

유전 알고리즘과 시간-주파수 지역화를 이용한 방사 기준 함수망의 초기 최적화

Initial Optimization of the RBFN with Time-Frequency Localization Using Genetic Algorithm

김 성 주, 서 재 용*, 김 용 택, 조 현 찬*, 전 흥 태

Seong-Joo Kim, Jae-Yong Seo, Yong-Taek Kim, Hyun-Chan Cho, Hong-Tae Jeon
중앙대학교 전자전기공학부

School of Electrical and Electronic Eng. at Chung-Ang Univ.

E-mail : ksj1212@ms.cau.ac.kr

*한국기술교육대학교 정보기술공학부

School of Info. & Tech. Eng. at Korea University of Tech. & Edu.

ABSTRACT

In this paper, we propose the initial optimized structure of the Radial Basis Function Network which is more simple in the part of the structure and converges more faster than Neural Network with the analysis method using Time-Frequency Localization and genetic algorithm. When we construct the hidden node with the Radial Basis Function whose localization is similar with an approximation target function in the plane of the Time and Frequency, we have initial structure of RBFN. After that, we evaluate the parameters of RBF in the network and the parameters needed for the network is more a few. Finally, we make a good decision of the initial structure having an ability of approximation.

I. 서론

신경회로망의 경우 차원이 확장됨에 따라 학습에 필요한 계산량이 기하급수적으로 증가하는 문제가 발생한다. 이를 극복하기 위해 입력층과 은닉층의 가중치를 고정시켜 계산량을 감소시킬 수 있는 방사 기준 함수망이 제안되었다[1]. 방사 기준 함수망의 은닉층은 기저함수인 방사 기준 함수로 구성되며 각각의 방사 기준 함수는 중심점과 반경을 변수로 결정된다. 함수 근사화 문제에 있어서 방사 기준 함수의 결정은 근사 대상 함수와 유사한 시간-주파수 지역화 특성을 나타내는 함수로 결정된다. 이 경우 적

합한 수의 기준 함수를 결정할 수 있다. 그렇지만 시간-주파수 지역화는 근사 대상 함수의 전 영역을 포괄하도록 진행되며 이 경우 함수의 중복 선택의 문제가 남아 있다. 이에 본 논문에서는 대상 함수와 유사한 지역화 특성을 지니는 방사 기준 함수를 전체 영역을 대상으로 설정한 후에 유전 알고리즘을 통해 대상 함수 특성의 반영에 높기 기여할 수 있는 함수들을 선택하고 그렇지 못한 함수는 제외시킴으로써 초기에 최적화되는 방사 기준 함수망을 설계하고자 한다. 유전 알고리즘을 사용하여 초기 최적화된 방사 기준 함수망의 대상 함수 근사 능력

이 시간-주파수 지역화에 의해 초기 결정된 방사 기준 함수로 구성된 경우와 비교하였을 때, 은닉층의 활성 함수를 줄일 수 있다.

II. 본론

2-1. 방사 기준 함수(Radial Basis Function)

방사 기준 함수는 중심점으로부터 단조 감소 또는 증가하는 응답을 보이는 특성을 지니고 있다[2]. 방사 기준 함수망의 변수로는 중심점, 거리, 주 형태 등이 있으며, 선형 모델인 경우 변수들은 고정된다. 전형적인 형태로는 가우시안(Gaussian) RBF가 있으며, 이는

$$R_i(x) = \exp\left(-\frac{(x-c_i)^2}{r_i^2}\right) \quad (1)$$

와 같이 표현된다. 여기서, c_i 는 i 번째 기저 함수의 중심점을, r_i 은 i 번째 기저 함수의 거리를 나타낸다.

그림 1과 같은 구조이므로 신경회로망에 비해 학습 과정이 간단하여 수렴하는 속도가 빠름에도 불구하고 RBF회로망은 필요 이상의 함수를 사용할 수 있다는 단점을 지니고 있는데 이는 RBF회로망을 구성하는 기저 함수의 변수들을 제대로 설정해 줌으로써 극복할 수 있다.

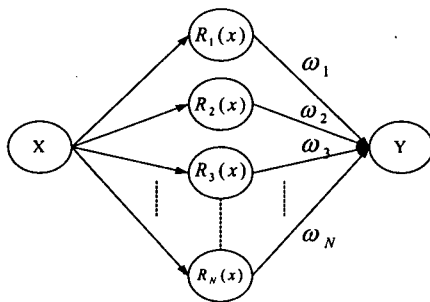


그림 1. 방사 기준 함수망

Fig. 1. Radial Basis Function Network

즉, 중심점과 반경을 효율적으로 선택하면 기저 함수를 적절하게 결정할 수 있으며, 이는 RBF회로망의 은닉층의 노드가 되어 초기 구조를 결정할 수 있는 근거를 제공해 준다.

다음 장에서는 본 논문에서 제안하는 시간-주파수 분석을 통한 RBF회로망의 기저 함수를

구성하는 변수 설정 방법에 대해 설명한다.

2-2. 시간-주파수 분석을 통한 RBF회로망 결정

시간축 상에서 신호의 지역적인 주파수 행동을 분석하기 위해 신호를 시간과 주파수에 한정(Time-frequency localization)된 함수로 표현하고, 시간과 주파수 특성을 동시에 고려하여 신호를 분석한다.

그림 2에서 시간, 주파수 한정의 중심과 폭은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$t_c(f) = \frac{1}{\|A\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |f(t)|^2 dt, \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{\|A\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_c(f))^2 |f(t)|^2 dt, \quad (3)$$

$$\omega_c(\hat{f}) = \frac{1}{\|A\|^2} \int_0^{\infty} \omega |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega, \quad (4)$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{1}{\|A\|^2} \int_0^{\infty} (\omega - \omega_c(\hat{f}))^2 |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega. \quad (5)$$

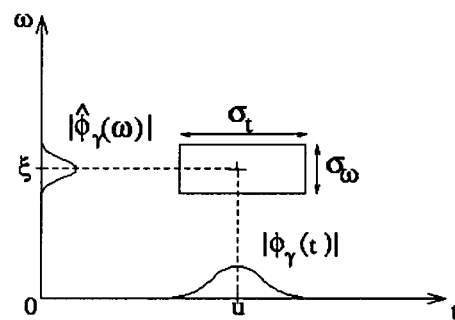


그림 2. 시간-주파수 원자
Fig. 2. Time-frequency atom

식(2)~(5)에서 중심과 폭이 정해지면 중심과 폭을 이용하여 시간, 주파수원자를 그림 2와 같은 모습으로 구성할 수 있다. 이는 함수의 특성을 분석하는 기법으로 본 논문에서는 근사하고자 하는 대상 함수를 시간-주파수 분석을 한 후, 동일 평면에서 RBF회로망을 구성할 수 있는 기저 함수의 변수를 적절히 조절하여 대상 함수의 영역을 포함할 수 있도록 구성한다. 이때, 기저 함수는 RBF회로망의 은닉층을 구성하며 이를 기반으로 은닉층 노드 개수를 결정한다. 다음에 대상 함수와 기저 함수를 같은 영역

에서 분석한 모습을 보인다.

그림 3은 대상 함수

$$f(t) = t \sin(t) \cos(5t) \sin(10t) \cos(30t) \sin(50t) \quad (6)$$

를 $0 \leq t \leq 1$ 영역에서 분석한 부분과 이를 포함하는 기저 함수의 시간-주파수 분석을 동시에 나타낸 그림이다.

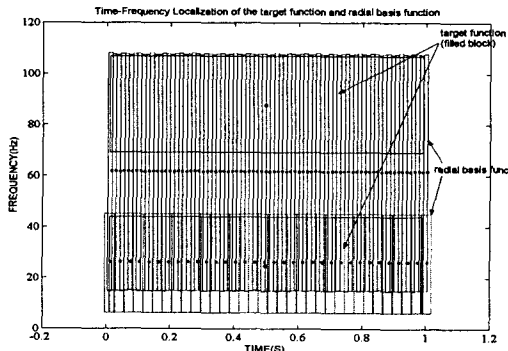


그림 3. 시간-주파수 분석 결과
Fig. 3. Result of the Time-frequency localization

여기서 기저 함수는 각각 중심점과 반경으로 결정되며 전체 개수는 그림 3의 경우 111개이다. 이는 RBF회로망의 은닉층이 111개임을 나타낸다.

이로써 시간-주파수 분석에 의하여 초기 RBF회로망의 은닉층을 구성하는 기저 함수의 변수가 결정되며 필요한 최적의 기저 함수는 111개로 결정된다. 즉, 대상 함수 근사에 필요한 RBF회로망을 구성할 수 있다. 결정된 RBF에 대해 유전 알고리즘을 적용하여 최적화하는 과정을 다음절에서 소개한다.

2-3. 유전 알고리즘에 의한 재구성

초기 세대를 시간-주파수를 통해 결정된 중심점과 반경으로 구성한다. 이렇게 구성된 세대를 교배, 돌연변이 과정을 거치고 매 자손 세대마다 적합도를 평가한 후 일정한 세대 진화이후 가장 높은 적합도를 나타내는 세대를 결정한다. 이렇게 결정된 자손 세대를 분석해보면, 시간-주파수 지역화에 의해 결정된 중심점과 반경으로 구성된 방사 기준 함수 변수 쌍이 진화를 거쳐 유사하거나 동일하게 변하는 결과를 얻을 수 있다.

이렇게 얻어진 결과에 의해 변수 쌍을 새로

게 구성하여 시간-주파수 지역화에 의해 결정된 111개의 RBF 대신에 92개의 RBF를 새롭게 결정할 수 있게 된다. 이는 함수 중복의 문제를 지닌 RBFN의 단점을 보완하는 효과와 동시에 전체 RBFN의 크기를 줄일 수 있다는 효과를 얻을 수 있다.

이렇게 구성된 RBF회로망의 가중치를 학습 시킴으로써 함수 근사를 수행한다. 다음 장에서는 모의 실험을 소개한다.

2-4. 모의 실험

모의 실험은 식(6)을 대상 함수로 하여 RBF회로망을 이용한 근사화 실험이며 다음의 단계로 진행된다.

[단계 1] 대상 함수를 시간-주파수 분석한다.

[단계 2] 시간-주파수 지역화 분석을 통해 기저 함수의 개수 및 변수를 결정하여 전체 RBF회로망을 결정한다.

[단계 3] 유전 알고리즘을 통하여 선택된 111개 함수에 대해 진화를 진행한다. 진화 후 구성된 세대 중 중복된 함수들은 제거하고 최종 중심점과 반경을 결정한다.

[단계 4] 가중치는 임의로 정하며 일반적인 역전파 학습(Back-propagation learning)을 이용하여 가중치를 학습한다.

[단계 5] 정해진 기준을 만족할 때, 학습을 중단하고 결과를 구한다.

위 단계에 따라 진행되는 모의 실험에 사용된 RBF회로망의 전체 출력은 그림 1에서 알 수 있듯이

$$Y(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i R_i(x) \quad (7)$$

이며 ω_i 는 i 번째 은닉층과 출력층 사이의 가중치이고 N 은 은닉층의 개수이다. 또한 RBF회로망의 은닉층을 구성하는 기저 함수는 식(1)의 가우시안 함수를 사용하였다.

시간-주파수 분석을 통해서 총 111개의 기저 함수가 결정되는 데, 이 때 결정된 기저 함수는 반경이 0.013과 0.031의 두 가지이며 중심점은

0~1사이에서 0.03씩 이동하며 결정되었다.

유전 알고리즘으로 결정된 기저 함수를 10000 세대에 걸쳐 진화시키고 정확히 일치하는 쌍을 제거하고 92쌍을 결정한 경우와 유사한 쌍까지 제거하고 80쌍을 결정한 경우에 동일한 학습 조건으로 학습을 진행하여 대상함수를 근사화 했다.

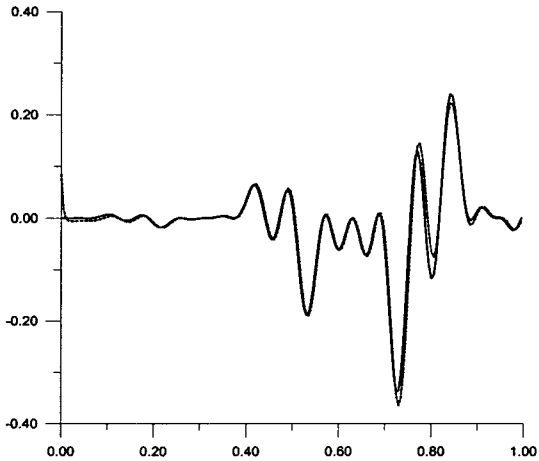


그림 4 근사화수행결과(hidden 92)

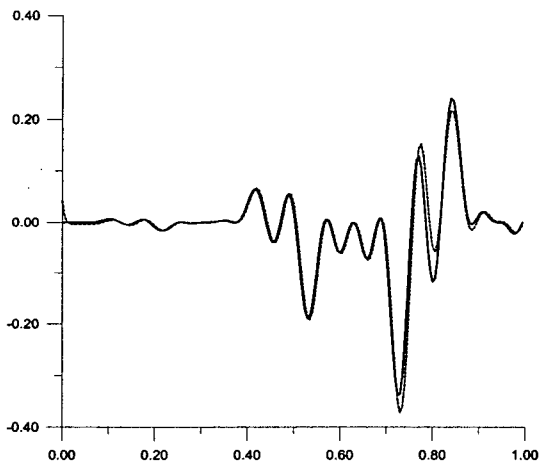


그림 5 근사화수행결과(hidden 80)

가중치 갱신을 위한 역전파 학습은 총 2500 회를 수행하였고, 학습률은 0.025이다. 이 결과 대상 함수는 RBF회로망에 의해 그림 4,5와 같이 근사됨을 볼 수 있다. 그림 4,5처럼 시간-주파수 분석을 통해 초기 결정된 방사 기준 함수를 유전 알고리즘을 통해 선택하여 최적화된 RBF회로망에 의해 대상 함수를 결정하였을 때, 매우 높은 근사 능력을 나타냄을 알 수 있다.

또한 유사한 쌍을 제거한 경우와 정확히 일치하는 쌍을 제거한 경우의 결과가 비슷한 것도 알 수 있다.

III. 결론

RBFN의 초기 구조 결정 과정에서 시간-주파수 분석을 통해 대상 함수와 RBFN의 기저 함수를 동시에 비교하여 은닉층을 결정한 후 결정된 RBF를 진화 연산을 통해 최적화하여 RBFN의 구조를 결정하는 방법을 본 논문에서 제안한다. 이는 RBFN의 단점인 과다 기저 함수 사용을 극복하고 초기에 은닉층의 개수와 활성화함수의 변수를 조건에 알맞게 결정함으로써 RBF회로망의 구조를 초기에 최적화할 수 있는 기법으로 함수 근사화 문제에 적용해 본 결과 뛰어난 성능을 보임을 알 수 있다.

감사의 글 : 본 연구는 과학기술부의 뇌과학연구 프로그램에 의해 지원 받았습니다.

IV. 참고문헌

- [1] Simon Harkin, *Neural Networks : A comprehensive foundation*, Prentice Hall, 1999.
- [2] Mark J. L. Orr, *Introduction to Radial Basis Function Networks*, Center for Cognitive Science, Scotland, 1996.
- [3] James A. Freeman, David M. Skapura, *Neural Networks : Algorithms, Applications, and Programming Techniques*, Addison Wesley, 1991.
- [4] Yagyensh C. Pati, "Wavelets and Time-Frequency Methods in Linear Systems and Neural Networks", *Thesis Report for ph.D.* 1992.
- [5] Srinivasa V. Chakravarthy and Joydeep Ghosh, "Scale-Based Clustering Using the Radial Basis Function Network", *IEEE Trans. On Neural Networks*, Vol. 7. No. 5., 1996.