

전단보강된 철근 콘크리트 보의 3차원 거동해석

Three-Dimensional Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam with Shear Reinforcements

주 영 태* 정 현 주** 이 용 학***
Ju, Young Tae Chung, Heon Ju Lee, Yong Hak

ABSTRACT

Lateral confining effect due to the existence of the shear reinforcements in R.C. beam is investigate in a numerical way. For the purpose, a three dimensional constitutive model of concrete is developed based on the elasto-plasticity using non-associated plastic flow rule to control the excessive inelastic dilatancy. The plastic flow direction is determined based on the associated plastic flow direction in a way to adjust the directional angle between the two normal vector components along the hydrostatic and deviatoric axis in a meridian plane in which the loading function prescribed. The current formulation is combined with the four parameter elasto-plastic triaxial concrete model recently developed. The resulting elasto-plastic triaxial concrete model predicts the fundamental behaviors of concrete under different confining levels and the 4-points flexural test of a beam with shear reinforcements, compares with the experimental results.

1. 서론

전단철근으로 보강된 철근 콘크리트 보의 중앙부에서의 거동은 상면에서 일축압축 거동을 유발한다. 이 때 발생하는 횡 방향 거동은 전단철근에 의해 구속이 되며, 이에 대한 거동해석은 근본적으로 3차원 해석을 요구하게 된다. 이러한 철근 콘크리트 보의 거동예측을 위한 콘크리트의 구성모델은 재료비선형, 연화 및 경화, 체적팽창, 하중이력 종속성 및 구속응력에 대한 민감성을 예측할 수 있어야 하며, 이러한 목적으로 최근 탄-소성 이론에 근거하여 개발된 콘크리트 3차원 구성모델을 사용한다. 콘크리트 구성모델은 두 개의 마찰계수, 한 개의 점착(탈점착) 계수, 한 개의 캡 계수로 구성된 네 계수 파괴포락선에 근거하여 비상관 소성흐름 법칙을 적용하였으며, 이는 구속응력 하에서의 과도한 횡 방향 체적팽창을 제어한다. 비상관 소성흐름 법칙은 공시체 실험으로 얻어지는 소성 포텐셜에 의존 없이 파괴 포락면에 수직인 벡터의 방향으로 가정되는 상관 소성흐름 방향에 추가적인 방향을 결합하여 결정한다. 인장 및 전단철근은 축력만을 받는 3차원 축부재로 이상화하고, 거동을 단순화한 철근의 응력-변형을 관계로부터 Rankine 최대강도 파괴규준을 사용하여 탄성구간 및 완전소성구간으로 나뉘어

* 정회원 건국대학교 토목공학과 박사과정
** 정회원 대림산업주식회사 용인기술연구소 차장
*** 정회원 건국대학교 토목공학과 조교수

해석한다. 콘크리트와의 상호적 거동은 bond-slip을 고려하지 않는 full-bonding으로 보고 3차원 비선형 거동을 예측한다. 수치해석 결과는 공세체에 대해 일축인장, 일축압축, 여러 가지 구속응력 하에서의 실험결과와 비교하며, 최종적으로 전단 보강된 철근 콘크리트 보의 실험결과와 그에 대한 수치해석결과를 비교한다.

2. 콘크리트 구성모델

2.1 네 계수 파괴포락선

본 논문에 사용된 파괴포락선은 Willam과 Warnke(1974)의 편차평면 타원형 근사식에 근거하여 두 개의 마찰계수(friction parameter), 한 개의 점착(탈점착)계수(cohesion parameter), 한 개의 캡 계수(cap parameter)로 정의되어지는 네 계수 파괴포락선(four parameter failure envelope)(이용학, 박길현 1999)을 사용한다.

콘크리트의 전 거동영역을 통해 볼록조건(convexity condition) 및 C^1 -연속성을 유지하는 파괴포락선은 다음과 같다.

$$F = \left[\left(\frac{r(\theta)}{f_c' g(\theta)} - A \right)^2 + k_a \left(k_b - \frac{\xi}{f_c'} \right) - B^2 \left(\frac{\xi}{f_c'} + k_n \right) \right]^2 + 4B^2 k_a \left(k_b - \frac{\xi}{f_c'} \right) \left(\frac{\xi}{f_c'} + k_n \right) = 0 \quad (1)$$

여기서 $A = k_c(\xi/f_c' + k_n) - \sqrt{(-k_a)(k_b + k_n)}$, $B = \sqrt{(-k_a) - k_c} \sqrt{(k_b + k_n)}$, $r(\theta) =$ 편차응력 크기, $g_c(\theta) =$ 편차평면 형상함수, $\theta =$ 편차평면 형상각, $\xi = 1$ 차 불변량, $f_c' =$ 일축압축강도, $k_a =$ 마찰계수, $k_b =$ 점착 및 탈점착계수, $k_c =$ 마찰계수, $k_n =$ 캡계수이다.

2.2 변형경화

변형경화는 탄성거동 이후 최대응력점 이전까지의 비선형 관계에서 기인되는 비탄성 변형과정이 소성변형의 크기에 따라 진행된다는 변형경화 가정에 따라 스칼라량화된 등가 소성 변형을 ϵ_p 를 소성 변형의 크기로 가정한다. 초기 탄성한계점부터 최대응력점까지의 파괴포락면의 점진적인 팽창과정은 경화과정을 정의하는 무차원화된 강도계수의 개념을 도입하여 이를 등가 소성 변형에 의한 함수로 정의함으로써 제어하며 그 식은 다음과 같다.

$$k = \frac{2}{\epsilon_0} (\sqrt{2\epsilon_0 \epsilon_p} - \epsilon_p), \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (2)$$

식 (2)에서 ϵ_0 는 구속응력의 크기에 따른 연성도를 의미한다.

여기서 식(2)에서 정의된 강도계수로써 식(1)의 k_a , k_b , k_c , k_n 을 정의해 줌으로써 경화구간 내에서의 등가 소성 변형 ϵ_p 로 인한 파괴포락면을 정의할 수 있다. 여기서 강도계수 k 와 네 계수들 간의 관계는 각각 $k_a = k_a^{\min} + k(k_a^{\max} - k_a^{\min})$, $k_b = k_b^{\min} + k(k_b^{\max} - k_b^{\min})$, $k_c = k_c^{\min} + k(k_c^{\max} - k_c^{\min})$, $k_n = k_n^{\min} + k(k_n^{\max} - k_n^{\min})$ 이며 이들 네 계수로 인해 파괴포락선 F 는 $k=0$ 일 때의 초기 탄성한계 파괴포락선으로부터 $k=1$ 일 때의 극한 파괴포락선으로의 점진적인 팽창을 정의하게 된다.

2.3 변형연화

변형연화는 콘크리트 재료의 균열로 형성된 국부화된 변형의 불연속을 등가의 연속체인 평균의 개

념을 도입하여 구조물 전체에 고르게 분포된 형태로 치환하는 연속적 모델의 개념 하에 파괴에너지에 근거하여 모델링 되었다. 여기서 변형이 증가함에 따라 보여지는 강도의 감소를 시멘트 풀과 골재간의 탈점착과정 및 균열단면을 따라 형성된 마찰력을 잃어 가는 탈마찰과정으로 보고 네 계수중 이와 관련된 k_b 와 k_a 를 감소시키며 k_c 와 k_n 은 최대값을 유지시켜 연화과정을 제어한다. 이에 대한 관련 식은 다음과 같다.

$$k_a = (k_a^{\max} - k_a^{\min})(1 - R_{bc}(1 - c_T)) + k_a^{\min}, \quad k_b = k_b^{\max}\{1 - R_{bc}(1 - c_T)\} \quad (3)$$

여기서 R_{bc} 는 강도감소계수이며 c_T 는 연화계수이다.

식(3)의 강도감소계수 R_{bc} 는 1) 취성-연성파괴를 구분 짓는 전이점(TP)에서 C^1 -연속성을 유지시켜준다. 2) $\xi/f_c' \leq (\xi/f_c')_{ms}$ 의 영역에서 연화를 방지, 3) $(\xi/f_c')_{ms} \leq \xi/f_c'$ 의 영역에서 연화를 유도한다. 또한 식 (3)의 $0 \leq c_T \leq 1$ 의 변화에 따라 파괴포락선은 $c_T = 1.0$ 의 극한 파괴포락면으로부터 $c_T = 0$ 의 잔류 파괴포락면까지 점진적으로 수축하는 연화현상을 제어한다.

3. 소성흐름 법칙

3.1 상관소성흐름법칙

탄성적으로 증가하는 응력 증가분에 의해 정의된 파괴포락선 F 가 $F \geq 0$ 일 때 소성흐름을 야기한다. 이때 평형상태의 파괴포락선으로 팽창을 하게 되며, 팽창하게 되는 방향이 소성포텐셜 Q ($Q = F$)의 방향과 일치할 때 상관소성흐름법칙이라한다. 소성변형 ϵ_p 의 방향을 파괴포락선 F 의 파괴포락면에 수직인 방향벡터 n 으로 정의하고 등압축과 이루는 방향벡터 m 의 방향각을 θ_n 이라하면 방향각 θ_n 은 식(4)와 같이 무차원화된 등압성분과 편차성분으로 나타낼 수 있다.

$$\theta_n = \tan^{-1} \left\{ \left(\frac{\partial F / \partial (\frac{\tau_c}{f_c'})}{\partial F / \partial (\frac{\xi}{f_c'})} \right) \right\} \quad (4)$$

3.2 비상관 소성흐름법칙

압축에 민감한 콘크리트의 거동은 포아송효과에 의해 소성응력 증가분 $\dot{\sigma}_p$ 의 방향과 소성변형 $\dot{\epsilon}_p$ 의 방향이 서로 일치하지 않는다. 이러한 이유로 상관소성흐름법칙에 의한 결과는 횡방향 변형에 의한 과도한 비탄성 체적팽창현상을 보인다. 이러한 현상을 제어하기 위한 비상관 소성흐름의 방향은 일반적으로 포텐셜 에너지 Q ($Q \neq F$)를 사용하여 $m = \partial Q / \partial \sigma$ 의 관계로 결정한다. 그러나, 소성흐름 방향 m 이 결정된다면 소성포텐셜 Q 는 필요하지 않게 되므로 상관소성흐름 방향 n 에 추가적인 소성흐름 방향요소를 더함으로써 비상관소성흐름 방향 m 을 규정한다.(그림 1)

비상관 소성흐름 방향벡터와 등압축이 이루는 비상관 소성흐름 방향각 θ_m 은 상관소성흐름 방향각 θ_n 에 부가적인 비상관 방향각 θ_c 를 더하여 $\theta_m = \theta_n + \theta_c$ 가 되며, 여기서 부가적인 비상관 방향각 θ_c 는 $\theta_c = (\theta_c^* - 2)(-\pi/4)$ 이다. 이 때 θ_c^* 는 Gaussian함수와 선형함수의 조합된 형태로서 식 (5)와 같다.

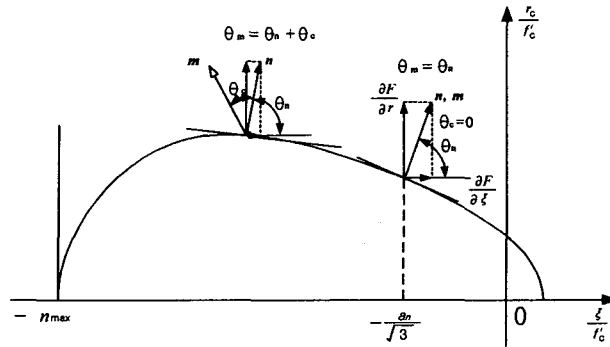


그림 1 비상관 소성흐름 방향각 θ_m

$$\theta_c^* = e^{-a[\frac{\xi}{f_c} + (\frac{\xi}{f_c})_{uc}]^2} + b[\frac{\xi}{f_c} + (\frac{\xi}{f_c})_{uc}] + 1 \quad (5)$$

식 (5)에서 $(\xi/f_c)_{uc} = -1/\sqrt{3}$ 은 일축압축상태를 나타내며, 두 계수 a 와 b 는 썩 계수 k_n 이 최대값 n^{\max} 일 때 $\theta_c = \pi/2$ 이고, $\xi/f_c = -a/\sqrt{3}$ 일 때 $\theta_c = 0$ 의 두 조건으로부터 결정된다. (그림 1) 결과적으로 비상관소성흐름벡터 m 을 구성하는 등압축에 평행한 방향벡터 $\partial F/\partial(\xi/f_c)$ 와 편차축에 평행한 방향 벡터 $\partial F/\partial(r_c/f_c)$ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial F}{\partial(\xi/f_c)} = \left(\frac{1}{\tan \theta_m} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial(r_c/f_c)} \right), \quad \frac{\partial F}{\partial(r_c/f_c)} = (\tan \theta_m) \left(\frac{\partial F}{\partial(\xi/f_c)} \right) \quad (6)$$

4. 탄-소성 접선 연산자

반복하중 하에서의 Bauschinger 효과를 고려하지 않은 콘크리트의 미소 변형 하에서의 변형률을 탄성 및 소성 변형으로 분리하여 이를 응력 변화량 $\dot{\sigma}$ 로 나타내면 $\dot{\sigma} = E : (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_p)$ 이 된다. 소성 변형률 텐서 $\dot{\epsilon}_p$ 는 소성흐름의 크기를 나타내는 소성승수 λ 와 소성흐름의 방향 텐서 m 로 나누면 $\dot{\epsilon}_p = \lambda m$, $m = \partial Q/\partial \sigma$ 이 된다. 식(1)을 테일러 급수를 통해 일차항까지 확장하고 등가 소성 변형률 ϵ_p 를 등가소성 변형률 증가분 $\dot{\epsilon}_p$ 의 시간개념 적분을 통해 계산하고 그 값을 확장된 테일러 급수에 대입하여 소성승수를 구한다. 구해진 소성승수와 $\dot{\epsilon}_p = \lambda m$ 의 관계를 응력 변화량 $\dot{\sigma}$ 에 대한 식에 대입하면 응력-변형률의 증가율 관계는 $\dot{\sigma} = E_{ep} : \dot{\epsilon}$ 이 되며 탄-소성 접선연산자 E_{ep} 는 다음과 같다.

$$E_{ep} = E - \frac{E m \otimes n E}{-H_p \|m\| + n E m} \quad (7)$$

5. 실험결과 및 수치해석결과의 비교

상관 및 비상관소성흐름에 근거한 구속응력 하에서의 콘크리트 3차원 구성모델의 거동에 대해

New-MicroFem을 사용하여 8절점 3차원 유한요소와 구성모델을 결합하고 혼합경계조건을 적용하여 수치해석을 수행하였다. 이때 3차원 정방형 brick 요소를 2점 가우스 적분법과 초기강성 알고리즘에 근거한 수치해석을 통해 상관소성흐름과 제안된 비상관소성흐름, 두 가지 경우에 대하여 수치해석을 수행하였다. 수치해석의 결과를 콜로라도 주립대학에서 Hurlbut 및 Smith에 의해 수행된 콘크리트 3축실험의 결과와 비교한다. 또한 전단 지간 비가 3인 전단 철근으로 보강된 철근 콘크리트 보를 제작하여 그 실험결과를 8절점 유한요소와 3차원 2절점요소로 모델링된 수치해석결과와 비교한다.

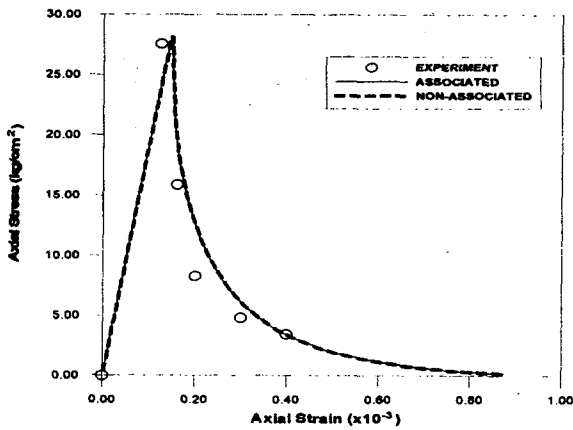


그림 2 일축 인장거동의 예측 및 비교

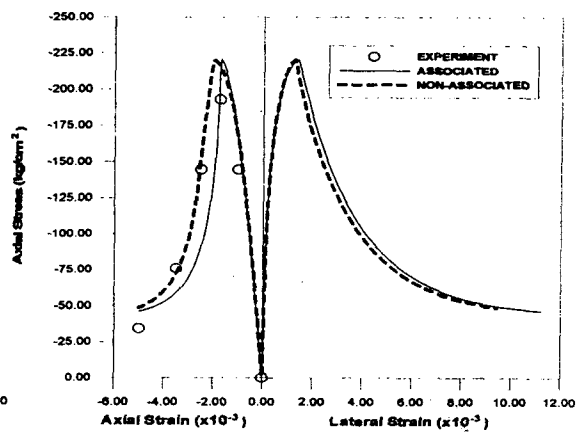


그림 3 일축 압축거동의 예측 및 비교

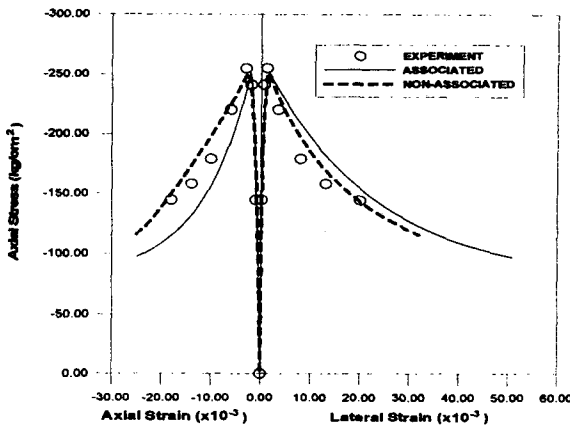


그림 4 7 kg/cm^2 구속응력 하의 거동예측 및 비교

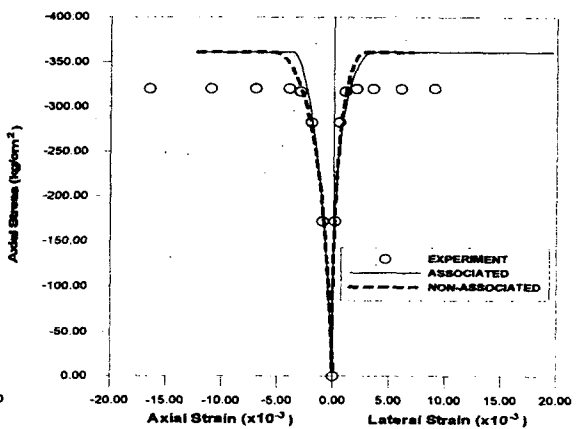


그림 5 35 kg/cm^2 구속응력 하의 거동예측 및 비교

6. 결론

상관소성흐름법칙으로 야기되는 과도한 체적팽창현상을 제어하기 위한 비상관 소성흐름법칙의 적용 시 소성 포텐셜의 의존함이 없이 상관소성흐름법칙의 방향각에 등압축의 함수로써 정의되는 부가적인 방향각을 더함으로써 비상관 소성흐름법칙의 방향각을 정의하였다. 정의된 비상관 소성흐름법칙의 방향각을 이용한 해석을 통하여 상관소성흐름법칙에 의한 결과와 비교·분석하였으며 실험결과와의 비교를 통하여 제안된 비상관 소성흐름법칙의 결과에 의해 과도한 체적팽창현상이 제어되고 있음을 증명하였다. 또한 제안된 비상관 소성흐름법칙을 사용하여 전단보강된 철근 콘크리트 보의 3차원

거동해석을 수행하였으며 이를 실험결과와 비교하였다.

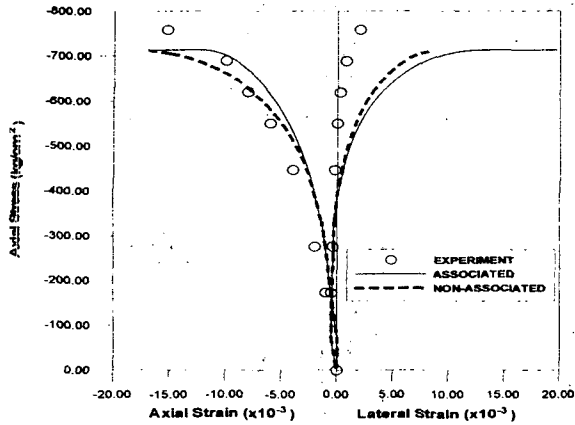


그림 6 140 kg/cm² 구속응력 하의 거동예측 및 비교

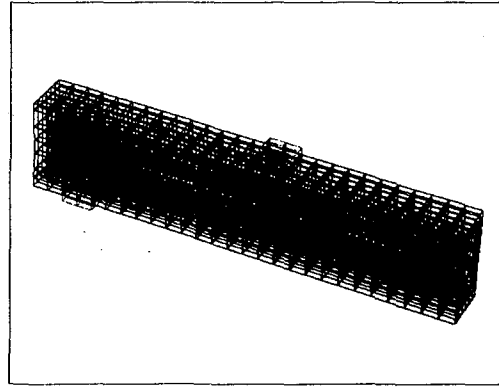


그림 7 R.C.보의 변형 전 형상

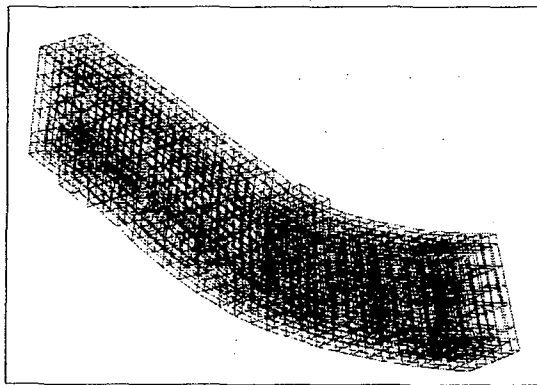


그림 8 R.C.보의 변형 후 형상

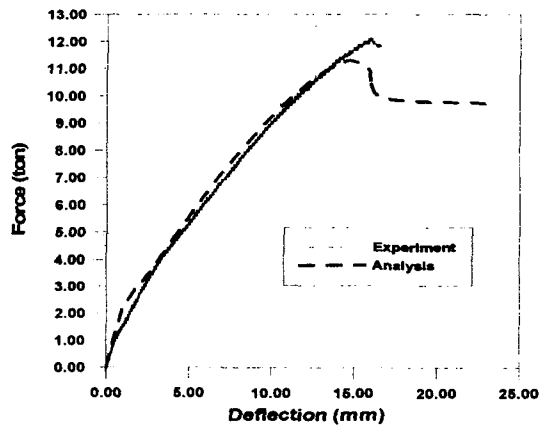


그림 9 RC보의 하중-처짐 곡선

참고문헌

- 1) 박길현, 이용재, 이용학, (1999) "네 계수 파괴포락선에 근거한 콘크리트 3차원 탄-소성 구성모델", 대한토목학회논문집, Vol.19, No.I-1, pp.89-99.
- 2) 이용학, (1999) "콘크리트 3차원 구성모델을 위한 네 계수 파괴포락선의 개발", 대한토목학회논문집, Vol.19, No.I-1, pp.79-88.
- 3) Etse, G. and Willam, K. (1994). "A fracture energy-based constitutive theory for inelastic behavior of plain concrete", J. of Engreg. Mech., ASCE, Vol. 120, No. 9, pp. 1983-2011
- 4) Hulburt, B. J. (1985). "Experimental and computational investigation of strain-softening in concrete," M.S. Thesis, CEAE Dept., University of Colorado, Boulder.
- 5) Lee, Y-H. and Willam, K. (1997b). "Mechanical properties of concrete in uniaxial compression." ACI Materials J., Vol. 94, No. 6, pp. 457-471