

다중플랜트 생산 공급망 계획에서 납기 지연 최소화 및 자원 이용

최대화를 위한 다목적 계획

The multi-objective planning for minimizing tardiness and maximizing resource utilization in a multi-plant supply chain

한만형 · 문치용 · 김종수

한양대학교 산업공학과

경기도 안산시 사1동 1271 한양대학교 산업공학과 (우) 425 - 791

전화 : (031) 408 - 0631 Fax : (031) 409 - 2423

E-mail address: mhhan@mecors.hanyang.ac.kr

Abstract

In this paper, we presents a systematic methodology for minimizing tardiness and maximizing resource utilization in a multi-plant supply chain. A methodology is represented to a multi-objective mathematical program model. The model offers flexible and efficient multi-plant planning and scheduling. Also, We develop a realistic and flexible planning model using the genetic algorithm to solve the model.

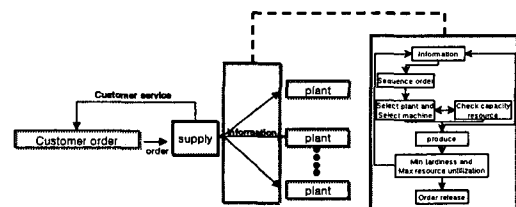
1. 서론

다중플랜트 생산망의 구조는 고객의 주문에 따라 제품 생산이 이루어지는 주문생산방식으로 (1) 제품을 구성하는 부품은 공정순서 제약을 갖으며, (2) 각 공정의 작업을 위해 여러 대체 장비 중에서 하나의 장비를 선택한다. 또한, (3) 대체 장비는 유한한 생산능력을 갖으며, (4) 임의의 장비에 할당되는 공정작업 시간의 합은 그 장비의 가용시간을 초과할 수 없다. 이러한 환경에서 작업지연을 최소화 하고 이에 따라 고객의 납기요구를 만족시키는데 목적을 둔다. 그리고 장비의 선택 시에 고려되어야 할 것은 (5) 임의의 특정 장비에 부하가 집중되어 과부하가 발생되지 않도록 하기 위해 장비의 부하량을 균형화해야 한다. 다중 플랜트 공급사슬과 관련한 몇몇 연구가 최근 발표되고 있는데, Flornet Frederix [1], Ming과 Frank [2], Epap and Benita 과 Beamon [3]등의 기존 연구들을 살펴보면 생산 설비를 계약관계로 하여 설비능력을 증가시키거나, 생산계획 수립과정 중 주 생산계획단계 수립에 중

점을 두는데 반해, 자원의 투입과정에서부터 생산 스케줄까지의 생산과정과 물류이동을 고려하여 서로 다른 지역의 플랜트들을 포함하는 다중 플랜트 환경에서 계획을 수립하는 것이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 다중플랜트 공급 생산망 환경에서 납기 지연(tardiness) 최소화와 자원 이용 최대화의 생산 공급망 계획을 이룰 수 있는 다목적 수리계획 모델을 제시하고, 이 모델의 해결 접근을 위해 유전알고리즘(genetic algorithm)을 이용한 휴리스틱 방법을 개발하고자 한다.

2. 모델

순서제약을 갖는 공정들의 생산 공정 순서를 정하고 한정된 자원 내에서 장비를 할당하여 실행 가능한 공정계획 및 생산 스케줄의 계획을 수립함으로써 납기 지연을 최소화하고 자원의 이용을 최대화를 이루어 내는 것이 본 논문의 목적이다.



[그림 1] 문제 범위

순서제약을 갖는 공정순서는 선후행 관계를 갖는 외관원문제를 이용하여 모델화가 가능하며, 외관원 문제에서 노드간 이동시간을 생산시간으로 생각하여 장비 할당순서에 따른 생산소요시간 및 납기지

연시간을 최소화시키는 문제로 접근할 수 있다. 이러한 문제 접근으로 공정계획 및 한정된 자원 내에서의 장비 할당계획을 통합하는 모델을 정식화 할 수 있다. 공정순서를 결정하기 위해 방법은 선행제약을 갖는 외판원문제에 적용하여본다. 본 연구에서 이용할 기호는 다음과 같다.

- K = 제품종류, K 개의 서로 다른 제품
- M = 대체장비
- q = 제품별 생산단위크기
- G_k = 제품 k 의 i 번째 공정순서
- 예, $G_k = \{g_{ki} \mid \forall i=1,2,\dots, J_k\}$
- g_{ki} = 제품 k 의 i 번째 공정이름
- J_k = 제품 k 의 i 번째 공정순서
- P_{kim} = 제품 k 의 i 번째 공정이 m 기계 생산시간
- T_{mn} = 기계 m 에서 n 으로 이동시간
- u_{kij} = 공정간 제품 k 의 생산단위
- s_k = 제품 k 에 대한 첫 번째 선택된 공정
- AW_m = m 장비의 실질적 작업시간
- EW_m = 전체 범용기계의 평균 부하량
- O_{kim} = m 장비에서 부품 k 의 i 공정작업완료시간
- $Z_{ijm} = \begin{cases} 1, & \text{기계 } m \text{에 부품 } k \text{의 공정 } i \text{가 공정 } j \text{보다 먼저 수행,} \\ 0, & \text{그외의 경우,} \end{cases}$
- C_{tk} = 제품 k 의 작업완료시간
- d_k = 제품 k 의 납기
- $I = D_{qk} - (q_k P_{kim} x_{kim} + V_{kij} T_{mn} x_{kim} x_{kin})$.
- $TD = \begin{cases} 1 & I > 0, \\ 0, & \text{그외의 경우,} \end{cases}$
- y_{kij}^p = 제품 k 에 대한 i 공정으로부터 j 공정으로의 제품 p 양
- y_{kij}^q = 제품 k 에 대한 i 공정으로부터 j 공정으로의 제품 q 양

3. 다목적 수리적 모델

제품 종류가 K 이며 고정된 각 제품들의 생산단위는 q , 선행제약을 갖는 모든 제품의 공정순서 집합인 G_k 가 주어질 때 모든 제품의 생산시간이 최소화 할 수 있는 공정순서를 정하여야 한다. 순서제약을 갖는 각각의 공정은 반드시 하나의 기계를 선택하여야만 한다. $u(k,i)$ 는 제품 k 의 i 번째 공정의 기계할당을 표현한다. c_{kij} 는 제품 k 의 q_k 제품에 대해 g_{ki} 공정으로부터 g_{kj} 공정까지의 이동시간을 나타낸다. 이동시간 c_{kij} 는 q_k 제품에 대한 g_{ki} 공정에 할당된 $u(k,i)$ 의 공정시간과 q_k 제품의 $u(k,i)$ 기계로부터 $u(k,j)$ 로의 이동시간을 합한 값이다. 생산단위 크기 u_{kij} 를 알고 있을 때 q_k 제품에 대해 g_{ki} 공정으로부터 g_{kj} 공정까지의 이동횟수는 식(1)과 동일하게 계산된다. $[A]$ 은 A 와 같거나 큰 정수 중 가장 작은 값의 정수를 의미한다.

$$V_{kij} = \left\lceil \frac{q_k}{u_{kij}} \right\rceil \quad (1)$$

이에 따라 총 이동시간 c_{kij} 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$c_{kij} = q_k P_{ki} u(k,i) + V_{kij} T_{u(k,i)u(k,j)} \quad (2)$$

다중플랜트 생산 공급망 통합문제에서 중요한 결정변수는 다음과 같다.

$$x_{kim} = \begin{cases} 1, & \text{부품종류 } k \text{의 공정 } i \text{에서 기계 } m \text{을 선택한 경우,} \\ 0, & \text{그외의 경우,} \end{cases}$$

결정변수에 따라 q_k 제품에 대한 i 공정으로부터 j 공정으로의 이동시간 c_{kij} 는 다음과 같이 제정의 될 수 있다.

$$c_{kij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (q_k P_{ki} x_{kim} + V_{kij} T_{mn} x_{kim} x_{kin}) \quad (3)$$

\overline{W}_m 을 대체 장비 m 의 최대 가용시간으로 한다. 각각의 m 장비 선택에 있어 \overline{W}_m 의 값을 초과하지 못하는 제약을 주어 유한 능력제한 조건을 주고 현실에 가까운 문제로 접근한다. 순서제약을 갖는 제품 공정시간을 최소화하기 위한 목적식은 선행행관계를 갖는 외판원문제에 적용하여 풀어간다. 위의 내용을 종합하여 보면 공정순서제약과 자원제약을 만족하여 납기지연을 최소화하기 위한 목적식을 다음과 같이 정식화 할 수 있다.

$$F_1 =$$

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J_k} \sum_{j=1}^{J_k} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1}{J_k - 1} (TD) (y_{kij}^p + y_{kij}^q) \quad (4)$$

그리고 장비의 부하량을 평균화 시키기 위한 목적식은 다음과 같다.

$$F_2 = \text{Min} \sum_{m=1}^M \frac{(AW_m - EW)^2}{M} \quad (5)$$

공정간 순서제약을 갖고 대체장비의 유한 능력을 갖는 다중플랜트 생산 공급망 계획에서 유전 알고리즘을 이용한 납기지연 최소화 및 자원이용 최대화를 이루기 위한 통합 모델은 다음과 같다.

$$\text{Min } F_1$$

$$= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J_k} \sum_{j=1}^{J_k} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1}{J_k - 1} (TD) (y_{kij}^p + y_{kij}^q) \quad ,$$

$$\text{Min } F_2 = \sum_{m=1}^M \frac{(AW_m - EW)^2}{M} \quad ,$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^p - \sum_{j=1}^{J_k} y_{kji}^p = \begin{cases} J_k - 1, & \text{for } i = s_k, \\ -1, & \text{elsewhere,} \end{cases} \quad \forall k, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^p - \sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^q = \begin{cases} -(J_k - 1), & \text{for } i = s_k, \\ +1, & \text{elsewhere,} \end{cases} \quad \forall k, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{J_k} (y_{kij}^p + y_{kij}^q) = (J_k - 1), \quad \forall k \text{ and } i, \quad (8)$$

$$y_{kij}^p + y_{kij}^q = (J_k - 1)y_{kij}, \quad \forall k, i \text{ and } j, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^p - \sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^q \geq 1, \quad \forall k \text{ and } (g_{ku} \rightarrow g_{kv}) (g_{kv} \neq s_k) \quad (10)$$

$$y_{kij}^p \geq 0, \quad \forall k, i \text{ and } j. \quad (11)$$

$$y_{kij}^q \geq 0, \quad \forall k, i \text{ and } j. \quad (12)$$

$$y_{kij} \in \{0, 1\}, \quad \forall k, i \text{ and } j. \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J_k} q_k P_{kim} x_{kim} \leq \bar{W}_m, \quad \forall m, \quad (14)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{kim} = 1, \quad \forall k \text{ and } i, \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{kim} \geq 1, \quad \forall m, \quad (16)$$

$$x_{kim} \in \{0, 1\}, \quad \forall k, i \text{ and } m, \quad (17)$$

$$O_{ijm} - O_{kim} + w(l - Z_{ijm}) \geq P_{ijm} \quad (18)$$

$$C_{ik} - \text{Max}\{0, C_{ik} - d_k\} = d_k \quad (19)$$

제약식 (6)와 (11)는 제품 p의 흐름이 가능하다는 것을 보증하는데 사용된다. 유사하게 제약식 (7)와 (12)은 제품 q의 흐름이 가능하다는 것을 보여준다. 제약식 (8)은 전체 네트워크에서 각 공정을 한번씩 경유하는 전체경로를 보장한다. 제약식 (9)는 만약 $y_{kij}^p = 1$ 인 경우 g_{ki} 공정에서부터 g_{kj} 공정까지의 제품 p와 q의 합이 $J_k - 1$ 이라는 것을 설명한다. 제약식 (10)은 공정간 순서 제약인 선행제약을 설명한다. 목적식 (1)은 (y_{kij}^p, y_{kij}^q) 의 공정순서 제약에 따른 기계할당의 생산시간($q_k P_{kim} x_{kim}$)과 선택되어진 기계간 제품의 이동시간($v_{kij} \tau_{mn} x_{kim} x_{kjm}$)의 합을 나타낸다. 제약식 (12)은 장비에 부과되는 부하량이 장비 가용시간을 초과하지 않도록 장비에 부과되는 부하량을 통제한다. 각 공정은 반드시 하나의 장비를 선택하여야 한다는 것은 제약 (15)에서 나타내고 있다. 여러 개의 공정이 하나의 특별한 장비로 집중되어지는 경우 부하가 집중되는 장비의 총 부하량은 장비의 최대 가용시간을 넘어서는 초과 부하량이 생길 수 있다. 모든 장비에 부하량을 평균

화 시켜주며 각 장비의 초과 부하량을 방지하여야 한다. 제약 (16)은 초과 부하량이 생기는 경우를 배제하기 위한 제약이다. 한대의 기계에 동시에 한 개 이상의 공정이 배분될 수 없는 것은 되지 제약 (18)에서 나타낸다. 제약(19)는 납기지연(tardiness)에 대한 제약이다.

4. 유전 알고리즘 접근

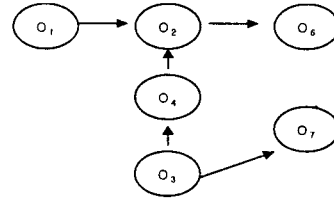
유전 알고리즘은 여러 개의 가능해를 초기 집단으로 하여 좋은 목적식 값을 산출하게 하는 우수 염색체들을 진화 시키며 점차적으로 좋은 값으로 발전해 나가는 알고리즘이다. 유전알고리즘의 장점은 복잡하고 정밀한 수학적 정의 없이도 다양한 목적식에 적용할 수 있다는 것이다. 본 연구에서 고려하는 주문의 생산공정은 선후행 관계인 순서제약을 갖게 되며, 이 문제는 외판원문제를 적용하여 공정순서를 결정하게 되는데, 이때 사용되는 우선순위 값을 유전 알고리즘의 염색체로 보고 좋은 해를 산출해 내도록 염색체들을 진화 시켜가는 유전 알고리즘 방법을 이용한다.

4.1. 해의 표현

순서제약을 갖는 공정순서를 갖는 경우 위상정렬을 이용하여 공정순서를 가지는 해를 [그림 2]와 같이 표현할 수 있다.

공정	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇
우선순위	6	2	3	1	5	7	4

[그림 2] 우선순위 염색체



[그림 3] 공정간 순서제약 네트워크

[그림 3]과 같은 공정에 대해 [그림2]의 예를 대입하면 가능한 공정순서의 결과는 다음과 같다.

공정순서 : O₃ → O₄ → O₇ → O₁ → O₂ → O₆

4.2. 평가 및 선택

새로운 child 유전자를 생성하기 위해 현 단계의 유전자를 parent의 개념으로 보고 그 중에서 다음 세대의 유전자들을 생성하게 되며, 다중 목적식인 F_1 (납기지연)과 F_2 (자원이용)에 대해 평가 함수를 계산하기 위해 본 연구에서는 가중치 방법을 적용한다. 현재 진화를 t라고 하고 이때의 염색체를 CRT라 한다. $F_1(CRT)$ 와 $F_2(CRT)$ 를 더하여 하나의 전체 목적 값으로 하여 평가함수 값을 계산한다. 다중 목적 최적화에 다중 목적 결정문제의 성격을 갖는 Pareto solution을 이용한다. 위의 평가 및 선택 과정을 설명하면 다음과 같다.

```

Module for Pareto optimal solution:
begin
for generation index 1=0 to max_gen:
count the number of chromosome from generated offspring off_size:
chr_size = pop_size * off_size:
for num = 1 to chr_size:
evaluate a chromosome CRnum:
obtain the solution vector Fnum = {F1(CRnum), F2(CRnum)}:
register pareto optimal solution and delete non_pareto solution:
endfor
endfor
end

```

4.3. 유전 알고리즘의 교차와 교배

유전 알고리즘에서 진화되는 방법 중 선택되어진 Parent 유전자의 변형이 이루어지게 되는 유전자 교차(crossover)와 교배(mutation) 과정이 있다. 이 부분을 유전 operator이라 부른다. 본 연구에서는 가장 기본적인 개념인 position based crossover과 reciprocal exchange mutation를 적용하여 알고리즘에 적용하였다.

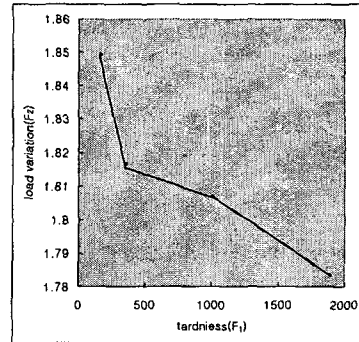
5. 수치실험

주문생산방식 생산 환경의 다중플랜트 공장에서 생산되는 부품의 종류는 총 5개이며, 2개의 플랜트에서 사용 가능한 기계 수는 6대 이다. 플랜트 내에서 부품별 40, 70, 60, 30, 60개로 기계간 이동한다고 가정한다. 플랜트간 부품의 이동은 모든 부품에 대해 10개로 가정하며, 서로 다른 대체 장비간 이동시간은 50으로 일정하다고 가정한다. 수치실험에서 사용할 유전 알고리즘의 파라메타 값은 경험치 값으로 다음과 같다. 각 세대별 유전자 크기는(Pop)는 100이며 진화 횟수(Gen)를 100하고, 교배율(Pc) 0.8, 교차율(Pm) 0.2로 정하여 실험을 하였다. 또한 본 연구의 실험에서는 장비 1, 2를 제외한 나머지 장비를 범용기계로 가정하여 범용기계의 부하량의 차이가 최소가 되도록 장비에 평균적 부하량이 할당되는 것을 고려하여 실험하였다. 장비의 능력제한이 있는 경우 각 장비의 가용시간능력을 벗어나지 않는 범위 내에서의 공정계획이 이루어졌으며 장비의 능력제한이 없는 경우와 비교하였을 때 장비 3의 마지막 공정 21공정(제품 5)에서 납기 지연 165가 발생하였다. 납기 지연과 자원이용을 동시에 고려하여 실험한 환경은 팬티엄(III) 933, 256M이며 수행시간은 70초이다.

다중 플랜트에서 납기 지연을 최소화하며 기계별 평균적 부하량의 값을 구하는 다중 목적식 값은 Pareto frontier로 나타내며 [그림 2]과 같다. 그림에서 제시하듯이 납기 지연 값이 작아질수록 부하량의 편차 정도가 커지는 것을 볼 수 있다. [표 2]은 [그림 2]의 Pareto solution을 나타낸다.

[표 1] Pareto solution

F1 = 1894	F2 = 1.78346
F1 = 1008	F2 = 1.80706
F1 = 358	F2 = 1.81653
F1 = 165	F2 = 1.84936



[그림 4] Pareto frontier

[표 3]은 위에서 제시한 알고리즘을 적용하여 대단위 범위의 문제를 풀었을 때의 실험 결과이다.

[표 2] 시험 결과

부품 10, 공정 40, 기계 6, 플랜트 2	Pop = 100, Gen = 100,	F1 = 11	F2 = 0.388545
	Pop = 100, Gen = 500,	F1 = 11	F2 = 0.388545
부품 15, 공정 60, 기계 9, 플랜트 3	Pop = 500, Gen = 200,	F1 = 11	F2 = 0.381489
	Pop = 100, Gen = 100,	F1 = 198	F2 = 0.530809
부품 20, 공정 80, 기계 16, 플랜트 4	Pop = 100, Gen = 500,	F1 = 159	F2 = 0.536723
	Pop = 200, Gen = 500,	F1 = 148	F2 = 0.538978
	Pop = 100, Gen = 100,	F1 = 138	F2 = 3.24654
	Pop = 100, Gen = 200,	F1 = 134	F2 = 3.24377
	Pop = 200, Gen = 300,	F1 = 111	F2 = 3.24273

6. 결론

본 연구에서 제시된 모델은 다중 플랜트 공급사슬에서 납기 지연 최소화화 자원이용 최대화의 두 가지 목적을 동시에 이룰 수 있는 근사 최적의 생산 공정 순서와 공정에 따른 장비의 할당, 일정계획을 동시에 수립하기 위한 모델과 유전 알고리즘을 이용한 해법을 개발하였다.

REFERENCES

[1] Florent Frederix. An extended enterprise planning methodology for the discrete manufacturing industry European Journal of Operational Research, pp. 317-325, 2001.

[2] Ming Dong, Frank Chen, F, Process modeling and analysis of manufacturing supply chain networks using object-oriented Petri nets, Robotics and Computer Integrated Manufacturing, pp. 121-129, 2001.

[3] Ehap, H. Sabri, Benita, M, Beamon, Amulti-objective approach to simultaneous strategic and operational planning in supply chain design, The International Journal of Management Science, pp. 581-598, 2000.