장강화모델과의 비교가 이루어졌다. 면적변수 $n\rho$ 와 강도변수 f_y/nf'_i 변화에 따른 축력-평균변형률 관계와 콘크리트 응력-변형률 관계를 나타낸 그림 5를 살펴보면 Collins[18]의 인장강화모델은 콘크리트 인장강도의 함수로만 표현되어 있어서 두 변수 변화에 따른 인장강화영향을 효과적으로 고려하지 못하며 Gupta[9]의 단순 모델은 철근항복하중하의 콘크리트 응력 대 인장강도비 σ_c/f'_i 가 0.5로써 항상 일정한 값을 가지므로 면적변수와 강도변수가 커지는 경우 상대적으로 균열 이후의 콘크리트 인장강성을 과도하게 산정함을 알 수 있다. 이에 반해 이 논문에서 제시한 인장강화모델은 CEB 모델과 거동특성이 유사하며 두 변수 변화에 따른 인장강화영향을 효과적으로 고려함을 알 수 있다.

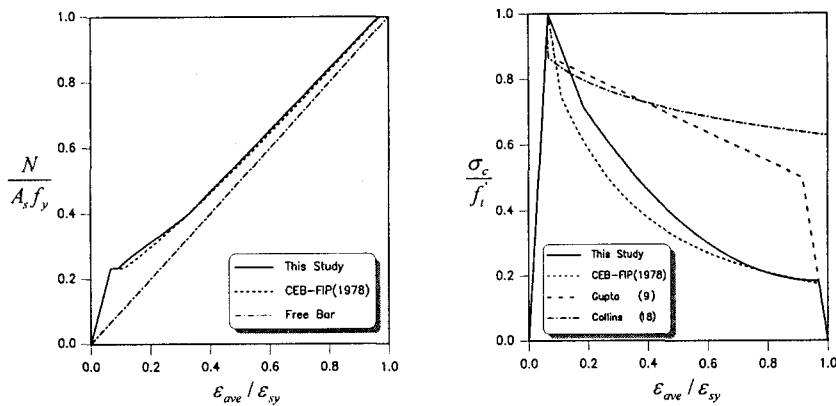


그림 5 $n\rho=0.4$, $f_y/nf'_i=15$ 일 때 인장강화영향

7. 결 론

이 논문에서는 축방향 인장부재의 균열거동과 철근콘크리트 부재의 인장강화현상을 고려하기 위한 새로운 해석적 모델을 제시하였다. 균열 후 거동 해석을 위하여 부착응력-슬립의 관계나 부착응력의 분포를 가정하는 기존의 방법과는 달리, 균열 단면 사이에 존재하는 철근과 콘크리트에 대한 변형률 분포 함수를 균열 전, 후의 에너지 평형관계를 이용하여 다항식으로 제안하였으며, 이를 바탕으로 철근콘크리트 구조물의 인장강화모델 구성이 용이한 일축 방향 철근 콘크리트의 균열 거동 해석기법을 구성하였다. 예제 해석을 통해 제안된 다항식 변형률 분포함수가 하중이 증가함에 따라 부재의 길이 방향으로 철근과 콘크리트가 분담하는 하중, 슬립량, 철근의 신장률 등, 균열 후 거동을 효과적으로 산정할 수 있음을 알 수 있었다. 또한 이 논문에서 구성된 균열 이후 균열 단면 내에 존재하는 콘크리트의 응력-변형률 관계를 규정하는 인장강화모델을 면적변수와 강도변수를 변화시키면서 철근콘크리트 인장부재에 적용한 결과, 두 변수 변화에 따른 거동을 효과적으로 나타내고 있음을 알 수 있으며, 콘크리트의 응력-변형률 관계로 표시된 인장강화모델은 힘이 지배적으로 작용하는 콘크리트 구조물(보, 슬래브 등)의 비선형 해석시 균열 후 거동을 예측하는데 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

1. ACI Committee 224, "Cracking of concrete members in direct tension", J. of ACI, Vol.83, No.1, pp.3-13, 1986.
2. Blackman, J. S., Smith, G, and Young, L. E., "Stress Distribution Affects Ultimate Tensile Strength", ACI J., Vol.55, No. 6, pp.679-684, 1958.
3. CEB, CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, Paris, France, 1978.
4. CEB, Cracking and deformation, Bulletin d'information No. 158, Paris, France, 1985.
5. Chan, H. C., Cheung, Y. K. and Huang, Y. P., "Crack Analysis of Reinforced Concrete Tension Members", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 118, No. 8, pp. 2118-2132
6. Floegl, H. and Mang, H. A., "Tension Stiffening Concept based on Bond Slip", J. of Struct. Engrg, ASCE, Vol. 108, No. 12, pp. 2681-2701, 1982.
7. Ghali, A., Favre, R., Concrete Structures: Stresses and Deformations, Chapman and Hall, New York, N.Y., 1986.
8. Gilbert, R. I., and Waner, R. F., "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 104, No. 12, pp. 1885-1900, 1978.
9. Gupta, A. K., and Maestrini, S. R., "Tension-Stiffness Model for Reinforced Concrete Bars", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 3, pp. 769-790, 1990.
10. Hilsdorf, H. K., and Brameshuber, W., "Code-type Formulation of Fracture Mechanics Concepts for Concrete", Int. J. of Fractures, Vol. 51, pp.61-72., 1991.
11. Kaklauskas, G. and Ghaboussi, J., "Stress-Strain Relations for Cracked Tensile Concrete from RC Beam Tests", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 127, No. 1, pp.64-73, 2001.
12. Kankam, C. K., "Relationship of Bond Stress, Steel Stress, and Slip in Reinforced Concrete", J. of Structural Engineering, Vol.123, No.1, pp.79-85., 1997.
13. Massicotte, B., Elwi, A. E., and Macgregor, J. G., "Tension-Stiffening Model for Planar Reinforced Concrete Members", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol.116, No. 11, pp.3039-3058, 1990.
14. Mirza, S. M., and Houde, J., "Study of Bond Stress-Slip Relationships in Reinforce Concrete", ACI J., Vol.76, No.1, pp.19-45., 1979.
15. Okamura, H. and Maekawa, K, Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete, Gihodo-Shuppan, Tokyo, Japan, 1991.
16. Ouyang, C., Kulkarni, S. M. and Shah, S. P., "Prediction of Cracking Response of Reinforced Concrete Tensile Members", J. of Structural Engineering, Vol.123, No.1, pp.70-78., 1997.
17. Somayaji, S. and Shah, S. P., "Bond Stress Versus Slip Relationship and Cracking Response of Tension Members", ACI J., Vol.78, No. 3, pp.217-225, 1981.
18. Vecchio, F. J., and Collins, M. P., "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Members subjected to Shear", ACI J., Vol. 83, No. 2, pp. 219-231., 1986.
19. Vecchio, F. J., "Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Formulation", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 9, pp.1070-1077, 2000.
20. Yang, S. and Chen, J., "Bond Slip and Crack Width Calculation of Tension Members", ACI Struct. J., Vol.85, No.7, pp.414-422., 1988.