

계란의 음향진동 모드분석

Modal Analysis of the Acoustic Vibration for Chicken Eggs

최완규*

조한근*

정희원

정희원

W. K. Choi

H. K. Cho

1. 서론

음향 진동반응에 의한 품질평가는 대상체에 충격을 가함으로써 발생하는 음향 진동신호를 분석하여 대상체의 내부 및 외부결함을 추정하는 것이다. 탄성이 있는 모든 물체는 고유의 음향 진동특성을 가지고 있으며, 결함이 있는 물체는 정상적인 물체와 음향 진동특성이 다르다. 모드분석(modal analysis)은 구조물의 동적 변화를 파악하기 위해 진동해석에 적용되는 실험적이고 분석적인 방법이다. 이러한 분석을 통하여 음향 진동반응을 이용한 품질평가 시 효과적인 충격 반응을 얻기 위한 모드형태, 충격위치, 측정위치 등과 같은 중요한 정보를 구할 수 있으며, 농산물의 내부 및 외부 품질평가에 필요한 고유의 진동특성 자료를 구할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 음향 진동반응을 이용한 계란 크랙 검사장치의 설계 기준을 제시하기 위해 계란의 전체적인 음향 진동반응을 측정하여 계란의 주파수 특성과 음향 진동모드를 분석하였다.

2. 이론적 고찰

표면에 크랙이 없는 정상 계란의 진동모드를 구하기 위하여 탄성 구형체의 이론적인 진동모드를 사용하였다. 계란의 구형률은 약 0.75로서 완전한 구형체는 아니지만 구형체로 가정하더라도 계란의 진동모드를 통한 효과적인 충격위치와 반응의 측정위치와 같은 정보를 얻는 데는 큰 문제가 없다.

자유진동 상태에서 탄성 구형체의 미세한 변위를 표현하는 Navier 방정식은 다음과 같다(Armstrong 등, 1990; Chen 등, 1993; Cooke and Rand, 1973; Hwang 등, 1993).

$$\mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + (\lambda + \mu) \nabla [\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}] = \rho \ddot{\bar{\mathbf{u}}} \quad (1)$$

여기서 λ : Lamé 상수(Lamé's constant)

μ : 전단탄성계수(Shear modulus)

$\bar{\mathbf{u}}$: 위치벡터(Displacement vector)

ρ : 밀도(Density)

∇^2 : 라플라스 연산자(Laplacian operator)

∇ : 증감 연산자(Gradient operator)

식 (1)에서 λ 와 μ 는 다음과 같이 표현된다.

* 충북대학교 농업기계공학과

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (2)$$

여기서 E : 탄성계수(Young's modulus)

ν : 포아송비(Poisson's ratio)

식(1)의 해를 구하면 식(3)과 같이 된다.

$$\psi_n = j_n \left(\frac{\omega r}{V_c} \right) P_n(\cos \theta) e^{-i\omega t} \quad (3)$$

여기서 r은 구형체의 반지름이며, 구형체의 표면 변형은 Legendre 다항식 $P_n(\cos \theta)$ 에 의하여 지배를 받는다(표 1).

Table 1. Legendre polynomials

| |
|--|
| $P_0(\cos \theta) = 1$ |
| $P_1(\cos \theta) = \cos \theta$ |
| $P_2(\cos \theta) = (1/4)(3 \cos 2\theta + 1)$ |
| $P_3(\cos \theta) = (1/8)(5 \cos 3\theta + 3 \cos \theta)$ |
| $P_4(\cos \theta) = (1/64)(35 \cos 4\theta + 20 \cos 2\theta + 9)$ |

3. 재료 및 방법

가. 계란의 음향 진동모드 분석

계란에 충격을 가함으로써 발생하는 음향 진동반응과 진동모드를 분석하기 위하여 그림 1과 같은 실험장치를 구성하였다. 충격기는 소형 충격햄머(PCB 086D80)를 사용하였으며, 반응의 측정은 가속도계(PCB 352A10)를 사용하였다. 충격햄머와 가속도계의 신호는 신호조절기(PCB 441A101)를 거쳐 오실로스코프(Tektronix TDS220)에 기록되며, RS-232 직렬 인터페이스를 통하여 PC로 보내져 파형을 분석하였다. 파형의 분석은 소프트웨어 MATLAB을 이용하였다.

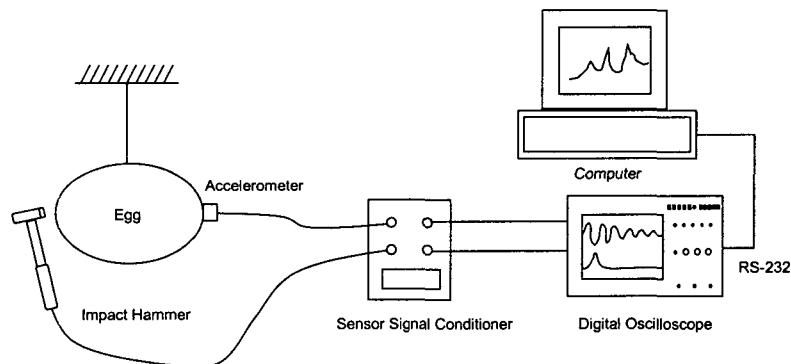


Fig. 1. Schematic diagram for modal analysis of eggs.

계란의 음향 진동모드를 분석하기 위하여 표면에 크랙이 없는 정상란을 이용하였으며 계란의 진동을 최대한 자유롭게 하기 위하여 계란의 중앙부를 줄로 부착하여 매달았다. 계란의 측정점은 그림 2처럼 32개의 측정점으로 나누고, 적도부의 한 점인 첨부에 수직한 방향의 충격을 가하고 가속도계를 이동하여 다른 지점에서 반응을 측정하였다. 또한 32개 측정점 각각의 입력과 출력의 관계에서 각 측정점에서의 주파수반응함수(FRF)를 구하고 이들을 합하여 계란의 고유 진동모드를 나타내는 계란 전체의 주파수반응함수를 구하였다. 또 주파수반응함수의 평가기준이 되는 기여도(coherence)함수를 구하여 실제로 측정된 신호에 잡음이 얼마나 포함되어 있는가를 조사하였다.

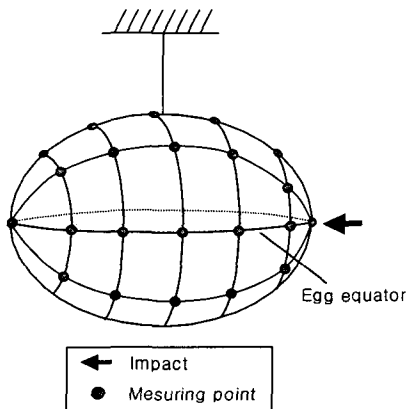


Fig. 2 Measuring points on egg surface.

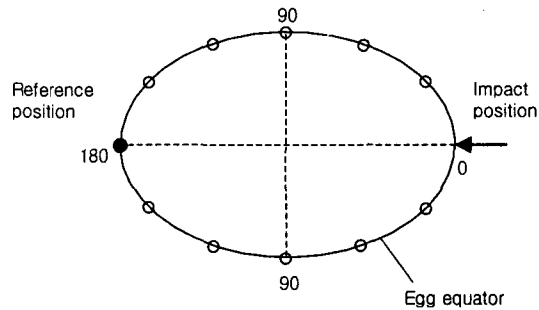


Fig. 3 Impact and measuring positions along the equator of the egg.

탄성 구형체의 적도원에 대한 이론적인 진동모드와 계란의 적도원에 대한 실제 진동모드를 비교하기 위하여 그림 3과 같이 적도원 둘레를 30도 간격으로 12개 지점을 선택하였다. 이때 기준 위치를 180도 위치로 하여 기준 위치에 대한 다른 위치에서의 상대적인 측정값을 구하였다.

탄성 구형체의 이론적인 진동모드에서 첫 번째 공진 주파수의 진동모드는 반지름 R의 기본원을 그리고 기본원의 둘레를 일정한 각도(θ)로 나눈 다음 θ 에 대응하는 $R + P_2(\cos\theta)$ 를 도시함으로써 구하였다. 이때 $P_2\cos\theta$ 는 표 1에 의하여 구하였다. 두 번째 공진 주파수의 진동모드도 같은 방법으로 구하였다. 계란의 실제 진동모드 분석은 주파수 분석 데이터를 이용하였으며, 시간영역의 충격 반응신호에 대한 고속 푸리에 변환(FFT)을 수행하여 1250쌍의 $a_j + b_j i$ ($j=1,2,\dots,1250$) 형태의 푸리에 계수들을 얻었다. 각 측정점에서의 주파수와 진폭은 다음과 같이 구하였다.

$$\text{주파수} : f = 200 \times j \text{ [Hz]} \quad (4)$$

$$\text{진폭} : A_j = (a_j^2 + b_j^2)^{1/2} \quad (5)$$

계란 적도원의 실제 진동모드는 구형체의 기본원에 기준점에 대한 상대진폭을 더하여 도시하였다. 탄성 구형체의 적도원에 대한 이론적인 진동모드와 실험에 의해 구해진 계란의 실제 진동모드를 비교하여 계란의 적도원을 따라 전파되는 음향진동 모드를 분석하였다.

4. 결과 및 고찰

가. 계란의 음향 진동모드

그림 4는 계란 전체의 주파수반응함수(FRF)의 크기와 위상을 나타낸다. 주파수반응함수를 통해서 계란의 공진 주파수와 공진 주파수에 해당하는 공진모드를 구하였다. 계란의 주된 공진 주파수는 2~7kHz의 범위에 분포하며, 그림 4에서 보듯이 7kHz 이하에서 3개의 주된 공진 피크(peak)가 관찰되었다. 이때 공진점에서의 위상은 약 90° 를 나타내었다. 7kHz 이상에서는 공진의 크기가 감소하고 상대적으로 노이즈 간섭이 증가하기 때문에 그림 5에서 보듯이 기여도는 약해지는 것을 알 수 있었다. 공진점 근처에서는 95% 이상의 기여도 값을 나타내므로 추정된 주파수반응함수가 잡음의 영향을 거의 받지 않는다는 것을 알 수 있었다.

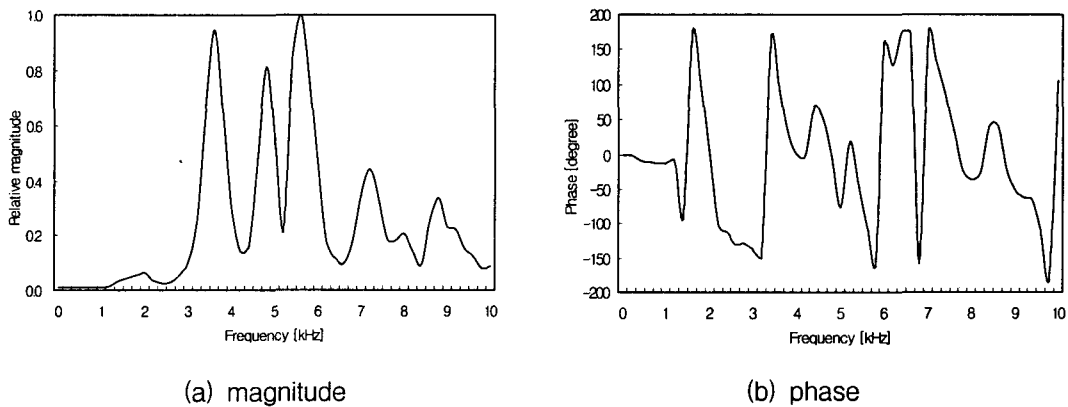


Fig. 4 The FRF magnitude and phase of 32 measurements.

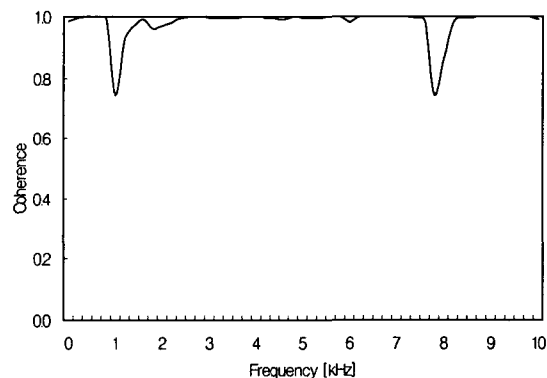
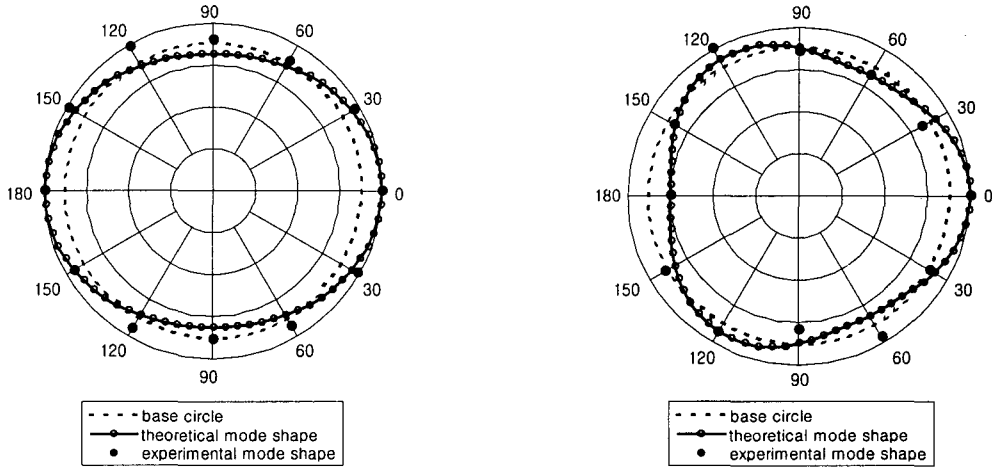


Fig. 5 Coherence of frequency response function.

계란의 적도원에 대한 실제 진동모드와 이론적인 진동모드를 비교하기 위하여 탄성 구형체의 적도원에 대한 이론적인 진동모드와 계란의 실제 진동모드를 구하였다.



(a) first resonance mode(RF:3.6kHz)

(b) second resonance mode(RF:4.8kHz)

Fig. 6 Comparison between the resonance mode of egg and theoretical mode shape

그림 6(a)는 정상 계란의 침부에 충격을 가했을 때 첫 번째 공진 주파수에 대한 실제 진동모드를 탄성 구형체의 이론적인 진동모드와 비교한 것이다. 첫 번째 공진 주파수의 이론적인 진동모드는 편원-편장(oblate-prolate)모드로서, 충격입력 지점인 0도 부근과 반대 지점인 180도 부근에서 진동이 크고 90도 부근에서 진동이 작게 나타났다. 또한 진동이 기본원과 만나는 부분에서는 진동이 없거나 아주 작게 나타났다. 계란의 첫 번째 공진 주파수에 대한 실제 진동모드는 그림 6(a)에서 점으로 표시된 부분으로서 탄성 구형체의 이론적인 진동모드와 유사한 형태의 모드 모양을 나타내었다. 이때 반응측정이 충격점과 가까울수록 진폭은 크지만 피크의 수가 많았고, 180도 부근에서 하나의 주된 피크를 나타내어 파형 분석을 위해 적당하였다. 그림 6(b)는 두 번째 공진 주파수에 대한 이론적인 진동모드와 계란의 실제 진동모드를 비교한 것으로서 이론적인 진동모드와 실제 진동모드가 유사하게 나타남을 알 수 있었다.

계란의 적도원을 따라 전파되는 파형은 첫 번째 공진 주파수와 밀접한 관계가 있으며, 첫 번째 공진 주파수와 관련된 신호는 서로 다른 크기의 충격에 대하여 파형의 형상이 거의 비슷하며, 반응은 충격지점으로부터 180도 부근에서 가장 큰 신호를 나타내었다. 따라서 계란의 충격지점을 침부로 했을 경우 반응의 측정은 180도 반대 지점인 둔부에서 측정하는 것

이 가장 좋고, 둔부에 충격을 가할 경우에는 첩부에서 반응을 측정하는 것이 가장 좋은 신호를 얻을 수 있을 것으로 판단되었다. 또한 계란의 음향 진동 측정시 계란 받침대와 계란 사이의 접촉면은 계란의 진동이 최소인 90도 부근에 위치시키면 계란의 전체적인 진동에 대한 계란 받침대의 영향을 최소화 할 수 있을 것이다.

5. 요약 및 결론

계란을 탄성 구형체로 가정하여 충격에 의한 진동특성을 이론적으로 분석하고 실제로 계란에 충격을 가함으로써 발생하는 음향진동 반응을 측정하여 이론치와 실측치를 비교 분석하였으며, 이를 통하여 계란의 타격위치 및 타격음의 측정위치 등을 제시하였다.

그 결과 탄성 구형체의 이론적인 진동 모드와 계란의 적도원 둘레에서 실제로 측정된 진동모드는 유사한 형태를 나타내었고, 계란의 적도원을 따라 전파되는 진동 모드를 통하여 충격입력 지점에 대하여 다른 위치에서 어떻게 진동하는지를 알 수 있었다. 즉, 계란의 진동 모드에서 첫 번째 공진 주파수에 대한 신호는 충격지점을 첩부나 둔부로 할 경우 반응은 180도 반대 지점에서 측정할 때 가장 큰 신호를 얻을 수 있었으며, 계란 받침대와 계란과의 접촉면은 진동이 작은 90도 부근이 적당하였다.

6. 참고문헌

- 1) Armstrong, P., H. R. Zapp and G. K. Brown. 1990. Impulsive excitation of acoustic vibrations in apples for firmness determination. Trans. of the ASAE 33(4) : 1353~1359.
- 2) Chen, H. and J. D. Baerdemaeker. 1993. Effect of apple shape on acoustic measurements of firmness. J. agric. Engng Res. 56 : 253~266.
- 3) Cooke, J. R. and R. H. Rand. 1973. A mathematical study of resonance in intact fruits and vegetables using a 3-media elastic sphere model. J. agric. Engng. Res. 18 : 141~157.
- 4) Huarng, L., P. Chen and S. Upadhyaya. 1993. Determination of acoustic vibration modes in apples. Trans. of the ASAE 36(5) : 1423~1429.