

철근콘크리트 건물의 고유주기 산정식

A Period Formula For Reinforced-Concrete Building

신 성 우* 이 광 수** 송 민 성*** 심 성 택***
Shin, Sung Woo Lee, Kwang Soo Song, Min Sung Shim, Sung Tack

ABSTRACT

Until now, various period formulas are proposed, but those of have a little difficult procedure and variation according to structural system. This paper presents an analysis of the uncoupled vibration of symmetric in RC structures. A generalized approximate method is developed using the Southwell-Dunkerley approximation and characteristics of structural deformation. The results of the proposed method for the example structure show good agreement with those of the Midas Genw4.2.2.

1. 서론

최근 건물이 고층화됨에 따라 지진하중 및 풍하중에 대한 관심이 더욱더 높아지고 있다. 특히, 구조물의 고유한 특성을 나타내는 기본진동주기는 횡하중을 산정하는 데에 있어 중요한 지표가 된다. 정확한 진동주기를 산정하기 위해서는 고유치해석을 수행하여야 한다. 고유치 해석은 최근 컴퓨터와 S/W의 발전에 의해 점차 활발히 사용되고 있으나, 해석을 위해서는 우선 구조물을 모델링하여야 하며, 동역학에 대한 충분한 이해와 경험을 필요로 한다. 따라서, 진동주기를 쉽게 수계산할 수 있는 방법들이 국외에서는 활발히 연구되어왔지만 비교적 적용하기가 쉽지 않으며, 국내에서는 골조에 대한 연구만이 다소 되어 있을 뿐 이 분야의 연구가 매우 미약한 편이다. 따라서, 본 연구에서는 기본적인 동역학적인 지식만으로 쉽게 구조물의 진동주기를 구할 수 있는 식을 제안하고자 한다.

2. 이론적 접근

이론적 접근을 위하여 우선 다음과 같은 가정을 한다. 첫째, 캔틸레버의 단면은 균일하며, 재료는 균질하다. 둘째, 단면은 비틀림이 생기지 않는 대칭단면이다. 따라서, 위와 같은 가정을 바탕으로 휨, 전단, 그리고 축진동주기를 분리하여 구한 후 Southwell-Dunkerley approximation에 의하여 최종적인 구조물의 기본진동주기 $T = \sqrt{T_f^2 + T_s^2 + T_a^2}$ 를 구할 수 있다.

* 정회원, 한양대학교 건축공학과 교수

** 정회원, 여주대학 건축과 부교수

*** 정회원, 한양대학교 건축공학과 석사과정

2.1 순수 휨 진동 주기

외력이 작용하지 않고 자유진동(free vibrations)을 할 때의 운동방정식은 (2.1.1)과 같다. 이식을 풀기 위하여 먼저 처짐을 $u(x, t) = \phi(x)q(t)$ 를 가정한 후, 균일한 단면을 가지는 캔틸레버로 가정하면, (2.1.2)와 같은 방정식을 얻을 수 있다. 또한, 여기에 적절한 경계조건을 대입하면 풀면, (2.1.4)과 같은 행렬형태로 나타낼 수 있으며, 이것은 결국 (2.1.5)와 같은 특성방정식 형태로 나타낼 수 있다. 따라서, 이를 풀면, (2.1.6)과 같은 해를 얻을 수 있으며, 이 해를 (2.1.3)과 (2.1.7)식에 차례로 대입하면, (2.1.8)과 같은 기본진동주기를 구할 수 있다. 또한, 위의 과정을 반복하면, 1 : 1/6.2667 : 1/17.547 등과 같은 모드별 주기변화율을 알 수 있다.

$$m(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} [EI(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}] = 0 \quad (2.1.1)$$

$$EI\phi^{IV}(x) - w^2 m\phi(x) = 0 \quad \text{또는} \quad \phi^{IV}(x) - \beta^4 \phi(x) = 0 \quad (2.1.2)$$

$$\text{여기서, } \beta^4 = \frac{w^2 m}{EI} \quad (2.1.3)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \beta L + \sinh \beta L & \cos \beta L + \cosh \beta L \\ \cos \beta L + \cosh \beta L & -\sin \beta L + \sinh \beta L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1.4)$$

$$\therefore \text{특성방정식 : } 1 + \cos(\beta L)\cosh(\beta L) = 0 \quad (2.1.5)$$

$$\therefore \beta_n L = 1.8751, 4.6941, 7.8548, 10.996\dots \quad (2.1.6)$$

$$T = \frac{2\pi}{w} \quad (2.1.7)$$

$$\therefore T_n = \frac{2\pi}{3.516} \sqrt{\frac{m}{EI}} H^2 \quad (2.1.8)$$

2.2 순수 전단 진동 주기

D'Alembert's principle에 따라 미소요소의 평형방정식을 구한 후, 여기에 외력이 작용하지 않을 때의 자유진동(free vibrations)을 고려하면 운동방정식은 (2.2.1)과 같아진다. 이식을 풀기 위하여 먼저 처짐을 $u(x, t) = z_n \theta_n(t)$ 를 가정한 후, 균일한 단면을 가지는 전단보(shear beam)로 가정한 후, 여기에 적절한 경계조건을 대입하면 풀면, (2.2.2)와 같은 모드별 진동수를 구할 수 있으며, 이를 (2.1.7)에 대입하면 (2.2.3)과 같은 해를 얻을 수 있다. 또한, 위의 과정을 반복하면, 1 : 1/3 : 1/5 등과 같은 모드별 주기변화율을 알 수 있다.

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} dX - K \frac{\partial^2 x}{\partial X^2} = 0 \quad (2.2.1)$$

$$w_n = \frac{(2n-1)}{2} \frac{\pi V}{H}, \quad n=1, 2, 3\dots \quad (2.2.2)$$

$$\therefore T_{S1} = 4 \sqrt{\frac{m}{KGA}} H \quad (2.2.3)$$

2.3 순수 축 진동 주기

외력이 작용하지 않고 자유진동(free vibrations)을 할 때의 운동방정식은 (2.3.1)과 같다. 이식을 풀기 위하여 먼저 처짐을 $u(x, t) = \phi(x)q(t)$ 를 가정한 후, 균일한 단면을 가지는 캔틸레버로 가정하면

(2.3.2)과 같은 특성방정식을 얻을 수 있으며, 이 식에 적절한 경계조건을 대입하면, (2.3.3)과 같은 모드별 진동수를 얻을 수 있다. 또한 이 식을 다시 (2.1.7)식에 대입하면 (2.3.4)와 같은 기본축진동주기를 얻을 수 있다. 또한, 위의 과정을 반복하면, 1 : 1/3 : 1/5 등과 같은 모드별 주기변화율을 알 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3.1)$$

$$-EA \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = w^2 m f(x) \quad (2.3.2)$$

$$\therefore w_n = \frac{(2n-1)\pi}{2} \sqrt{\frac{EA}{mL^2}}, \quad n=1,2,3,\dots\infty \quad (2.3.3)$$

$$\therefore T_{a1} = 4\sqrt{\frac{m}{EA}} H \quad (2.3.4)$$

3. 기존 연구

3.1 Stafford Smith, B., Crowe, E.의 연구

세장한 캔틸레버의 전단-휨변형 거동을 등가의 coupled-wall 변형을 치환하여 처리하고 있으며, α^2 , k^2 의 특성치 변수들을 사용하여 미분방정식을 만들고 경계조건을 대입하여 풀고 있으며, 건물의 전단 거동과 휨거동의 coupling 효과는 무차원변수 α_n 로 표현하고 있다. 또한, Southwell-Dunkerley approximation에 의하여 coupled wall의 진동주기 분리된 주기성분들을 합성하고 있으며, $kaH=6$ 을 기준으로 하여 2개의 식을 제안하고 있다. 골조와 전단벽등의 이중골조시스템과 2D나 3D 등 모든 구조물에 적용할 수 있는 장점이 있지만 지나치게 coupled wall에만 치우쳐져 있고 건물의 전높이를 통하여 크기와 구조적성질 등이 규칙적이어야 하는 단점을 가지고 있다.

3.2 Li Quisheng, Cao Hong, and Li Guiqing의 연구

골조, 전단벽, 변단면을 가지는 전단벽, 그리고 골조-전단벽 구조물들에 대한 각각의 미분방정식을 세우고, Bessel's Function과 경계조건, 그리고 각각의 특성방정식을 이용하여 각각의 경우에서의 주기를 제안하고 있으며, 최종적으로는 구조물의 재료와 구조시스템에 따라 횡방향과 종방향으로 각각 3개씩 층수에 선형적으로 비례하는 식을 제안하고 있다.

3.3 Wang, Y. P., Reinhorn, A. M. and Soong, T. T.

Wang, Y. P.등은 연속적인 접근(continuum approach)방법에 의해 '전단-휨 캔틸레버보'의 거동으로 취급되는 '전단벽-골조 구조물'의 해석에 근거를 둔 design spectra를 개발하고 있다. design spectra의 개발을 위해서, 우선 슬래브강성은 무한하며, 구조물은 전단과 휨성분이 동일한 평면에서 상호작용하게 하기 위하여 비틀림은 생기지 않는 것으로 가정하고 있다. 또한 등가의 전단-휨 캔틸레버로 형상화하기 위하여 균일한 전단-휨 캔틸레버보의 운동방정식은 'Euler-Bernoulli Theory'에 근거하여 표현하고 있다.

3.4 배익주의 연구

Stafford Smith, B.의 연구에 바탕을 두고 있으며, 골조시스템에서 특징적으로 나타나는 성질등을 이용하여 식을 단순화시키고 있다. 또한, 실제 건물의 주기를 구함으로써 식의 정확성을 검증하고 있다.

하지만, 골조의 전단변형만을 고려할 뿐 전단이외의 변형을 고려하지 않았기 때문에 20층이하의 골조에서는 매우 유용하지만, 20층이상에서는 오차가 커지는 단점을 가지고 있다.

4. 예제

1) 20층짜리 2D RC골조(그림 (A))로서, 층고는 3m이고 높이는 60m이다. 또한, 경간길이는 6m이며, 예제에 사용된 부재의 크기와 재료성질은 아래와 같다.

표 4.1.1. 사용된 부재의 크기 및 재료 물성치

부재	크기(m)	A(m ²)	I(m ⁴)	재료의 성질
보	0.4×0.7	0.28	0.01143	$f_{ck} = 210 \text{ kgf/cm}^2$ $\nu = 1/6$
기둥	0.7×0.7	0.49	0.02	
슬래브	0.125	-	-	

표 4.1.2. 기존연구와 해석비교 결과

	제안값	백익주	Heidebrecht & Stafford Smith	Skattum	MIDAS
T_{x1}	1.873(3.11%)	1.663(-8.48%)	1.536(-15.43%)	1.835(1.01%)	1.817
T_{y1}	1.964(3.37%)	1.706(-10.24%)	1.628(-14.36%)	1.874(-1.40%)	1.900

단위 : 초(sec)

2) 30층짜리 2D RC 벽-전단벽 구조(그림 (B))로서, 층고는 3m이고 높이는 90m이다. 또한, 경간길이는 12m이며, 예제에 사용된 부재의 크기와 재료성질은 아래와 같다.

표 4.2.1. 사용된 부재의 크기 및 재료의 물성치 $\nu=0.16$

부재	크기(m)	A(m ²)	I(m ⁴)	재료의 성질
보	0.4×0.6	0.24	0.0072	$f_{ck} = 210 \text{ kgf/cm}^2$ $\nu = 1/6$
기둥	0.7×0.7	0.49	0.020	
벽	0.2	2.4	28.80	

표 4.2.2 기존연구와 해석비교 결과

	제안값	Wang	Heidebrecht & Stafford Smith	Skattum	MIDAS
T_1	1.8616(-1.31%)	1.622(-14.1%)	1.5526(-17.7%)	1.8001(-4.57%)	1.8864

단위 : 초(sec)

3) 50층짜리 3D RC 이중골조 구조(그림 (C))로서, 층고는 3.5m, 경간길이 7m, 그리고 높이는 175m이

다. 예제에 사용된 부재의 크기와 재료성질은 아래와 같다.

표 4.3.1 사용된 부재의 크기 및 재료의 물성치

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	B ₁	B ₂	B ₃	벽	슬래브
size(m)	0.8×0.8	0.6×0.6	0.7×0.7	0.9×0.9	0.5×0.8	0.4×0.7	0.5×1.0	0.4	0.15
A(m ²)	0.64	0.36	0.49	0.81	0.40	0.28	0.5	2.8	-
I(m ⁴)	0.03413	0.0108	0.020	0.05468	0.02133	0.01143	0.04167	11.433	-
f _{ck} (kgf/cm ²)	400				240			500	240
ν	1/6								

표 4.3.2 기존연구와 해석비교 결과

	제안값	Li	Heidebrecht & Stafford Smith	Skattum	MIDAS
T ₁	6.755(0.74%)	6.648(-1.89%)	6.022(-10.2%)	6.986(4.18%)	6.706

단위 : 초(sec)

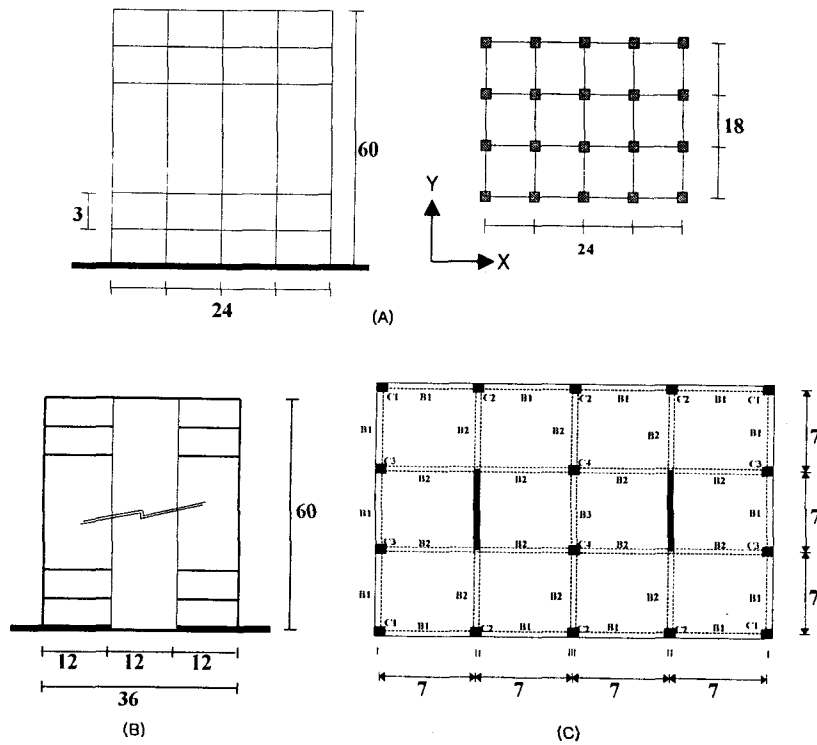


그림 1 예제의 입면도와 평면도

5. 결론

구조물의 기본진동주기는 횡력산정시의 가장 기본적인 요소가 된다. 하지만, 지금까지의 여러 연구자들이 제안한 식들은 다소의 사용에 어려움이 있었을 뿐만 아니라 정확성에도 다소의 문제가 있었다. 따라서, 본 논문에서는 구조물이 가지는 변형특성을 고려한 기본진동주기식을 제안하였으며, MIDAS Genw4.2.2를 통하여 검증한 결과 매우 우수한 정확성을 가지고 있는 것으로 나타났다. 따라서, 위의 제안식은 기본적인 동역학적인 지식을 가진 구조엔지니어이라면 예비설계시에 매우 간편하게 주기를 산정하는 데에 도움이 될 것으로 판단된다.

6. 연구의 한계점

일반적으로 사용되는 고층 철근콘크리트 건물에서는 코아의 배치위치에 따라 비틀림진동이 크게 발생할 수 있다. 이러한 경우에는 앞의 식에서 제안한 것처럼 uncoupled system으로 완전하게 분리시킬 수 없다. 따라서, 이러한 경우에는 변위행렬은 등가횡력에 의한 수직·수평방향의 처짐과 비틀림에 의한 회전등의 성분등으로 분리하여 만들지만, 강성과 질량은 coupling과 uncoupling을 동시에 고려한 행렬을 만들어야만 주기를 산정할 수 있다.

APPENDIX I . REFERENCES

1. Stafford-Smith, B., and Crowe, E., "Estimating Periods of Vibration of Tall Buildings", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 5, May, 1986, pp. 1005-1019
2. Stafford-Smith, B., Kuster, M., and Hoenderkamp, J. C. D., "Generalized Method for Estimating Drift in High-Rise Structures", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 110, No. 7, July, 1984, pp. 1549-1562
3. Li Quisheng, Cao Hong, and Li Guiqing, "Analysis of Free Vibrations of Tall Buildings", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 120; No. 9, September, 1994, pp. 1861-1876
4. Wang, Y. P., Reinhorn, A. M. and Soong, T. T., "Development of Design Spectra For Actively Controlled Wall-Frame Buildings", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 118, No. 6, June, 1992, pp. 1201-1219
5. Chopra, A. K. (1995). Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
6. Humar, J. L. (1990), Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
7. 배익주의 3인, 고층구조물의 진동주기 약산식, 대한건축학회 학술발표논문집, 제 19권 제 1호, 1994. 4. 24, pp.51-56

APPENDIX II . NOTATION

EI : 휨강성, GA : 전단강성, EA : 축강성,

K : 단면의 전단변형을 고려하는 전단계수 (■ : 0.83, ● : 0.9)

T_1 : 휨, 전단, 축진동주기를 고려한 기본진동주기