

# 스트럿-타이 모델을 이용한 RC 휨부재의 주기적 거동에 관한 연구

## Strut-and-Tie Models for RC Flexural Members under Cyclic Loading

이 수 곤\*      홍 성 곁\*\*  
Lee, Soo Gon      Hong, Sung Gul

### ABSTRACT

This paper presents the procedure to find the hysteresis loop of RC member using a modified strut-and-tie model. The forces and displacements at critical points, that are initial yielding point, target displacement point, unloading elastic limit, and reloading point after pinching, are investigated with the strut-and-tie models. Using bond-slip relationship, the elastic behavior of tie element is determined. The plastic flow behavior after flexural yielding is expressed by changing the location of longitudinal strut. Determination of pinching effect completes the initial hysteresis loop, assuming that the behavior of the opposite direction is symmetrical form.

### 1. 서론

스트럿-타이 모델은 철근 콘크리트 부재 내부의 응력 흐름을 인장 타이와 압축 스트럿으로 표현한 소성학적 모델이다. 이는 각 구성요소의 유효강도를 정의함으로써 부재의 극한 강도를 산정하는데 많이 사용되어 왔다. 지진하중이 작용할 때 구조물은 탄성 한계를 넘어 소성에너지 소산에 의해 과도한 외력에 저항한다. 따라서, 에너지 소산량이 많은 휨 부재의 주기하중에 대한 소성변형량 및 에너지 소산량의 산정은 부재 설계시부터 고려되어야 한다. 본 연구에서는 기존의 스트럿-타이 모델의 각 구성요소(압축 스트럿, 인장 타이)를 수정하여 주기 하중이 작용할 때의 철근 콘크리트 보의 이력 곡선을 표현하고자 한다.

우선 소성힌지가 발생하는 보 단부에서의 스트럿-타이 모델을 구성하고, 각 구성요소의 하중 변형 관계를 산정하였다. 이후 각 단계(탄성상태, 항복이후 소성상태, 제하상태 및 핀칭 상태)에서의 하중 및 변형을 구하여 목표 변위에서의 초기 이력 곡선을 구성하였다.

\* 정회원, 서울대학교 건축학과 박사과정

\*\* 정회원, 서울대학교 건축학과 조교수

## 2.1. 부재 단부에서의 모델 산정

그림 1 은 변곡점에서 하중이 작용할 때 보 단부에서의 스트럿-타이 모델을 나타낸다. 변형이 집중하는 단부에서만 모델을 구성하였고 다른 구간은 강체로 가정하였다. 평형조건에 의해 각 요소에 작용하는 하중은 부재에 주어진 전단력  $V$ 에 관한 식으로 표현된다.

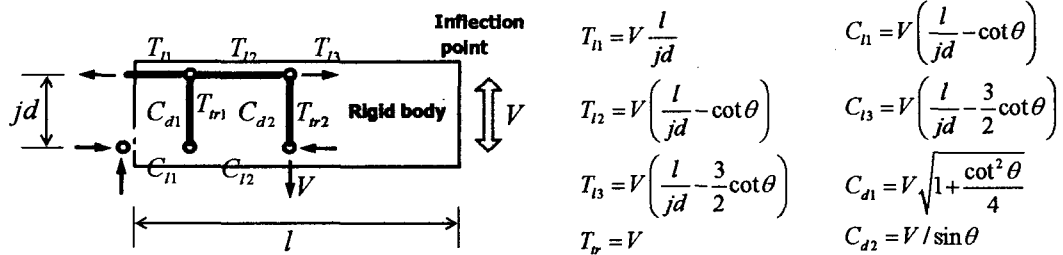


그림 1 스트럿-타이 모델링 및 각 요소에 작용하는 하중

## 2.2 구성요소의 하중 변형 관계<sup>(1),(2)</sup>

우선 길이방향 타이 요소의 하중 변형 관계는 탄성상태에서 철근과 이를 둘러싼 콘크리트 사이의 부착-슬립 관계에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\delta_{T_1} = \frac{l_e}{S_l} \left\{ \frac{T_1 S_l}{E_s A_s} - \frac{1}{2} K f_b (2x_0^2 + S_l^2 - 2S_l x_0) \right\} \quad (1)$$

여기서,  $l_e$  : 요소의 길이,  $S_l = A_g / 4\pi d$  : 균열간격,  $K_s = 4 \left( 1 + \frac{E_s}{E_c} \frac{3A_s}{A_g} \right)$ ,  $f_b = f_t (2 - f_s / f_y)$  : 부착응력, 그리고,  $x_0 = \frac{S_l}{2} \left( \frac{u}{f_b} + 1 \right)$  이다. 길이방향 타이 요소는 항복한 이후 완전 소성 거동을 가정하였다.

길이방향 스트럿 요소는 콘크리트에 의한 압축 요소로 단순히 유효강도  $0.85f'_c$ , 유효탄성계수  $E_s/2$ 를 가지며 유효강도에 도달하면 파괴하는 취성 요소로 가정하였다. 단부의 길이방향 타이 요소가 항복한 이후, 단부의 길이방향 스트럿 요소는 단면적이 줄어들며 추가 전단력을 전달하기 위해 기우는 형태를 가진다.

직각방향 타이 요소는 부재에 작용하는 전단력을 전달하는 요소이다. 요소에 작용하는 하중은 스티럽 등의 횡보강 철근에 의한 성분과 콘크리트에 의한 성분을 더해 표현할 수 있다.

$$T_{tr} = b jd (f_{sh} \rho_h \cot \theta + \tau_c) \quad (2)$$

여기서,  $f_{sh} = E_s w_d / S_d$  : 횡보강 철근의 응력,  $\tau_c = 0.18 \sqrt{f'_c} / \{0.3 + 24w_d / (a + 16)\}$  (MPa) : 콘크리트 마찰에 의해 전달되는 전단응력이다. 그리고, 요소의 변형은 다음과 같다.

$$\delta_{tr} = \frac{w_d \cdot jd}{S_d} \quad (3)$$

여기서,  $S_d = (S_x \sin \theta + S_l \cos \theta) / S_x S_l$  : 대각선 균열 간격,  $S_x = bs / (4\pi d)$  이다. 따라서 수평요소의

하중과 변형 관계는 전단균열폭  $w_d$ 을 매개로 표현되며 요소의 항복점을 구하여 그 이전 단계는 선형으로 가정하였다. 이 때, 전단균열폭은 휨 변형에 따라 변화하는데, 이는 길이방향 요소의 변형을 고려하여 다음과 같이 항복시 전단균열폭을 산정하였다.

$$w_{dy} = \frac{f_{yh} S_d}{E_s} + \frac{\delta_{st} + \delta_{sc}}{2 \cos \theta} - \frac{\delta_{st} + \delta_{sc}}{2} \sin \theta \quad (4)$$

여기서,  $\delta_{st} = \epsilon_{T_r} S_d / \cos \theta$ ,  $\delta_{sc} = \epsilon_{C_r} S_d / \cos \theta$  이다. 이에 따른 직각방향 타이 요소의 하중 변형 관계는 그림 2. 와 같다.

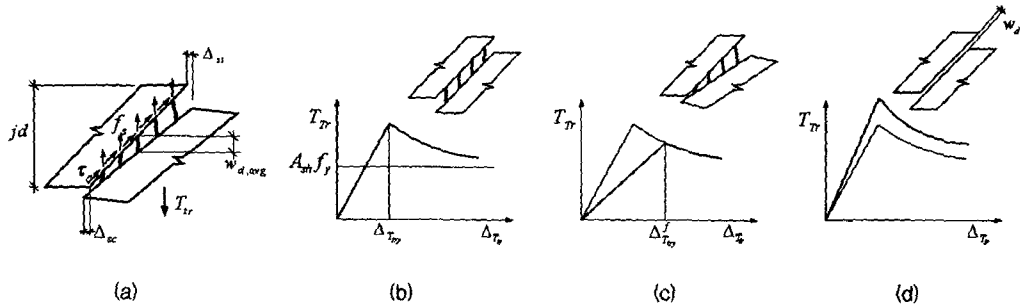


그림 2 휨 요소 변형에 따른 직각방향 타이 요소의 하중 변형 관계 (a) 균열면에서의 평형관계 및 변형 (b) 휨 변형이 없을 때 (c) 회전에 의한 관계 변화 (d) 축 변형에 의한 관계 변화

대각선 스트럿 요소는 전단에 의해 균열이 발생한 콘크리트 일축압축 요소로 수직방향 변형이 증가함에 따라 강도가 감소한다. 응력 변형을 관계는 해석의 간편화를 위해 직선으로 가정하였다. 최대 강도값을  $f_{2max} = \frac{f_c'}{0.8 + 170\epsilon_1} \leq f_c'$  (MPa), 유효 탄성계수  $f_{2max}/0.002$  를 가지며 최대강도시 파괴하는 취성 요소이다.

### 3. 부재의 이력 거동 해석

#### 3.1 초기 항복점 (Initial yielding point)

초기 항복점은 보 단부에서의 길이방향 타이 요소가 항복할 때의 하중과 변형으로 산정된다. 즉, 그림 1.에서  $T_{tl} = A_s f_{yt}$  일 때의 작용 하중이 항복 하중  $V_y$ 이며, 그때의 하중 작용점(변곡점)에서의 변위  $\Delta$ 는 다음과 같다. 그림 3.은 부재의 변형 산정방법을 보여준다.ㅎ

$$V_y = \frac{A_s f_{yt} j d}{l} \quad (5)$$

$$\Delta_y = \Delta_{truss} + \theta_{truss} \left( l - \frac{3j d \cot \theta}{2} \right) \quad (6)$$

여기서,  $\Delta_{truss}$  와  $\theta_{truss}$  는 각각 스트럿-타이 모델의 끝 부분에서의 수직 변위와 회전량으로 다음과 같이 각 요소의 변형 조합에 의해 구해진다.

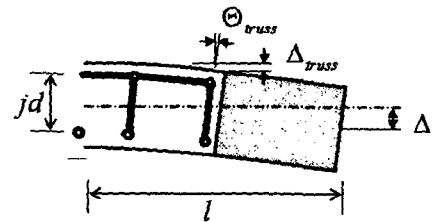


그림 3 부재의 변형산정

$$\Delta_{truss} = \delta_{T1} \left( \frac{3 \cot \theta}{2} \right) + \delta_{T2} \cot \theta + \delta_{C1} \cot \theta + \delta_{C2} \sqrt{1 + \frac{\cot^2 \theta}{2}} + \delta_{C2} \frac{1}{\sin \theta} + \delta_{T1} + \delta_{T2} \quad (7)$$

$$\theta_{truss} = (\delta_{T1} + \delta_{T2} + \delta_{C1} + \delta_{C2}) / jd \quad (8)$$

여기서, 각 요소의 변형은 하중이  $V_y$  일 때의 2.2절에서 구해진 탄성영역에서의 변형량이다.

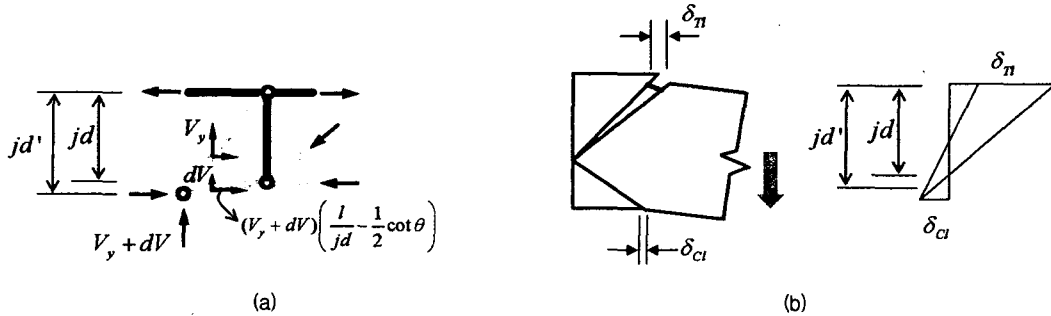


그림 4. (a) 항복이후 추가 전단력에 대한 평형상태 (b) 팔길이 변화에 따른 길이방향 요소의 변형 변화

### 3.2 항복이후 목표 변위점(Target displacement point)

길이방향 타이 요소가 항복하면 부재는 매우 작은 강성을 가지며 소성 변형이 발생한다. 이 하중 증가는 길이방향 스트럿 요소의 위치 변화로 표현하였다. 그림 4.(a)는 항복 이후 하중의 증가분  $dV$ 에 의해 변화하는 스트럿-타이 모델의 평형 관계를 보여준다. 단부에서의 압축 절점의 위치가 옮겨갈 때, 즉 길이방향 타이 요소와 스트럿 요소의 거리  $jd$ 가  $jd'$ 으로 변화할 때 평형조건에 의한  $dV$ 와  $jd'$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$dV = \frac{2(jd' - jd)}{jd' \cot \theta} \left( \frac{l}{jd} - \frac{1}{2} \cot \theta \right) V_y \quad (9)$$

또한 그림 4.(b)는 길이방향 스트럿 요소와 길이 방향 타이 요소의 중립축에서 회전에 대한 적합조건을 보여준다. 여기서 두 요소간 변형 관계는 다음과 같다.

$$\delta_{T1} = \frac{3jd' - 2d}{2d - jd'} \delta_{C1} \quad (10)$$

여기서,  $\delta_{C1}$ 은 스트럿 요소가 탄성상태이므로 2.2절의 하중 변형관계에서 결정되고, 따라서 길이 방향 타이 요소의 변형  $\delta_{T1}$ 과  $jd'$ 과의 관계만이 남는다.

부재의 항복이후 목적 변위  $\Delta_u$ 까지의 변형은 이미 결정되어진 값이고, 식 (10)에서 구해진 각 요소 변형에 의한 부재 변형량을 이 값과 일치시키면 다음과 같은 목적 변위와 요소의 변형간에 관계식이 성립한다. 단, 해석의 단순화를 위해 소성구간에서 부재의 변위에 크게 영향을 주지 않는 탄성 요소들의 변형은 무시하였다.

$$\Delta_u - \Delta_y = \frac{l}{jd'} \delta_{T1} + \left( \frac{l}{jd'} - \frac{1}{2} \cot \theta \right) \delta_{C1} + \delta_{C2} \sqrt{1 + \frac{\cot^2 \theta}{2}} + \delta_{T1} \quad (11)$$

여기서, 대각선 스트럿과 직각방향 타이 요소의 변형에 의한 부분은 요소의 하중은 증가하지 않지만

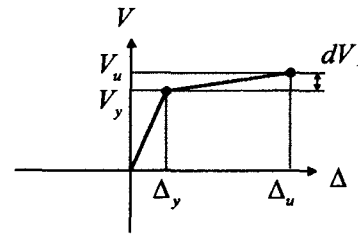


그림 5. 가력시 부재 거동

휨 변형이 증가함에 따른 요소 강성저하에 의해 고려되어지는 항으로, 식(10)에서 구해진 길이방향 요소의 변형을 고려해 2.2절의 하중 변형 관계에 의해 구해진다. 식 (10)과 식 (11)에서 목적 변위  $\Delta_u$  에서의 팔길이  $jd'$ 를 산정할 수 있으며, 이를 식 (9)에 대입하면 목적 변위점에서의 하중  $V_u (=V_y + dV)$  를 구할 수 있다. 그림 5.는 초기 가력시 탄성 상태를 지나 목적변위에 도달하기까지의 거동을 2개의 직선으로 표현하였다.

### 3.3 하중 제거시 상태(Unloading state)

목표 변위점 ( $V_u, \Delta_u$ )에서 하중을 제거할 때, 각 요소는 변형 상태와 관계없이 탄성 거동을 한다. 따라서, 탄성 계수의 변화가 없는 길이방향 타이 요소와 길이방향 스트럿 요소는 초기 탄성 거동과 같은 기울기로 되돌아온다. 그러나, 직각방향 타이 요소와 대각선 스트럿 요소는 휨 변형량 증가에 따른 강성 감소로 인해 3.2절 소성 변형 단계에서 추가적인 변형이 있었다. 따라서, 하중 제거 상태에서의 부재의 탄성 강성은 초기 탄성 강성보다 작은 값을 가진다. 즉,  $V_y$ 의 하중을 제거했을 때 되돌아오는 변형량은 초기 탄성변형량에 식(11)에서의 직각방향 타이요소와 대각선 스트럿 요소의 변형이 더해진 값과 같다.

그림 6. 은 가력시 거동을 바탕으로 한 이력 곡선의 형태를 보여준다. 이력 곡선의 형상을 단순화하기 위해 원점을 지나고 소성거동과 같은 기울기를 가지는 보조선을 이용해 제력(unloading)과 핀칭(Pinching)을 분리했다.

### 3.4 핀칭 길이(Pinching length)

핀칭은 인장에 의해 균열이 발생한 콘크리트가 하중 역전에 의해 압축 스트럿 요소로 변화할 때 균열이 닫히면서 나타나는 현상이다. 실제 철근 콘크리트 부재는 하중 제거 상태에서 반대 방향 가력까지의 거동에서 핀칭은 분포되어 발생하지만, 해석의 단순화와 이후 소산 에너지 산정을 쉽게 하기 위해 그림 5.와 같이 소성영역에서의 거동과 같은 기울기를 가지는 직선으로 집중시켜 표현하였다. 보에서 핀칭 길이는 반대방향 대각선 스트럿이 형성되기 위해 이전 대각선 스트럿의 수직방향 균열이 닫히는 동안의 부재 변형으로 구해질 수 있으며 식 (6), (7), (8)에서 대각선 균열 간격  $w_d$ 를 다음 값으로 하여 산정할 수 있다.

$$w_{dy} = \frac{\delta_{st} + \delta_{sc}}{2 \cos \theta} - \frac{\delta_{st} + \delta_{sc}}{2} \sin \theta \quad (13)$$

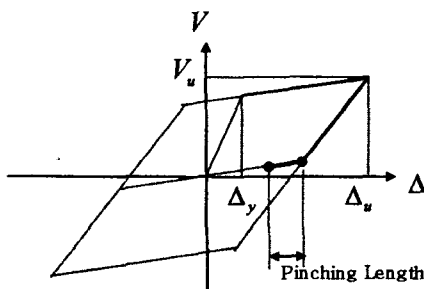


그림 6. Unloading시 거동

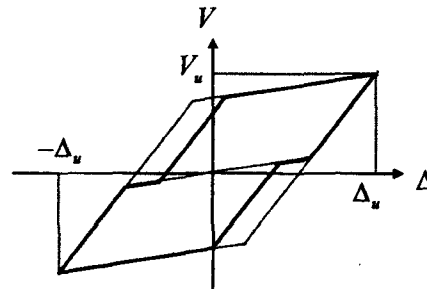


그림 7. 부재의 이력 곡선

### 3.5 이력 곡선(Hysteresis loop)

하중 역전에 의한 부재의 거동은 대칭으로 가정하였다. 하중 역전시 초기 강성은 하중 제거시의 탄성 강성과 같다고 가정하였다. 그림 7.은 목적 변위  $\Delta_u$ 에서의 부재의 이력 거동을 보여준다. 한번의 하중 주기에 의해 소산되는 에너지량은 이력곡선의 내부 면적과 같으며 같은 기울기를 가지는 직선으로 이력 곡선을 단순화했기 때문에 쉽게 보의 에너지 산출량을 계산할 수 있다.

## 4. 결론 및 기대효과

철근 콘크리트 휨 부재의 스트럿-타이 모델을 구성하고 각 구성 요소의 하중 변형 관계를 제안하였다. 이를 이용해 부재의 주기적 거동을 이력곡선으로 표현하는 간단한 방법을 제시하였다. 이로 인해 얻어진 결론 및 기대효과는 다음과 같다.

- (1) 주기 하중이 작용하는 부재 내부의 복잡한 거동을 단순한 트러스 요소에 근거하여 표현함으로써 주기적 거동을 간략히 표현할 수 있다. 이력 곡선은 직선의 조합으로 표현되므로 정확한 부재의 거동은 표현할 수 없지만 목적 변위에서의 에너지 소산량 산출 및 설계에 적용될 수 있는 여러 가지 변수들을 쉽게 찾을 수 있다.
- (2) 철근 콘크리트 부재는 하중 반복에 의해 강도 저하 현상이 발생하는데 이는 철근의 소성 변형이 축적되어 나타난다. 본 논문에서는 전단 철근이 항복하지 않는 보만을 대상으로 하였기에 이러한 강도 저하가 크지 않아 무시하였다. 앞으로의 연구에서는 반복 하중에 의한 타이 요소의 축적된 변형량을 산정하고, 또한 전단 요소가 파괴될 때의 거동을 고려하여 주기하중에 의한 부재의 강도 저하를 고려하겠다.
- (3) 현행 내진 설계 기준에서는 구조물의 변형능력을 가정하고 강도에 근거해 부재 설계가 이루어지고 있다. 그러나, 최근 구조물의 변형 및 거동을 직접 고려하는 설계기법이 연구되고 있다. 이러한 추세에 맞추어 소성변형에 의해 에너지 소산을 주로 하는 휨 부재의 거동을 단순히 표현하는 것은 내진 공학 발전에 큰 도움이 될 것이다.

## 감사의 글

이 연구는 지진공학연구센터(KEERC) 연구과제 “내진 구조물을 위한 동적 스트럿-타이 모델”의 일환으로 수행되었음을 밝히며 지원에 감사 드립니다.

## 참고 문헌

- (1) 홍성걸, 이수곤, “트러스 모델을 이용한 RC 부재의 변형해석”, 한국콘크리트학회 봄 학술발표회 논문집, 2001, pp 183-188
- (2) 홍성걸, 이수곤, “내진설계를 위한 스트럿-타이 모델”, KEERC 2001년도 중간보고서, pp. 156-165
- (3) Abrishami, H. H., and Mitchell, D., “Analysis of Bond Stress Distributions in Pullout Specimens, Journal of Structural Engineering, ASCE, 1996, Vol.122, No.3, pp 255-261
- (4) Vecchio, F. J. and Collins, M. P., “Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Element Subjected to Shear”, ACI Structural Journal, Vol.83, No.2, pp.219-231