

유체 온도 변화를 고려한  
선 접촉면사이의 탄성유체윤활 해석

서민호, 임윤철\*

금호타이어 연구소 공정연구팀

\*연세대학교 기계공학부

An analysis of Elastohydrodynamic Lubrication  
in Line Contacts—the effect of temperature variation

Kumho Tire R&D Center Process Research Team

Min-Ho Seo, Yoon-chul Rhim\*

\*Dept. of Mechanical Engineering Graduate School Yonsei University

**ABSTRACT** - This paper describes the variation of lubricant's temperature effects on elastohydrodynamic lubrication. The Newton-Raphson technique was used to solve the simultaneous system of Reynolds and elasticity equations. To show effects of lubricant's temperature, average temperature across the oil film was calculated using the energy equation. Pressure distribution, film shape, and temperature distribution were obtained for fully flooded conjunctions, and various dimensionless speed parameters while load and material parameters were held constant. Minimum film thickness were obtained for various material properties while load and velocity were held constant. It is drawn that the thermal effects have a strong influence on a minimum film thickness under high rolling velocity and slip ratio.

**Key word**- EHL, TEHL, line contact, Newton-Raphson method, average oil temperature, minimum film thickness.

1. 서 론

탄성유체윤활에 관심을 갖기 시작한 것은 1940년대부터였다. 큰 하중이 작용하는 롤러 베어링, 볼베어링, 기어등의 기계요소들 해석을 위해 최근 30년 동안 트라이볼로지분야에서 탄성유체윤활은 중요한 연구 과제였다. 탄성유체윤활의 수치적 해결노력은 Grubin과 Vinogradova[1]에 의해 최초로 이루어졌다. 그들은 선접촉 유체윤활에서의 입구영역을 탄성변형과 점도의 압력에

따른 변화를 고려하여 해석했다. Dowson과 Higginson[2]은 레이놀즈 방정식과 탄성변형식을 연성시켜 선접촉의 탄성유체윤활의 수치해를 얻었다. Hourpert 와 Hamrock [3]은 Newton-Raphson 방법을 이용해 보다 높은 하중에서의 수렴해를 효과적으로 얻었고, 이를 이용해 최소 유막 두께식을 구해냈다. Sternlicht[4]는 점성마찰열이 모두 유체내부로 들어가 대류의 영향만을 고려하여 표면온도의 변화는 무시하였다. Cheng[5]은 이 대류와 전도효과를 함께 고려한 수치해를 얻어냈다. 그의 결과는 유체

온도변화에 대한 고려가 유막 두께에 거의 영향을 미치지 않고 단지 마찰력에 영향을 준다고 했다. 그와 유사하게 Dowson과 Whitaker[6] 또한 온도효과 고려가 유막에 미치는 영향이 미미함을 보였다. 그러나, Murch 와 Wilson[7], Goksem 와 Hargreaves[8]는 입구영역에서의 점성소산 열에 의한 온도 효과가 유막에 미치는 영향이 큼을 보였다. Wolff[10]는 선접촉의 탄성유체유회에서 레이놀즈 방정식과 에너지 방정식을 Newton-Raphson 방법을 사용해서 동시에 해석했다. 속도와 미끄럼을 변화에 따른 온도 상승과 유회막의 두께변화를 보여 주었고, 높은 하중에서의 해도 얻어냈다. 그러나 속도, 하중 외의 유체특성과 고체종류 등의 다른 영향에 대한 고려를 하지 않았고, 유체 출구 이후의 정확한 온도를 계산하지 않았다.

본 연구는 계산속도와 수렴성의 향상을 위해 유체의 평균온도를 구하고 있으며 출구 까지의 온도만을 계산[10]하는 것이 아니라 전체 해석 영역에서의 온도를 구함으로써 좀더 정확한 온도 효과를 보고자 한다. 또한 온도 변화에 영향을 미치는 인자로서 속도, 하중뿐 아니라 유체와 고체의 물성치에 따른 영향도 정량적으로 분석 하였다. 본 연구에서는 비선형 문제해석에서 가장 수렴성이 좋은 Newton-Raphson 방법을 이용했다. 레이놀즈 방정식과 에너지방정식을 함께 풀어서 유체온도 변화와 그에 따른 유막두께등을 구하고 그 해의 타당성을 검증하기 위해서 기존 수치해석 결과와 비교 하였다.

## 2. 수치해석

계산의 효율성을 위해 다음과 같은 무차원 수를 도입 하였다.

$$H = \frac{hR}{b^2}, \quad P = \frac{p}{p_H}, \quad X = \frac{x}{b}, \quad Y = \frac{y}{h}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0},$$

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad W = \frac{w}{E'R}, \quad \bar{U} = \frac{\eta_0(u_1 + u_2)}{2E'R}$$

$$S = \frac{2(u_2 - u_1)}{u_1 + u_2}, \quad p_H = E' \left[ \frac{W}{2\pi} \right]^{1/2}, \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

### 2.1 유막형상

선접촉을 형성하는 대표적이고도 단순한 형태로서, 두개의 다른 반경을 갖는 두원통이  $h_0$ 만큼 떨어져 회전하고 있는 경우로 모델링하는 것은 상당히 보편화된 방법이다. 접촉면적이 반경에 비해 매우 작을 경우 Fig.1과 같이 평면과 등가 원통의 접촉으로 해석 할 수 있다.

$$h(x) = h_0 + s(x) + \delta(x) \quad (1)$$

식(1)에서  $h_0$ 는  $x=0$ 에서의 최소간극을 나타내며  $s(x)$ 는 변형되지 않은 표면사이의 간극을 나타내고  $\delta(x)$ 는 탄성변형량을 나타낸다. 탄성변형량은 반 무한고체표면에 일정한 선형하중이 작용할 때의 Timoshenko와 Goodier[10]가 제한한 식을 사용해 유도할 수 있다.

$$\delta = -\frac{2}{\pi E'} \int p \ln(x-x')^2 dx' \quad (2)$$

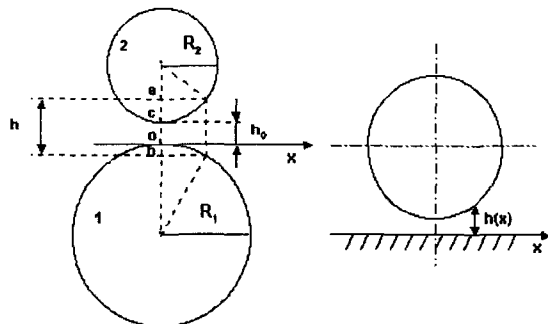


Fig. 1 Rollers and equivalent roller

일정하중 조건을 고려한 힘의 평형식은 다음과 같다.

$$w'_z = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} p dx \quad (3)$$

위 식들을 무차원화 하여 정리하면 Hamrock [12]의 방법을 사용하면 위 식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\bar{\delta}(X) = \sum_{j=1}^N D_{ij} P_j - \frac{1}{4} \ln \left( R_x^2 \frac{8W'}{\pi} \right) \quad (4)$$

위 식을 무차원화된 식(1)에 대입하면 계산에 사용된 유막식을 얻을 수 있다.

$$H_i = H_0 + \frac{1}{2} X_i^2 + \sum_{j=1}^N D_{ij} P_j \quad (5)$$

## 2.2 지배방정식

본 연구에서 해석을 위한 기본가정은 다음과 같다.

- 1) 윤활유체는 Newtonian fluid 이다.
- 2) 표면은 반무한체 이다.
- 3) 정상상태로써 시간에 대한 변화는 고려하지 않는다.
- 4) 유막 두께 방향으로의 압력변화와 유속을 무시한다.

이와 같은 가정에 의해 반 무한길이의 선 접촉 표면사이의 레이놀즈 방정식을 얻을 수 있다. x방향으로 1회 적분하여 무차원화 하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$H_i^3 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i = k \bar{\eta}_i \left( H_i - \frac{\bar{\rho}_e H_e}{\rho_i} \right) \quad (6)$$

식(6)에서  $\bar{\rho}_e H_e$  은  $dP/dX=0$ 이 되는 곳에서의  $\rho H$  값이다. 경계조건은 다음과 같다.

$$P=0 \quad \text{at} \quad X=X_{\min} \quad (7)$$

$$P = \frac{dP}{dX} = 0 \quad \text{at} \quad X=X_{\max}$$

고체표면의 전도 효과 와 오일의 대류효과를 모두 고려해 에너지 평형식을 사용하면

2차원 열에너지 방정식을 얻을 수 있다 [13].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \mu \Phi - \dot{q} \quad (8)$$

$\mu \Phi$  는 점성소산에 의한 발생열을 나타낸다. 본 연구에서 해석을 위한 가정은 다음과 같다.

- 1) 실린더의 물성치는 일정하다.
- 2) 유막 두께 방향(y-dir)의 대류열전달은 무시한다.
- 3) 유동 방향(x-dir)의 전도열전달은 무시한다.

앞의 기호규약의 무차원수로 무차원화 하면 다음과 같이 된다[9].

$$\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} = -N_{UD} \bar{\eta} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 - N_{AC} TH^2 U \frac{dP}{dX} + N_{CD} \bar{\rho} H^2 U \frac{dT}{dX} \quad (9)$$

여기서

$$N_{UD} = \frac{(E' R \bar{U})^2}{t_0 \eta_0 k}, N_{AC} = \frac{\varepsilon (E' R)^2 \bar{U} \left( \frac{8W'}{\pi} \right)^2}{4 \eta_0 k},$$

$$N_{CU} = \frac{c \rho_0 E' R^2 \bar{U} \left( \frac{8W'}{\pi} \right)^{3/2}}{\eta_0 k} \text{ 등으로 정의된다.}$$

에너지 방정식을 x와 y방향으로 모두 푸는 것은 계산량이 크게 증가하여 해석상 어려움이 많으므로 여기서는 x축 상의 임의의 위치에서의 평균 온도를 정의 하여 해석시 사용한다.

$$T^m = \int_0^1 T dY \quad (10)$$

식(9)을 식(10)에 대입하여 정리 하면

$$T_i^m = \frac{(T_{S1}^i + T_{S2}^i)/2 + \psi^i + \kappa^i}{\xi^i} \quad (11)$$

이때 여기서,

$$\psi^i = N_{CU} \bar{\rho}_i H_i^2 \left( \frac{dT^m}{dX} \right)_i \left[ \frac{2}{15\bar{\eta}_i \bar{U}} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^2 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i - \frac{1}{12} \right]$$

$$\kappa^i = N_{UD} \bar{\eta}_i \left[ \frac{16}{15\bar{\eta}_i^2 \bar{U}^2} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^4 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i^2 + \frac{S^2}{12} \right]$$

$$\xi^i = 1 + N_{AC} H_i^2 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i \left[ \frac{2}{15\bar{\eta}_i \bar{U}} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^2 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i - \frac{1}{12} \right]$$

으로 정의 된다.

Carlsaw 와 Jaeger[14]는 선형 열유동에 대한 과도 열전도식과 해를 얻었고, 움직이는 열원(heat source)이 있는 반 무한 고체표면의 온도 상승에 대해 식을 유도했다. 이 방법을 따라 선접촉의 탄성유체 윤활에서 표면온도의 상승식을 유도할 수 있다. 경계조건으로서 표면온도식(12)은 Wolff[10]의 방법을 사용하였다.

$$T_{S1/S2}(X) = T(X, 0/1) = 1 +$$

$$D_{1/2} \int_{X_{\min}}^X \frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=0/1} \frac{dX'}{(X - X')^{0.5}} \quad (12)$$

여기서,

$$D_{1/2} = \frac{k(\eta_0)^{0.5}}{(\pi \rho_{1/2} c_{1/2} k_{1/2})^{0.5} R [E' \bar{U} (1 \mp S/2)]^{0.5}} \left( \frac{\pi}{8W} \right)^{3/4},$$

$$\frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = T_{S2} - T_{S1} + A \left[ \frac{2}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} + \frac{S}{12} - \frac{1}{2} \right]$$

$$+ B \left[ \frac{32}{3\bar{\eta}^2 \bar{U}^2} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^4 \left( \frac{dP}{dX} \right)^2 - \frac{8S}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} + \frac{S^2}{2} \right]$$

$$\frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{Y=1} = T_{S2} - T_{S1} - A \left[ \frac{2}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} - \frac{S}{12} - \frac{1}{2} \right]$$

$$- B \left[ \frac{32}{3\bar{\eta}^2 \bar{U}^2} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^4 \left( \frac{dP}{dX} \right)^2 + \frac{8S}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} + \frac{S^2}{2} \right]$$

$$A = \left( N_{CU} \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial Y} - N_{AC} T^m \frac{\partial T}{\partial Y} \right) H^2 \quad B = N_{UD} \bar{\eta}$$

으로 정의 된다. 이식들을 식(12)에 대입하

여 수치적분하면 다음과 같은 표면 온도식을 얻을 수 있다.

$$T_{S1/S2}^i = 1 + \frac{D_{1/2}}{2} \quad (13)$$

$$\sum_{k=2}^{i-1} \left\{ \left[ \frac{T_{S2}^k - T_{S1}^k + \phi_{1/2}^k}{H_k (X_i - X_k)^{0.5}} + \frac{T_{S2}^{k-1} - T_{S1}^{k-1} + \phi_{1/2}^{k-1}}{H_{k-1} (X_i - X_{k-1})^{0.5}} \right] \right.$$

$$\left. \times (X_k - X_{k-1}) \right\}$$

$$+ \frac{D_{1/2} (X_i - X_{i-1})^{0.5}}{H_{i-1}} \left[ \left( \frac{H_i}{H_{i-1}} + 2 \right) (T_{S2}^{i-1} - T_{S1}^{i-1} + \phi_{1/2}^{i-1}) \right.$$

$$\left. - (T_{S2}^i - T_{S1}^i + \phi_{1/2}^i) \right]$$

여기서  $\phi_{1/2}^i$  는 다음과 같이 정의 된다.

$$\phi_1^i = A \left[ \frac{2}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} + \frac{S}{12} - \frac{1}{2} \right] \quad (14)$$

$$+ B \left[ \frac{32}{3\bar{\eta}^2 \bar{U}^2} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^4 \left( \frac{dP}{dX} \right)^2 - \frac{8S}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} + \frac{S^2}{2} \right]$$

$$\phi_2^i = -A \left[ \frac{2}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} - \frac{S}{12} - \frac{1}{2} \right] \quad (15)$$

$$- B \left[ \frac{32}{3\bar{\eta}^2 \bar{U}^2} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^4 \left( \frac{dP}{dX} \right)^2 + \frac{8S}{3\bar{\eta} \bar{U}} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \frac{dP}{dX} + \frac{S^2}{2} \right]$$

유체 물성치를 압력과 온도의 함수로서 나타내는 많은 식들 중에서 비교적 넓은 범위에서 실험치들과 만족하여 여러 수치해석에서 사용되는 Roelands식(16), Dowson과 Higginson식(17)을 사용하였다.

$$\bar{\eta} = \exp \{ [\ln(\eta_0) + 9.67] [-1 + \quad (16)$$

$$(1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P)^2] - \gamma t_0 (T - 1) \}$$

$$\bar{\rho} = \left[ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H P}{1 + 1.7 \times p_H P} \right] * [1 - \varepsilon t_0 (T - 1)] \quad (17)$$

## 2.4 수치해석 기법

Newton-Raphson방법을 사용하기 위해 식(6)을 다음과 같이 변형한다.

$$f_i^p = H_i^3 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i - k^* \bar{\eta}_i \left( H_i - \frac{\bar{\rho}_e H_e}{\rho_i} \right) = 0 \quad (18)$$

식(18)의 미지수  $[\chi_i]$ 는  $\bar{\rho}_e H_e, P_2, \dots, P_N, H_0$ 의  $N+1$ 개가 되고,  $f_1 \dots f_N$ 에서  $N$ 개의 방정식 또한 일정하중조건식을 사용하면  $N+1$ 개가 되어 연립방정식이 성립된다.

$$[J] = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1^p}{\partial(\rho_e H_e)} & \frac{\partial f_1^p}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_1^p}{\partial P_N} & \frac{\partial f_1^p}{\partial H_0} \\ \frac{\partial f_2^p}{\partial(\rho_e H_e)} & \frac{\partial f_2^p}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_2^p}{\partial P_N} & \frac{\partial f_2^p}{\partial H_0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_N^p}{\partial(\rho_e H_e)} & \frac{\partial f_N^p}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_N^p}{\partial P_N} & \frac{\partial f_N^p}{\partial H_0} \\ 0 & C_2 & \dots & C_N & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Jacobian 행렬을 구하려면  $\frac{\partial f_i}{\partial(\rho_m H_m)}$ ,

$$\frac{\partial f_i}{\partial P_j}, \frac{\partial f_i}{\partial H_0} \text{ 를 계산 하여야 한다.}$$

식(18)은 다음과 같은 연립방정식의 형태로 표현되어진다.

$$[J][\Delta \chi_i] = -[f_i] \quad (20)$$

식(20)의 연립방정식의 해를 부분 피벗(pivot)을 해서 가우스소거법을 사용해 증분을 구하면 식(21)에서와 같이 새로운 해를 얻게 된다.

$$\chi_i^{n+1} = \chi_i^n + \lambda \Delta \chi_i \quad (21)$$

평균온도에 대한 식(10)와 표면온도에 대한 식(13)을 이용해서  $f^T$ 를 얻게된다.

$$f_i^T = \frac{(\omega_1^i + \omega_2^i)/2 + \psi^i + \kappa^i}{\xi^i} - T_i^m \quad (22)$$

여기서  $\omega_1^i, \omega_2^i$ 은 각각  $T_{S1}^i, T_{S2}^i$ 이다.  $\psi^i, \kappa^i, \xi^i$ 는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\psi^i = N_{CU} \bar{\rho}_i H_i^2 \left( \frac{dT^m}{dX} \right)_i \left[ \frac{2}{15 \bar{\eta}_i \bar{U}} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^2 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i - \frac{1}{12} \right]$$

$$\kappa^i = N_{UD} \bar{\eta}_i \left[ \frac{16}{15 \bar{\eta}_i^2 \bar{U}^2} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^4 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i^2 + \frac{S^2}{12} \right],$$

$$\xi^i = 1 + N_{AC} H_i^2 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i \left[ \frac{2}{15 \bar{\eta}_i \bar{U}} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^2 \left( \frac{dP}{dX} \right)_i - \frac{1}{12} \right]$$

미지수가  $T_1^m, T_2^m, \dots, T_{N_{max}}^m$ 의  $N_{max}$ 개가 되고, 방정식은  $f_1^T, f_2^T, \dots, f_{N_{max}}^T$ 으로 미지수와 동일한 개수가 되서 레이놀즈 방정식의 해법과 동일한 방법으로 해를 구할 수 있다. Fig. 2는 수치해석 프로그램의 순서도를 나타낸다. 레이놀즈 방정식과 에너지방정식이 모두 비선형방정식이므로 에너지방정식의 특성상 출구부의 심한 압력구배에 기인하여 그 수치해의 성공적 획득이 쉽지 않다. 온도와 압력에 의해 두 방정식이 연성되어져 있지

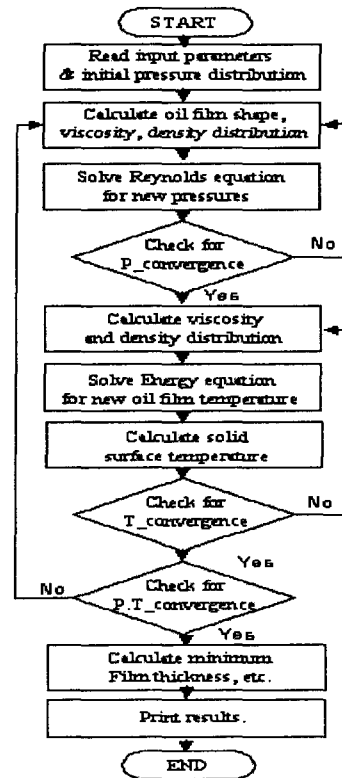


Fig. 2 Flow chart for numerical calculation

만 수렴성을 높이기 위해서 레이놀즈 방정식의 수렴해를 에너지 방정식의 초기값으로 사용하고 에너지방정식의 수렴해를 다시 레이놀즈 방정식에 대입하여 이의 반복을 통해 수렴해를 찾아가게 하였다.

### 3. 수치해석결과 및 고찰

본 연구에서 무차원 속도는  $U=1.0 \cdot 10^{-11}$ 에서  $U=20.0 \cdot 10^{-11}$ 까지의 결과를 나타내었고, 무차원하중은  $W=2.1 \cdot 10^{-5}$ 에서  $W=5.1 \cdot 10^{-5}$ 까지의 결과를 나타냈다. Table 1.과 Table 2.는 수치해석에서 사용된 물성치이다.

#### 3.1 해석결과의 타당성 검토

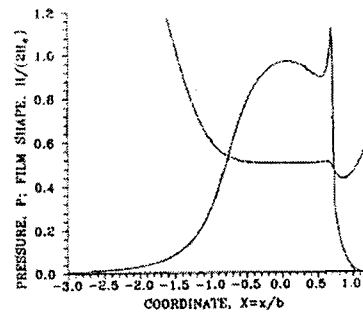
수치해석 프로그램 결과를 검증하기 위하여 Fig.3와 Table 3과 4는 기존의 유체 온도변화 효과를 고려한 기존의 해석결과와 본 연구의 결과를 비교한 것이다. 1994년 Wolff와 Kubo의 결과와 비교하면 압력분포와 유막형상이 상당히 잘 일치함을 알 수 있다.

Table 1 Lubricant properties

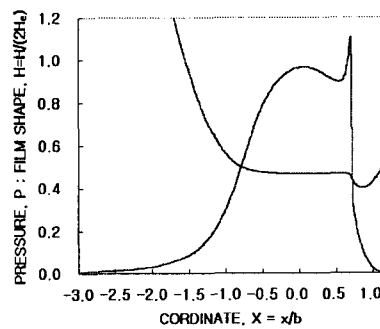
	#1	#2
$t_0$ [K]	313	313
$\eta_0$ [Pa s]	0.085	0.0411
$a$ [Pa $^{-1}$ ]	$22.78 \cdot 10^{-9}$	$22.76 \cdot 10^{-9}$
G	5007	5000
$\gamma$ [K $^{-1}$ ]	0.04	0.0466
Z	0.62	
$\rho_0$ [kg/m $^3$ ]	866	866
$\epsilon$ [K $^{-1}$ ]	$6.5 \cdot 10^{-4}$	
$k_t$ [W/mK]	0.12	0.12
$c_t$ [J/kgK]	2000	2000

Table 2 Cylinder properties

	#1	#2
R[m]	0.02	0.0111125
E[Pa]	$200 \cdot 10^9$	$200 \cdot 10^9$
$\nu$	0.3	0.3
$\rho_D$ [kg/m $^3$ ]	7850	7850
$k_c$ [W/mK]	52	52
$c_c$ [J/kgK]	460	460



(a) R. Wolff's result(1994)



(b) Present result

Fig. 3 Film shape and pressure distribution, thermal model,  $W=2.1 \cdot 10^{-5}$   $U=1 \cdot 10^{-11}$

압력급상승점이 무차원 좌표  $X=0.7$ 에서 일어나고 있으며 최고 무차원 압력값은 1.1로 두 그래프의 모양이 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. Table 3은 속도 변화에 따른 온도영향고려시의 최소유막두께와 등온해석해와의 비를 비교한 것이다. 유체와 고체의 물성치는 Table 1과 2의 첫번째 값을 사용한 것이다. 저속에서의 값은 1%미만의 오차로 거의 같음을 볼 수가 있는데 속도가 높아 졌을때( $U=20 \cdot 10^{-11}$ ) 오차가 8%에 이르는 것을 볼 수가 있다. 낮은 속도에서는 온도의 영향이 미비하지만 높은 속도에서는 온도의 영향이 커지게 된다. 무차원 속도  $20 \cdot 10^{-11}$ 에서 유막두께비의 차이가 커진 것은 이와 같은 해석상의 차이에 의해 나타나는 오차라고 볼 수 있다.

Table 3 Thermal and isothermal minimum film thickness ratio obtained from present result and Wolff(1994) [Dimensionless load ,  $W=2.1 \times 10^{-5}$ ]

$U \times 10^{11}$	Present		Wolff(1994)	
	$H_{min}^T$	$H_{min}^T/H_{min}^I$	$H_{min}^T$	$H_{min}^T/H_{min}^I$
1	0.374	0.998	0.372	0.993
20	1.767	0.700	1.941	0.783

Table 4 Thermal and isothermal minimum film thickness ratio obtained from present result and Murch and Wilson(1975) [Dimensionless load ,  $W=2.0478 \times 10^{-5}$ ]

$U \times 10^{11}$	Present		Murch(1975)	
	$H_{min}^T$	$H_{min}^T/H_{min}^I$	$H_{min}^T$	$H_{min}^T/H_{min}^I$
1	0.383	0.998	0.380	0.989
20	2.352	0.730	2.267	0.704

Table 4는 Murch와 Wilson(1975)의 결과와 본논문의 해석 결과를 비교한 것이다. 여기서 나타난 결과도 Table 3에서 결과와 마찬가지로 저속에서는 온도 효과가 거의 없음으로 1%미만의 오차를 갖는 잘 일치하는 결과를 나타내지만, 입구영역의 점성소산열을 전구간에 걸쳐 적용함에서 나타나는 열영향의 과다효과에 의해 속도가 증가함에 따라 조금씩 커지는 오차값을 나타내고 있다.

### 3.2 온도변화에 대한 영향 해석

온도영향을 고려할 때 압력은 등온 결과를 초기조건으로, 유체와 고체표면의 온도는 유체의 입구 온도로 균일하다는 초기조건으로 시작한다. 그러나, 구름 속도가 커질 때에는 낮은 속도에서 구한 온도를 이용해 반복적으로 점차 높은 속도에서의 수치해를 얻을 수 있다. Figure 13 은  $U=5 \times 10^{-11}$ 에서 온도영향을 고려한 압력과 유막형상에 대한 그래프이다. 등온해석에서

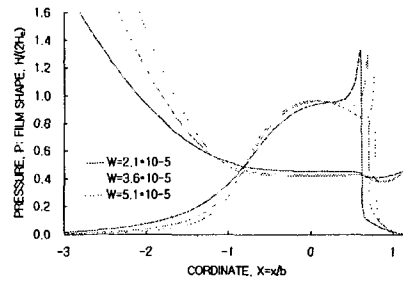


Fig. 13 Film shape and pressure distribution, thermal model,  $U=5 \times 10^{-11}$ ,

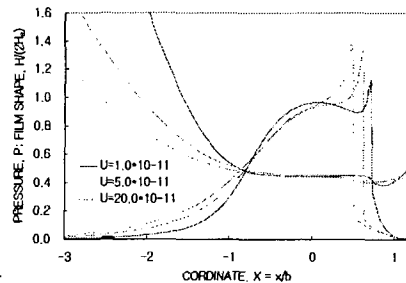


Fig.14 Film shape and pressure distribution, thermal model,  $W=2.1 \times 10^{-5}$

출구 쪽으로 이동해 있다. 이것은 온도의 영향에 의해 점도와 밀도가 낮아짐에 따라 유막이 작아지고, 탄성변형폭이 증가하여 나타나는 현상이다. Figure 14은 유체 온도 변화효과를 고려해서 해석했을 때, 하중이 일정한 상태에서 속도의 변화에 따른 무차원 압력과 유막두께를 나타낸 것이다. 속도가 증가함에 따라 압력급상승점이 접촉면의 중앙으로 이동하게 되는 것을 볼 수 있다. 보다 압력급상승점이

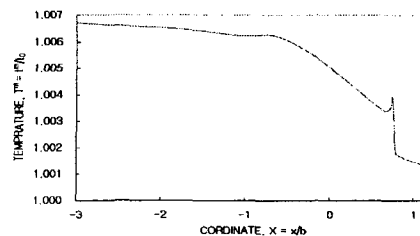


Fig.15 Mean temperature distribution,  $U=5 \times 10^{-11}$ ,  $W=5.1 \times 10^{-5}$ .

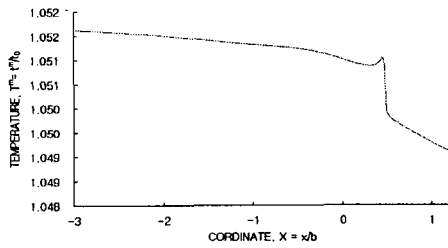


Fig.16 Mean temperature distribution,  
 $U=20.0 \times 10^{-11}$ ,  $W=2.1 \times 10^{-5}$ .

Figure 15은 유체의 평균온도분포를 나타낸다. Figure 16 와 비교해 보면, 속도가 1/4 일때 최고온도 상승점의 온도가 약 1/8정도 임을 볼 수 있다. 압력 급상승점 부근의 유체온도변화를 살펴보면 압력변화량이 커질수록 온도변화량도 커지게 됨을 알 수 있다. 평균온도의 분포를 보면 입구에서 가장 높은 온도를 나타내고 출구에서는 급격한 온도하강을 볼 수가 있다. 이것은 출구에서 급격한 압력하강이 유체의 에너지를 크게 흡수하기 때문이다[10]. Figure 15 에서 2.5도의 최고온도점의 온도변화를 보이고 Fig.16 에서는 20도의 변화를 보이고 있다.

Figure 17은 미끄럼 속도를 고려했을 때의 유체 평균온도의 변화를 나타낸다. 미끄럼 속도가 없을 때, 즉 두 접촉표면의 선속도가 동일하여 구름접촉을 하고 있을때의 온도 분포가 두표면의 속도가 다를 때 즉

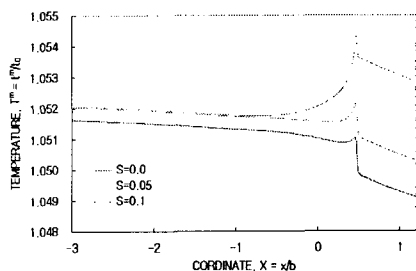


Fig. 17 Mean temperature distribution,  
 $U=20.0 \times 10^{-11}$ ,  $W=2.1 \times 10^{-5}$ .

미끄럼이 발생했을 때 보다 낮은 온도 분포

를 나타냄을 볼 수 있다. 에너지 방정식의 점성소산항(10)을 보아도 알 수 있듯이 두 접촉 표면의 속도가 다르다는 것은 유막사이의 속도구배가 커짐을 말하고 이것이 점성소산열로 발생하게 된다. 미끄럼율이 높아 질수록 더욱 온도가 높아지며, 출구 쪽으로 갈수록 온도가 높아지는 것을 볼 수 있는데 이것은 압력하강에 의한 유체의 열흡수량은 미끄럼율에 따라 거의 변하지 않는데 반해 미끄럼율이 커질 경우 상대적으로 입구에 비해 좁은 영역을 갖고 있는 출구에서의 속도 구배가 더욱 커지기 때문에 높은 온도상승을 나타낸다.

### 3.3 최소유막두께의 변화

Figure 18 속도가 증가함에 따라 등온해석결과와 온도변화를 고려한 결과 모두 최소유막두께가 증가 하는 것을 볼 수 있다. 또한 속도증가에 따라 그차이가 커짐을 볼 수가 있다.

Figure 19은 하중변화에 따른 유막두께의 변화에 대해 온도변화고려시와 등온해석시의 결과를 비교하고 있다. 유막형상식(1)과 탄성변형량식(5)를 보면 알 수 있듯이, Fig 20에서도 하중이 증가함에 따라 유막이 감소하고 있는 것을 볼 수 있다. 하중이 증가할수록 온도변화를 고려한 때의 최소유막과 등온해석에서의 최소유막과의 차이가 줄어들고 있음을 볼 수 있다. 이것은 증가된 하중에 의한 온도 상승이 점도를 낮추게 되고

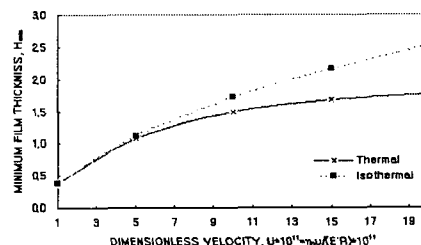


Fig. 18 Variation of minimum film thickness  
with dimensionless Velocity,  $W=2.1 \times 10^{-5}$



출구에서의 탄성변형량을 줄이는 효과를 주기 때문에 나타나는 현상이다. Table 6에서 하중의 증가에 따라 최소유막두께의 비가 작아지고 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 등온해석시와 온도변화를 고려한 때의 해석에서의 차이는 줄어들지만 줄어드는 비율이 유막두께가 줄어드는 비율보다 작기 때문이다. Figure 20은 실제 점도식 변화가 최소유막 두께의 속도에 따른 변화에 어떤 영향을 주는지를 잘 나타내고 있다. 속도 증가에 따라 고압이 발생하는 면적이 증가하기 때문에 두 밀도식에 의한 밀도차가 커지고 이로 인하여 최소유막 두께의 차이가 점점 커지게 된다. 최소유막두께의 크기는 Barus식을 이용할 때가 더 크게 나왔다. 유속이 작을 때( $1 \times 10^{-11}$ )에서는 약 3%의 오차가, 클때( $20 \times 10^{-11}$ )에서는 9%의 오차가 발생했다.

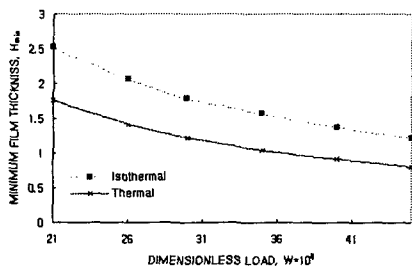


Fig. 19 Variation of minimum film thickness with dimensionless load,  $U=20.0 \times 10^{-11}$

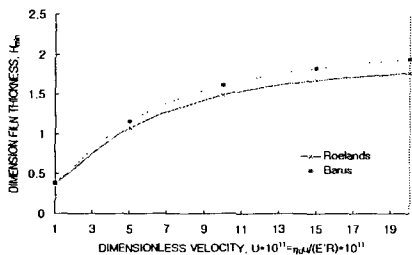


Fig. 20 Variation of minimum film thickness with viscosity formula,  $\Delta T=0.05$ ,  $W=2.1 \times 10^{-11}$

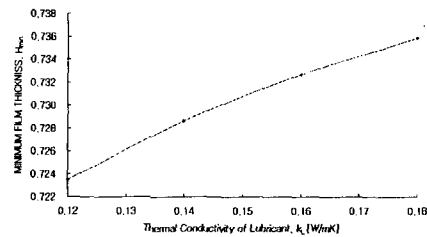


Fig. 21 Variation of minimum film thickness with thermal conductivity of lubricant,  $U=5.0 \times 10^{-11}$ ,  $W=3.0 \times 10^{-5}$ .

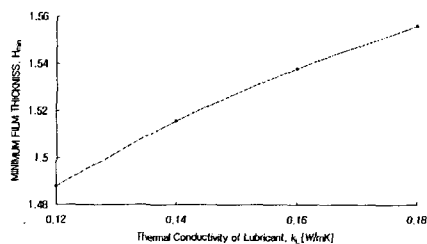


Fig. 22 Variation of minimum film thickness with thermal conductivity of lubricant,  $U=10.0 \times 10^{-11}$ ,  $W=2.1 \times 10^{-5}$ .

Figure 21과 Fig.22는 유체의 열전도계수가 증가할수록 일정하중과 속도하의 최소유막 두께는 증가하는 것을 볼 수 있다. 이것은 유체의 높은 열전도 계수에 의해 발생열이 표면으로 쉽게 전달 되고 이에 따른 유체 온도의 감소로 밀도와 점도가 증가하게 됨으로 나타나는 현상이다. Figure 21에서는 유체의 열전도계수가 50%증가할 때 최소유막두께는 2% 증가하는 것을 볼 수 있다. Figure 26에서는 열전도계수가 50%증가할 때 최소유막두께는 5%감소함을 나타낸다.

#### 4. 결론

유체의 온도변화를 고려하여 탄성유체운동을 해석함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1)유체의 온도변화를 고려할 경우 등온해

석의 결과와 비교하여  $U=20 \times 10^{-11}$ 의 경우 최고 30% 감소한 유막두께를 갖게 된다.  
 (2) 유체의 온도변화 효과를 고려한 해석에서 온도변화에 가장 큰 영향을 주는 인자는 두 접촉면의 상대속도이다.  
 (3) 최소 유막두께의 등온해석결과와 열해석결과와의 비는 속도와 하중이 증가함에 따라 커짐을 알 수 있었다.  
 (4) 유체의 열전도계수가  $0.12[W/mK]$ 에서  $0.18[W/mK]$ 로 커짐에 따라 최소유막두께가 최고 5% 이상증가함을 알 수 있었다.

### 참고문헌

- [1] Grubin, A.N. and Vinogradova, 1949, "Fundamentals of the Hydrodynamic Theory of Lubrication of Heavily Lodged Cylindrical Surfaces. Investigation of the Contact Machine Components," Kh.F.Ketova, ed. Translation of Russian, Book No. 30, Centaal Scientific Inst. for Technology and Mech. Eng., Moscow, Chapter 2.
- [2] Dowson, D. and Higginson, G. R., 1961, "New Roller-Bearing Lubrication Formula," Engineering(London), 192. p. 158.
- [3] Houpert, L. G., Hamrock, B.J., 1986, "A Fast Approach for Calculating Film Thickness and Pressures in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High Loads," ASME Journal of Tribology, Vol. 108, No. 3, pp.411-420.
- [4] Sternlicht, G., Lewis, P., and Flynn, P., 1961, "Theory of Lubrication and Failure of Rolling Contacts," Trans. ASME, Ser. D., 83, p.213
- [5] Cheng, H. S., 1965, "A Refined Solution to the The Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Rolling and Sliding Cylinders," ASLE Trans.,8, pp.397-410.
- [6] Dowson, D. and Whitaker, A. V.,1965, "A Numerical Procedure for the Solution of the Elastohydrodynamic Problem of Rolling and Sliding Contacts Lubricated by a Newtonian Fluid," Proc. Inst. Mech. Inc., NY Report No. AD 65292
- [7] Murch, L. E. and Wilson, W. R. D., 1975, "A Thermal Elastohydrodynamic Inlet Zone Analysis," Trans. ASME JOLT, 97, 2, pp.212-216.
- [8] Goksem, P. G. and Hargreaves, R. A., 1978 "The Effect of Viscous Shear Heating on Both Film Thickness and Rolling Traction in an EHL Line Contact, Part I: Fully Flooded Conditions," Trans. ASME, 100, 4, p. 346
- [9] Ghosh, M. K., and Hamrock, B. J., 1984, "Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts," Trans. ASLE, Vol. 28, No. 2, pp. 159-171.
- [10] Wolff, R. J., and Kubo, A., 1994, "The Application of Newton-Raphson Method to Termal Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts," ASME Journal of Tribology, Vol. 116, pp. 733-740.
- [11] Timoshenko, S. and Goodier, J. N., 1951, "Theory of Elasticity," 2nd ed. McGrawHill.
- [12] Hamrock, B. J., 1994, "Fundamentals of Fluid Film Lubrication," McGrawHill series in Mechanical Engineering, International Editions, pp. 674-682.
- [13] Incopera, F. P. and Dewitt, D. P., 1981, "Fundamentals of heat transfer," 2nd ed. Wiley, pp.269-288.
- [14] Carslaw, H.S. and Jaeger, J. C., 1959 "Conduction of Heat in Solids," Oxford University Press, Oxford, UK