

회전곡면으로 이루어진 마이크로 채널 내부유동의 유변학적 고찰

최근우, 김지희, 김윤제*
 성균관대학교 대학원
 성균관대학교 기계공학부*

Rheological Behavior of Flow Fields in a Microchannel Between Rotating Curvilinear Surfaces of Revolution

G.-W. Choi, J.-H. Kim, Youn J. Kim*
 Graduate School, Sungkyunkwan University
 School of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan University*

서론

미세 극성유체(micropolar fluids)란 고분자 첨가제, 혈액 유동, 윤활제, 액체 속의 결정 성장 (crystal growth in liquids), 오염된 기름이나 콜로이드 상태의 부유물(suspension) 등과 같이 미세 입자를 포함하는 유체로서, 유체 요소의 국소조각과 미소운동에 영향을 받는다. Eringen[1]은 유체에 미세 회전효과(microrotational effect)를 도입하여 미세 극성유체 이론(micropolar fluid theory)을 정립하였으며, 이에 기초한 수학적 모델은 다양한 유체유동의 해석에 적용되고 있다.

예를 들어, Ariman[2]은 벽면에서의 미세 회전성분이 없더라는 가정하에 100 μm 크기의 작은 동맥 내 혈액유동의 속도구배 값을 해석하였고, Walicka 등 [3]은 벽면 경계조건이 제로 조건이라 가정하고 마이크로 채널내부 유동특성을 연구하였다. 또한, Kim[4]은 상사해법을 이용하여 평판유동과 쉐기형 물체 주위의 비압축성, 미세 극성유체의 정상·충류유동에 대하여 고찰하였으며, 속도구배는 고찰된 값의 범위 내에서 미소하게 변화하였지만 회전장과 조합응력은 크게 변함을 확인하였다.

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 축대칭으로 이루어진 회전 곡면체 슬롯(slot)사이의 비압축성 미세 극성유체의 정상상태, 충류 유동에 대해 고찰하였다. 기존의 연구에서는 대부분 벽면경계조건을 제로 조건이라는 가정하에 해석연구를 수행하였지만, 본 연구에서는 속도 구배값에 일정한 비례관계를 갖는 경계조건을 적용하여 실제문제에 더 근접한 해를 구하고 이에 따른 유동특성을 Newton 유체와 비교하여 고찰하였다.

이론적 배경

Eringen[1]에 의해 정립된 등온(isothermal), 비압축성(incompressible) 유동에 대한 미세 극성유체의 보존방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot V &= 0 \\ \rho \frac{dV}{dt} &= -\nabla p + k \nabla \times \Omega - (\mu + k) \nabla \times \nabla \times V \\ \rho j \frac{d\Omega}{dt} &= k \nabla \times V - 2k \Omega - \gamma \nabla \times \nabla \times \Omega + (\alpha + \beta + \gamma) \nabla (\nabla \cdot \Omega) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, p 는 정압을 나타낸다.

식 (1)은 속도와 미세회전에 대한 다음과 같은 경계조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} v_x(x, \theta, \pm h) = 0, \quad v_y(x, \theta, \pm h) = 0, \quad v_\theta(x, \theta, \pm h) = w_{1,2}, \\ \Omega_i(x, \theta, \pm h) = -\frac{\xi}{2} \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, ξ 는 미세 회전 경계변수이며, ξ 는 $0 \leq \xi \leq 1$ 의 범위를 가진다. 특히 $\xi=0$ 인 경우 $\Omega=0$ 가 되고 벽면에 근접한 미세요소(microelements)가 회전하지 않는 짙은 농도의 흐름을 나타낸다. $\xi=0.5$ 인 경우 약한 농도(weak concentration)를 나타내며, $\xi=1$ 인 경우에는 물체표면에서 미세 회전은 유체가 갖는 와도(vorticity)의 절반이라는 것을 의미하고 난류경계층 유동의 모델로 사용되고 있다[4][5].

Fig. 2는 Fig. 1을 x, θ, y 의 직교 곡선 좌표계로 도시한 그림이다. 여기서 $h(x) \ll R(x)$ 이고, 축대칭(axisymmetric)이므로 $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ 이라 가정하고 크기분석법(order of magnitude)을 이용하여 지배방정식을 단순화시켰다[4]. 식 (2)의 마이크로채널 벽면의 새로운 경계조건으로부터 본 연구의 주된 관심인 θ 방향의 미세 회전성분(Ω_θ)과 x 방향의 속도성분(v_x)를 구하면 다음과 같다.

$$\Omega_\theta = -\frac{f h}{\mu(2+\delta)} \left\{ A \frac{\sinh(M\eta)}{\sinh(M)} - \eta \right\} \quad (3)$$

$$v_x = -\frac{f h^2}{\mu(2+\delta)} \left\{ 1 - \eta^2 - A \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\cosh(M) - \cosh(M\eta)}{M \sinh(M)} \right\} \quad (4)$$

여기서, δ 는 무차원 점성비로서 와점성계수(ν)와 유체가 갖는 절대점성계수(μ)의 비($\delta = \frac{\nu}{\mu}$)로 정의된다. 또한, A 는 변수 ξ 와 무차원 점성비 δ 를 포함하고 있는 변수이고, η 와 M , 그리고 f 는 각각 다음과 같이 정의된 변수들이다.

$$A = 1 + \frac{(2+\delta)\xi}{2+\delta(2+\xi)}, \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad M = m h, \quad f = \frac{\partial b}{\partial x} \quad (5)$$

미세 회전성분(Ω_θ)과 x 방향의 속도성분(v_x)을 η 의 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\Omega_\theta = -\frac{f h}{2\mu} f_1(\eta), \quad v_x = -\frac{f h^2}{2\mu} f_2(\eta) \quad (6)$$

$$f_1(\eta) = \frac{2}{2+\delta} \left[A \frac{\sinh(M\eta)}{\sinh M} - \eta \right] \quad (7)$$

$$f_2(\eta) = \frac{2}{2+\delta} \left[\left\{ 1 - \eta^2 - A \frac{\delta}{1+\delta} \frac{\cosh M - \cosh(M\eta)}{M \sinh M} \right\} \right] \quad (8)$$

결과 및 고찰

무차원 식 (7)과 (8)은 계산의 단순성을 위하여 $M=1.0$ 일 때 다양한 δ 와 ξ 값에 대하여 결과를 구하였고, 유로의 무차원 변수인 η 의 계산간격 $\Delta\eta$ 은 0.01을 택하였다. 본 연구에서 유도한 식의 검증을 위해 벽면 경계조건이 제로 조건이라는 가정하에서 연구를 수행한 선행연구자[3]의 결과와 비교하였고, 그 결과는 잘 일치하였다. 여기서 제로 조건이라는 것은 본 연구에서 도입한 미세 회전 경계변수 ξ 값이 제로일 때를 의미한다.

Figs. 3과 4는 M 값이 1.0이고 δ 값이 0일 때 여러가지 ξ 값에 대한 미세 회전요소 Ω_θ 와 유로의 x 방향 속도성분 v_x 분포를 도시하였다. y 축은 유로 폭을, 그리고 x 축은 Ω_θ 와 v_x 값의 정규화(normalization)분포를 나타내고 있다. δ 값이 0일 때 미세 회전요소(Ω_θ)는 ξ 값의 변화에 따라 변화가 있지만 속도성분(v_x)은 변화가 없음을 알 수 있다. 여기서 δ 값이 0일 때는 와점성계수(α)가 없는 뉴턴 유체를 나타낸다. 미세 회전요소(Ω_θ)의 변화는 Fig. 3에 도시한 것과 같이 상수 ξ 값이 증가함에 따라 커지고 벽면($\eta=\pm 1$)에서도 증가하는 경향을 보이고 있다. 이는 ξ 의 변화가 유체 입자의 농도 변화를 의미하며 전술한 바와 같이 ξ 값이 0에 가까워지면 농도 증가를, ξ 값이 1에 가까워지면 농도 감소를 의미하고, 벽면에서 회전성분이 입자 농도의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다.

Figs. 5와 6은 M 값이 1.0, δ 가 1.0일 때의 미세 회전요소 Ω_θ 와 속도성분 v_x 각각의 분포를 나타내었다. 뉴턴 유체인 Figs. 3과 4의 결과와 비교하면 δ 값이 1일 때 변수 ξ 에 변화($0 \leq \xi \leq 1$)에 따른(Figs. 5와 6 참조) 미세 극성유체의 속도 크기 분포가 뉴턴 유체에 비해 작아지는 경향을 나타내었다. 또한 ξ 가 증가함에 따라 속도 크기의 분포는 감소하는 경향을 나타내었는데, 이 때 미세 회전요소 분포(Fig. 5 참조)를 살펴보면 뉴턴 유체에 비해 작아졌으며, ξ 가 증가함에 따라 그 크기는 속도 분포의 크기와는 달리 점차 증가하였다. 즉, 입자 농도가 감소할수록 채널내의 속도는 감소하였고, 회전성분은 증가하였다.

결론

미세 극성 유체이론을 이용하여 곡면회전체 슬롯(slot)사이의 비압축성 미세 극성유체의 정상상태, 층류 유동에 대해 고찰하였다. 경계층 방정식을 이용하여 해를 구하였으며, 벽면에서의 미세 회전성분에 대한 경계조건을 속도 구배값에 일정한 비례관계를 가진다는 가정하에 해를 제시하였다.

δ 값 증가의 영향으로 속도성분과 벽면에서 미세 회전성분이 뉴턴 유체에 비해 작아졌으며, δ 값이 커질수록 속도성분과 미세 회전성분은 작아지는 경향을 나타내었다. 또한 ξ 값 증가는 채널내의 미세 회전성분의 증가를 가져왔으며, δ 값이 0일 경우에 속도성분에는 아무런 영향을 주지 않았으며, δ 값이 0이 아닐 때 ξ 값이 증가하면 채널 내 속도성분이 점차 감소하는 경향을 나타내었다.

참고문헌

- [1] Eringen, A. C., J. Math. Mech., Vol. 16, No. 1, pp. 1~18(1966).
- [2] Ariman, T., J. Biomech., Vol. 4, pp. 185~192(1971).
- [3] Walicka, A., TU Press, Zielona Góra(1994).
- [4] Kim, Y.-J., 대한기계학회논문집 B권, 제23권 제8호, pp. 969~977(1999).
- [5] Hsu, T.-H. and Wang, S.-G., Int. J. Heat Mass Trans., Vol. 43, pp. 1563~1572(2000).

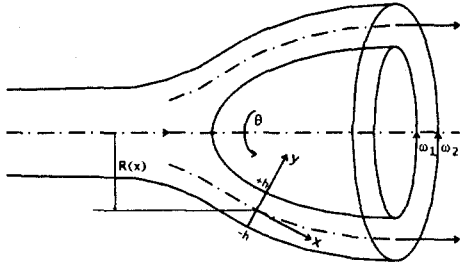


Fig. 1 Slot between rotating curvilinear surfaces of revolution.

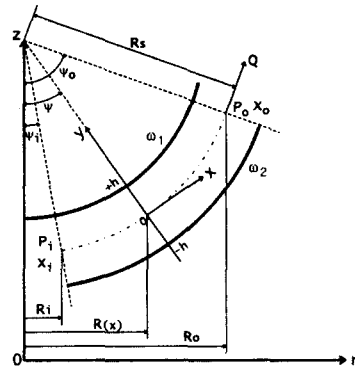


Fig. 2 Curvilinear orthogonal coordinate systems.

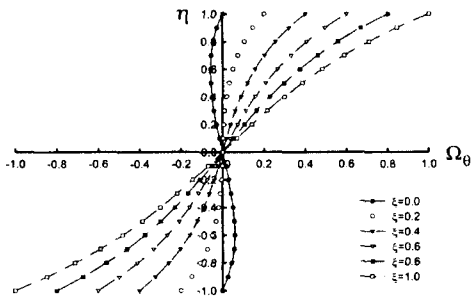


Fig. 3 Distribution of the microrotation component Ω_θ for various ξ with $M=1.0$ and $\delta=0.0$.

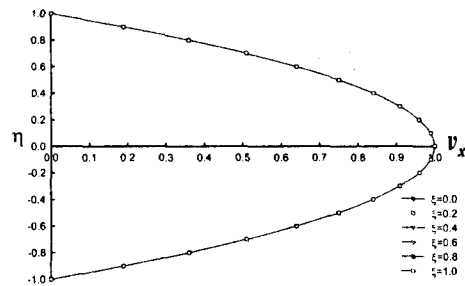


Fig. 4 Distribution of the velocity component v_x for various ξ with $M=1.0$ and $\delta=0.0$.

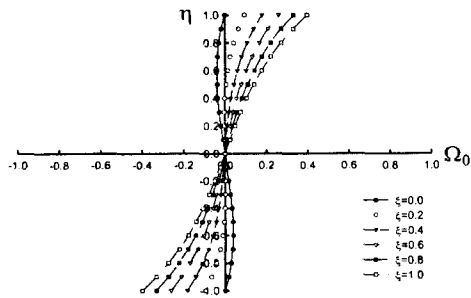


Fig. 5 Distribution of the microrotation component Ω_θ for various ξ with $M=1.0$ and $\delta=1.0$.

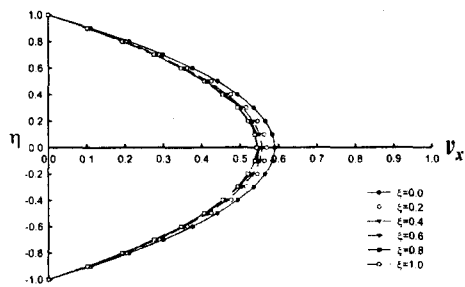


Fig. 6 Distribution of the velocity component v_x for various ξ with $M=1.0$ and $\delta=1.0$.