

FVM과 반무한체 해석을 이용한 표면온도예측에 관한 연구

이상돈 · 김태완* · 조용주**

부산대학교 대학원 정밀기계공학과

* 부산대학교 기계기술연구소

** 부산대학교 기계공학부

A Study for Estimation of the Surface Temperature Rise Using the FVM and Semi-Infinite Solid Analysis

S-D Lee, T-W Kim*, Y-J Cho**

Graduate School, Pusan National University

* Pusan National University Research Institute of Mechanical Technology

** School of Mechanical Engineering, Pusan National University

Abstract

The surface temperature at the interface of bodies in a sliding contact is one of the most important factors influencing the behavior of machine components. So the calculation of the surface temperature at a sliding contact interface has long been an interesting and important subject for tribologist. Several methods for calculating surface temperature have been devised. Several numerical methods have been used to predict the temperature rise of sliding surface, but those need much time to calculate. In this study to reduce the calculation time the hybrid method using both semi-infinite solid analysis and FVM was used. It is founded that the computing time of hybrid method was shorter than that of FVM.

Key Words: Flash temperature, Heat partition factor, Finite volume method, Semi-infinite solid analysis,

기 호 설 명

$f(x, y, t)$: heat partition factor

$q(x', y', t')$: heat flux

$l_{x,y}$: half contact length

t : time

$T_{1,2}$: surface temperature

$\Delta T_{1,2}$: temperature rise

$T_{1b,2b}$: bulk temperature of bodies

$V_{1,2}$: velocities of surface

V_s : sliding speed

x, y : coordinates on contact surface

x', y', t' : dummy variables of x, y, t respectively

$\bar{T}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{t}, \bar{q}, \bar{p}$: nondimensional variables of T, x, y, t, q, p

ρ : density of solid
 Ω_c : contact area
 α : thermal diffusivity of solids
 μ : friction coefficient

1. 서론

베어링, 기어, 캠 등과 같이 미끄럼 접촉을 하는 기계요소들은 높은 하중, 속도에서 작동하기 때문에 접촉표면에서는 높은 마찰열이 발생한다. 특히 접촉부에서 과도하게 발생한 마찰열은 윤활막의 파손, 재료의 성질변화, 표면 용융 등으로 스커핑을 일으키기 때문에 두 접촉면의 접촉온도를 예측하는 것은 기계 시스템의 설계에 아주 중요하다.

접촉표면의 접촉온도를 예측함에 있어서 관심이 되는 것은 접촉면 전반에 걸친 평균온도(Mean or Bulk Temperature)와 실접촉면에서 순간적으로 발생하는 섬광온도(flash temperature)이다. 이 중 평균온도는 여러 가지 방법으로 측정이 가능하나 섬광온도는 그 발생구역이 매우 작고, 발생시간 또한 매우 짧기 때문에 실제적으로 섬광온도를 측정한다는 것은 매우 어렵기 때문에 이론적인 해석을 이용한 시뮬레이션을 통해 추정할 수 밖에 없다.

이론적인 계산을 통해 표면상승온도를 구하기 위한 방법이 꾸준히 연구되어 왔다. Blok¹⁾은 단일 사각 열원을 가지는 접촉면의 온도분포를 마찰열은 미끄럼 마찰로부터 발생하고 열분할 계수(Heat partition factor)는 두 접촉면의 최대온도가 같다는 가정 하에서 구하였다. Jaeger²⁾는 반무한체 표면 위를 일정속도로 움직이는 다양한 형태의 열원에 대한 연구를 통해 돌기를 고려한 실접촉 열원에 대한 접촉표면온도 공식의 기초를 확립하였다.

Archard³⁾는 원형의 열원 상에서 접촉점들이 같은 평균온도를 가질 경우에 대한 표면

온도상승 공식을 유도하였고, Francis⁴⁾는 Hertzian 접촉에서 마찰력, 속도, 접촉환경, 재료의 열적 성질, 물체의 평균온도 관점에서 정상 상태 계면온도 분포의 해석적 표현을 유도하였다.

Tian과 Kenndy⁵⁾는 모든 범위의 Peclet Number에 대하여 움직이는 열원에 기인한 반무한체의 접촉표면온도 해석을 수행하였다. Qui와 Cheng⁶⁾은 혼합유향 상태에서 3차원 거친 표면의 상승온도를 구하였다.

위의 방법들은 반무한체 표면의 열원에 의한 온도분포의 함수를 적분함으로써 표면온도를 구한 것이다. 이 방법은 비록 여러 가지 다양한 모델에 응용되었으나 단순한 모델에만 적용이 가능하고, 또한 실제와 유사한 유한체들의 온도상승예측에는 적용하기가 어렵다.

이러한 이유로 최근에는 유한요소법을 통해 상승온도를 예측하는 방법들이 많이 연구되어지고 있다. 유한요소법은 실제 마찰기구의 모델에 쉽게 이용될 수 있으며 비교적 실제에 가까운 상승온도를 구할 수 있다. 그러나 이러한 유한 요소법을 사용할 때 돌기접촉에서 발생하는 마찰열에 의한 접촉온도를 계산하려면 모델을 매우 작은 mesh로 나누어야 하고 이 모델의 해석을 위해서는 아주 많은 시간과 높은 컴퓨터의 성능을 필요로 하게 된다.

이러한 단점을 보완하기 위해서 본 연구에서는 실접촉면과 가까운 영역은 반무한체 온도 해석을 이용하고, 실접촉면과 떨어져 있는 영역에서는 유한 체적법(FVM)을 이용하여 상승온도를 구함으로써 계산시간을 줄이면서도 정확한 온도 해를 얻고자 한다.

2. 이론

2.1 반무한체 온도해석

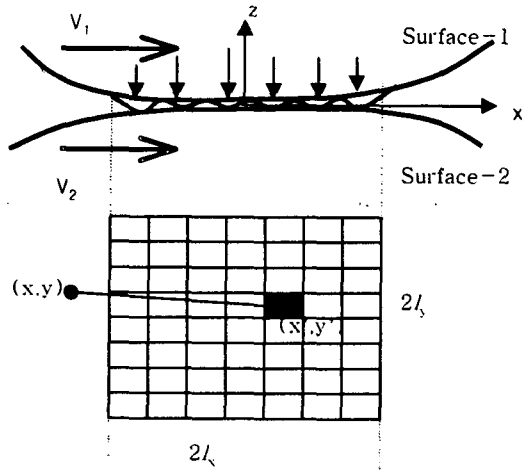


Fig. 1 Model of surface contact

Fig. 1은 두 움직이는 물체의 접촉 모델을 나타낸 것이다. 접촉면의 경계에서의 열 손실이 없다고 가정 할 때 접촉면적 위의 점 $(x', y', 0, t')$ 의 입력열량 $q dx' dy' dt'$ 에 기인한 유한 시간 t 동안 한 점 (x, y) 에서의 상승온도는 Carslaw 와 Jaeger 에 의해 유도된 다음 식에 의하여 계산된다.

$$dT = \frac{q(x', y', 0, t') dx' dy' dt'}{4\rho c [\pi\alpha(t-t')]^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')}\right] \quad (1)$$

식(1)을 무차원화 하면

$$d\bar{T} = \frac{\bar{q}(\bar{x}', \bar{y}', 0, \bar{t}') d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{(t-t')^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\bar{x}')^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{(t-t')}\right] \quad (2)$$

발생된 열은 열 분할 계수 $f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')$ 에 의해 두 접촉표면으로 전도된다.

따라서 표면 1의 온도상승은 식(3)과 같다.

$$d\bar{T}_1 = [1 - f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')] \frac{\bar{q}(\bar{x}', \bar{y}', 0, \bar{t}') d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{(t-t')^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{[(\bar{x}-\bar{x}') - \bar{V}_1(\bar{t}-\bar{t}')]^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{(t-t')}\right] \quad (3)$$

표면 2의 온도상승은 식(4)와 같다.

$$d\bar{T}_2 = f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \frac{\bar{q}(\bar{x}', \bar{y}', 0, \bar{t}') d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{(t-t')^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{[(\bar{x}-\bar{x}') - \bar{V}_2(\bar{t}-\bar{t}')]^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{(t-t')}\right] \quad (4)$$

시간 $\bar{t}' = 0$ 에서부터 $\bar{t}' = \bar{t}$ 까지 모든 마찰 열원에서 발생한 표면온도 상승은 접촉 열원 면적의 적분에 의해 구할 수 있다. 접촉면적 Ω_c 시간 \bar{t} 에서 임의의 점 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})$ 의 온도상승은 식 (5)에 나타나 있다.

$$\Delta\bar{T}_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \int \int_{\Omega_c} d\bar{T}_1(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \quad (5)$$

$$\Delta\bar{T}_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \int \int_{\Omega_c} d\bar{T}_2(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \quad (5)$$

$$\bar{T}_{1b} + \Delta\bar{T}_1(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') = \bar{T}_{2b} + \Delta\bar{T}_2(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \quad (6)$$

식 (6)에서 열분할 계수 $f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')$ 는 접촉점에서의 표면온도의 갑작스러운 변화가 없다는 가정 하에서 돌기 접촉에서의 최대온도가 같다는 가정에 의하여 구할 수 있다.

2.2 유한체적해석(FVM)

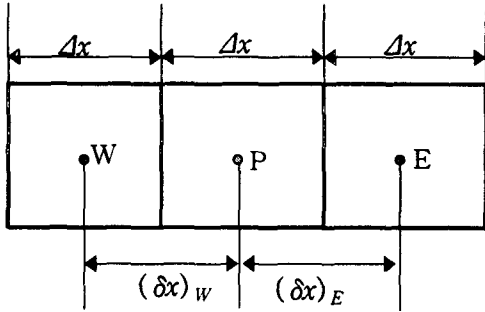


Fig. 2 Control volume(1-dimension)

Fig. 2 에서 검사체적을 일차원 정상상태라 가정하면 에너지보존법칙에 의하여 이 검사체적에서의 에너지 방정식은 식(7),(8)과 같다.

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} = 0 \quad (7)$$

$$\int_W^E \left[\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} \right] dx = 0 \quad (8)$$

식(8)은 각각의 항을 적분하면 식(9)와 (10)을 얻고

$$\int_W^E d \left(k \frac{dT}{dx} \right) = \left(k \frac{dT}{dx} \right)_E - \left(k \frac{dT}{dx} \right)_W \quad (9)$$

$$\int_W^E S dx = \bar{S} \int_W^E dx = \bar{S} \Delta x \quad (10)$$

따라서 식(7)은 다음과 같이 쓸 수 있고

$$k_E \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_E} - k_W \frac{T_P - T_W}{(\delta x)_W} + \bar{S} \Delta x = 0 \quad (11)$$

T 의 항으로 정리하면

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_E}{(\delta x)_E} + \frac{k_W}{(\delta x)_W} \right) T_P \\ &= \left(\frac{k_E}{(\delta x)_E} \right) T_E + \left(\frac{k_W}{(\delta x)_W} \right) T_W + \bar{S} \Delta x \end{aligned}$$

(12)

식(12)를 다시 정리하면 식(13)과 같이 표현할 수 있다.

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b \quad (13)$$



Fig. 3 Index notation

Fig. 3과 같이 온도를 구하고자 하는 물체를 N 개의 노드로 자르면 식(13)은 다음과 같은 이산화방정식으로 나타낼 수 있다.

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \quad (14)$$

$$b_i = \frac{k}{(\delta x_i + \delta x_{i+1})/2}$$

$$c_i = \frac{k}{(\delta x_{i-1} + \delta x_i)/2}$$

$$a_i = b_i + c_i \quad d_i = S_i \delta x_i \quad (15)$$

T_1 과 T_{N+2} 는 경계조건으로부터 구할 수 있고 구하고자 하는 온도는 $i=2, \dots, N+1$ 을 대입하여 얻은 N 개의 방정식을 계산함으로써 구할 수 있게된다.

이 방법을 2차원 및 3차원에도 적용하여 유한체의 온도해석을 수행할 수 있다.

2.3 반무한체 온도해석과 FVM 과의 결합

반무한체 온도해석방법은 표면에서의 열 손실량을 반영하기 어렵다는 단점이 있고,

FVM을 사용한 온도해석은 열원에서 멀리 떨어진 부분까지 mesh를 작게 잘라야하기 때문에 계산시간이 많이 걸린다는 단점이 있다. 이러한 단점들을 상호보완 하여 빠른 시간 내에 온도해석을 행하기 위하여 두 방법을 조합한 계산을 통하여 온도해석을 수행하였다.

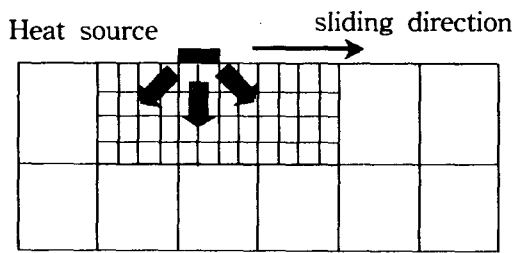


Fig. 4 Moving heat source

Fig. 4와 같이 표면에 열원이 있는 물체에서는 접촉영역 근방은 mesh를 작게 나눈 반무한체 해석기법을 사용하고, 나머지 부분은 FVM 기법을 이용하여 온도를 계산한다.

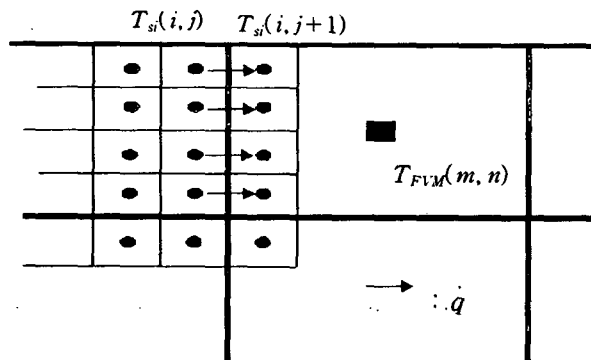


Fig. 5 Boundary condition of FVM mesh

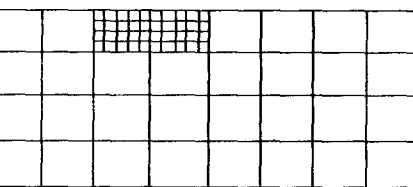
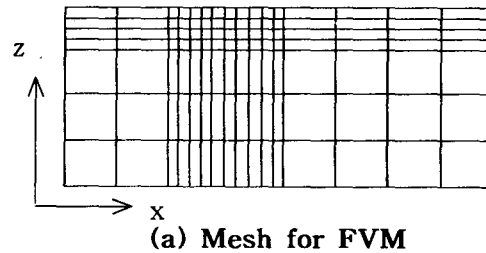
FVM해석을 위해 나눈 mesh의 일부분을 반무한체 해석을 위한 더 작은 mesh로 나눈 후 시간 t에서 반무한체 해석을 통해 접

촉점 근방의 온도 $T_{si}(i, j)$ 를 구한다. $T_{si}(i, j)$ 와 $T_{si}(i+1, j)$ 의 온도 구배에 의해 발생한 \dot{q} 를 합하여 FVM 해석의 경계조건에 입력하여 유한체 전체의 온도를 계산할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

3.1 해석모델.

본 연구에서는 Line heat source가 이동하는 2차원의 모델을 선정하여 반무한체 온도해석과 FVM을 조합하여 온도해석을 수행하였고 이 결과를 FVM만을 사용한 온도해석 결과와 비교하였다.



(a) Mesh for FVM
(b) Mesh for hybrid method
Fig. 6 Mesh structure

Fig.6에서 (a)는 FVM기법을 사용하기 위해 열원이 작용하는 근방의 가로방향과 세로방향으로 mesh를 세밀하게 나누었고, (b)는 FVM의 큰 mesh부분중 일부분을 떼어내고, 반무한체 해석을 위한 mesh를 삽입한 것을 설명하는 그림이다.

반무한체 해석부분의 mesh는 FVM mesh

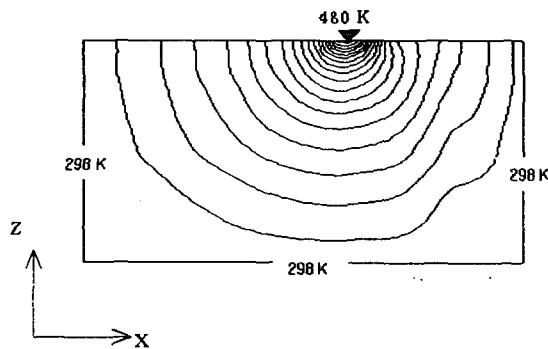
하나를 x,z 방향으로 10등분하여 100개의 mesh로 나누었다.

열원이 지나가는 윗면을 제외한 나머지 세면의 경계조건은 298(K)로 두었으며, 윗면은 공기에 의해 대류 열손실이 발생하는 것으로 프로그래밍 하였다.

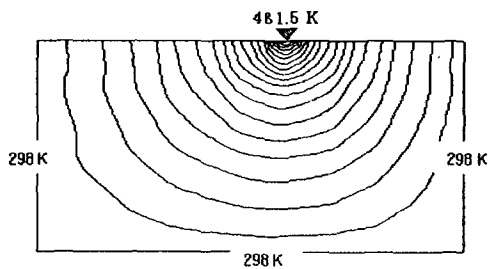
5° K 정도 높게 나왔는데, 이는 FVM의 경우 열원이 지나가는 부분을 제외한 표면에서 공기의 대류에 의한 열 손실이 계산되지만, 반무한체 mesh의 경우 표면에서의 열 손실이 계산되지 않기 때문에 이러한 계산결과가 나온 것이라고 사료된다.

3.2 온도 해석 결과

Fig. 7에서 (a)는 FVM만을 이용해 온도해석을 한 결과그림이고, (b)는 두 기법을 조합하여 구한 온도해석 결과 그림이다.



(a) FVM solution



(b) Hybrid solution

Fig. 7 Contour plot of temperature rise of 2-dimensional body

두 data를 비교했을 때 FVM과 반무한체 온도해석을 조합하여 계산한 온도 값이 1~

4. 결 론

본 논문에서는 유한체의 적용이 어려운 반무한체 해석과 많은 계산시간을 필요로 하는 FVM의 단점을 보완하기 위하여 두 기법을 조합하여 2차원 moving line heat source 의 모델에 적용하였다. 이러한 방법을 이용한 온도 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) FVM만을 이용한 해석보다 작은 mesh 수를 가지기 때문에 반복계산 횟수와 계산시간을 크게 줄일 수 있었다.
- 2) FVM과 반무한체 해석을 조합한 방법을 통하여 해석한 결과 FVM만을 이용하여 계산한 온도 값과 비교적 오차가 적은 온도분포를 구할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Blok, H., "Theoretical Study of Temperature Rise at Surfaces of Actual Contact under Oiliness Lubricating Condition," Proc. General Discussion on Lubrication, Inst, Mech, Engrs., London, Vol. 2, pp.222-235, 1937
- [2] Jaeger, J.C. "Moving Sources of Heat and the Temperature at Sliding Contacts," J.Proc. Roy, Soc, N.S.W., Vol.76, pp.203-224, 1942

- [3] Archard, J.F. "The Temperature of rubbing Surfaces," *Wear*. Vol.2, pp.439-455, 1958
- [4] Francis, H.A. "Interfacial Temperature Distribution within a Sliding Hertzian Contact," *ASLE Transaction*, Vol.14, pp.41-54, 1970
- [5] Tian, X and Kennedy, F.E. "Maximum and Average Flash Temperatures in Sliding Contact," *Journal of Tribology*, Vol.116, pp.167-174, 1994
- [6] Qiu, L and Cheng, H.S. "Temperature Rise Simulation of Three-Dimensional Rough Surface in Mixed Lubricated Contact," *ASME Journal of Tribology*, Vol.120, pp.310-318, 1998
- [7] Patankar, S.V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," Hemisphere, New York, 1980