퍼지 균등화와 언어적인 Hedge를 이용한 GA 기반 퍼지 모델링

GA based Fuzzy Modeling using Fuzzy Equalization and Linguistic Hedge

김승석, 곽근창, 유정웅, 전명근
충북대학교 전기전자 및 컴퓨터공학부

Seoung-Suk Kim, Keun-Chang Kwak, Jeong-Woong Ryu, Myung-Geun Chun
School of Electrical ,Electronics and Computer Eng., Chungbuk National University.
(powerkimss@hotmail.com)

ABSTRACT

The fuzzy equalization method does not require the usual learning step for generating fuzzy rules. However it is heavily depend on the given input-output data set. So, we adapt an hierarchical scheme which sequentially optimizes the fuzzy inference system. Here, the parameters of fuzzy membership functions obtained from the fuzzy equalization are optimized by the genetic algorithm, and then they are also modified to increase the performance index using the linguistic hedge. Finally, we applied it to the Rice taste data and got better results than previous ones.

Keywords : Fuzzy Equalization, Genetic Algorithm, Hierarchical Optimization, Linguistic Hedge

Ⅰ. 서 론

퍼지이론은 다양한 기존의 이론들로 쉽게 접근할 수 없었던 문제들을 쉽게 접근할 수 있다는 장점으로 다양한 분야에서 이용되어 왔다. 이는 퍼지 추론 시스템[1]을 기반으로 하는 추론엔진의 성능에 대한 연구가 주된 주제였다. 퍼지 추론 시스템을 생성하는 다양한 방법들이 제안되어 왔다. 본 논문에서는 학습이 필요없이 데이터의 확률밀도함수를 이용하여 소속함수를 생성하는 퍼지 균등화[2] 방법과 이를 파라미터 최적화와 언어적 hedge연산자[3] 최적화를 계층적으로 행하는 유전알고리즘[4][5]을 이용하여 초기 퍼지 모델의 성능을 개선하고자 한다.

이를 Ishibuchi와 Nozaki[6]의 Rice taste 데이터를 이용, 시뮬레이션를 통하여 제안된 방법의 유용성을 증명한다.

Ⅱ. 퍼지이론과 유전알고리즘

2.1 퍼지 균등화

퍼지 균등화란 주어진 수치데이터로부터 확률밀도함수를 구한 후 이를 적절히 표현할 수 있는 소속함수의 수만큼 균등하게 나누어 파라미터를 구하는 기법이다.

확률개념에서 사용되는 사건(crisp event)의 개념에서는 A라는 사건과 이의 확률분포함수 $p(x)$가 주어졌을 경우 사건 A의 확률은 식(1)과 같이 구해진다.

$$P(A)=\int_A p(x)dx \tag{1}$$

그러나 사건 A에 대하여 확률분포함수 $p(x)$와 더불어 소속함수 $A(x)$ 값이 주어진 퍼지 사건일 경우의 확률은 식(2)와 같다.

$$P(A)=\int_A A(x)p(x)dx \tag{2}$$

식(2)의 개념에 기초하여 데이터 공간에 대하여 확률밀도함수 $p(x)$가 주어졌을 때, 이 공간을 퍼지집합 $\{A_1, A_2, \ldots, A_G\}$로 나누는 퍼지

사건을 정의한다고 하자. 그러면 이 때, 가장 바람직한 분할 방법은 식(3)과 같이 각각의 퍼지사건의 확률이 같도록 균등화하는 것이다.

$$P(A_1)=P(A_2)=\ldots=P(A_G)=\frac{1}{G} \tag{3}$$

식(3)의 개념을 적용하면 데이터가 조밀한 부분과 그렇지 않은 경우의 소속함수의 파라미터가 확률밀도함수에 근거하여 생성되어 그림 1과 같이 우리의 직관과도 잘 일치함을 알 수 있다.

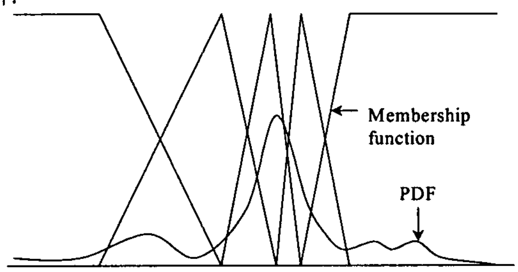

그림 1 . 퍼지 균등화

2.2 언어적 Hedge

퍼지 논리를 기반으로 한 시스템에서, 정보는 언어적으로 표현된다. 언어적 hedge은 소속함수의 모양을 변형하여 사용하는 연산자이다. Zadeh에 따르면 언어적 영역 연산자는 세 개의 집중(concentration), 팽창(dilation), 매우 강한 증대(contrast intensification)으로 나누어 진다.

1) 집중 : 집합 A에서 x의 소속 정도의 크기는 집중 연산자에 의해 감소한다. 원래의 언어적 변수를 다음과 같이 표현하면

$$A^k=\int_X[\mu_A(x)]^k/x \tag{4}$$

집중의 연산은 다음과 같이 표현한다.

$$\mathrm{CON}(A)=A^\alpha,\quad \alpha>1 \tag{5}$$

이를 바탕으로, 관련된 몇몇 연산자를 더 정의하면, Absolutely, very, much more, more, plus를 다음과 같이 표현한다.

Absolutely	$x \doteq x^4$	(6a)
very	$x \doteq x^2$	(6b)
much more	$x \doteq x^{1.75}$	(6c)
more	$x \doteq x^{1.5}$	(6d)
plus	$x \doteq x^{1.25}$	(6e)

2) 팽창 : 집중과 반대로, 팽창은 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{DIL}(x)\doteq x^\alpha,\quad \alpha<1 \tag{7}$$

또한, 관련된 연산자 역시 minus, more or less, slightly 등으로 정의한다.

minus	$x \doteq x^{0.75}$	(8a)
more or less	$x \doteq x^{0.5}$	(8b)
slightly	$x \doteq x^{0.25}$	(8c)

이들 언어적 영역은 춥다(cold), 덥다(hot) 등 다른 언어적 변수들과 조합되어 매우 춥다(very cold), 매우 덥다(very hot)과 같이 만들어 진다.

3) 매우 강한 증대 : 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{INT}(A)=\begin{cases}2A^2, & \text{for } 0\le\mu_A(x)\le 0.5\\ \neg 2(\neg A)^2 & \text{for } 0.5\le\mu_A(x)\le 1\end{cases} \tag{9}$$

즉, 0.5를 기준으로 위로는 증가하고 아래로는 감소시켜 INT 를 강화시킬수록 퍼지집합에서 퍼지성을 약화시킨다.

2-3. 유전알고리즘

유전알고리즘은 최적화 알고리즘의 하나로 미분 등의 수학적 제한을 받지 않으면서 적자생존의 자연계의 진화과정을 모사한 기법이다. 우수한 병렬처리 능력과 적자생존에 의한 최적점 탐색 등의 장점을 가지고 있으나 전역적 최적점을 보장할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

유전알고리즘의 기본 연산자로는 복제, 교배, 돌연변이 등이 있다. 복제는 부모세대에서 자식세대로 유전자를 복제하는 것으로, 평가함수에 의하여 평가된 강한 유전자가 더 선택, 복제되도록 다양한 방법 등이 있다. 교배는 각 유전자간에 서로의 유전자를 교환하여 자식세대에 더 좋은 결과를 기대하는 연산자이며, 돌연변이는 세대가 증가함에 따라 세대의 유전자들이 지역적 최적점 등에 빠지는 것 등을 방지하기 위한 연산자입니다.

또한 엘리티즘을 이용하여 한 세대에서 최적개체를 다음 세대에서도 생존하도록 보장하여 세대가 진행하더라도 최적을 유지하도록 하는 전략으로 유전알고리즘의 성능을 개선한다.

Ⅲ. 퍼지추론시스템의 구성

3.1 퍼지균등화에 의한 퍼지 모델링

주어진 수치적 입출력 데이터에 의하여 퍼지 균등화 하여 주어진 전제부 소속함수 파라미터를 이용하여 퍼지 추론 시스템을 생성한다.

각 입력의 소속함수가 4개이고, 두 개의 입력과 하나의 출력으로 구성되는 퍼지모델은 다음과 같이 이루어진다.

최종출력은 다음과 같다.

$$y_i^* = \sum_{i=1}^{2} \overline{w_i} f_i = \frac{\sum w_i f_i}{\sum w_i} \tag{10}$$

여기서 $\overline{w_i}\ f_i = \overline{w_i}(p_i x + q_i y + r_i)$,는 이고, $i=1,2$는 입력의 수이다.

또한 정규화된 $\overline{w_i}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{w_i} = \frac{w_i}{w_1 + w_2},\ i=1,2 \tag{11}$$

$$w_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(y),\ i=1,2 \tag{12}$$

$$\mu_{A_i}(x),\ \mu_{B_i}(y),\ i=1,2 \tag{13}$$

$$\mu_{A_i}(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \le x \le c \\ 0, & c \le x \end{cases} \tag{14}$$

이상으로 얻어진 퍼지 모델의 출력 값과 원하는 출력 값 사이의 오차를 최소화하기 위해 전제부 파라미터가 정해지면 LSE로 결론부 파라미터를 추정한다.

$$X^* = (A^T A)^{-1} A^T B \tag{15}$$

그러나 제안된 방법의 퍼지 추론 시스템은 퍼지 규칙을 생성하는 입력 데이터 공간을 그리드 분할하기 때문에 규칙의 수가 지수함수적으로 증가하게 된다. 또한 생성된 많은 규칙 수에 비례하여 추정해야 하는 파라미터 수가 증가하므로 데이터 수 보다 추정해야 하는 파라미터 수가 많아지는 과대적합(overfitting) 문제를 발생시켜 검증 데이터(checking data)에 큰 오차를 보이게 된다.

3.2 유전알고리즘에 의한 계층별 최적화

퍼지균등화에 의한 퍼지모델은 학습을 거치지 않고도 출력과 근사하게 일치하지만 최적의 성능을 가진다고는 할 수 없다. 이에 유전알고리즘을 이용하여 전제부 소속함수의 파라미터와 언어적 hedge 연산자를 그림 2와 같이 이용하여 계층별 최적화를 한다.

먼저 소속함수의 파라미터에 대하여 유전알고리즘을 적용하여 좀더 실제출력에 적합하게 한 후 다시 언어적 hedge연산자의 최적화를 실시한다. 초기 세대의 구성은 퍼지 균등화된 파라미터를 주고 돌연변이로 세대가 증가함에 따라 변화시킨다.

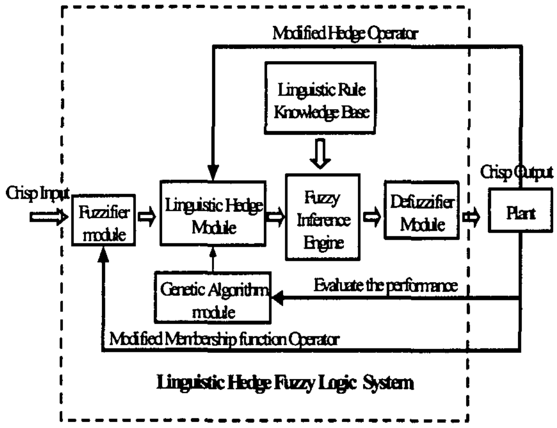

그림 2 언어적 hedge

IV. 시뮬레이션 및 결과

제안된 방법에 의하여 시뮬레이션을 한 결과는 다음과 같다.

먼저 **단계 1**에서 퍼지 균등화에 의하여 계산된 소속함수가 그림 3에 있고 이를 **단계 2**에서 유전알고리즘에 의하여 전제부 소속함수 파라미터를 탐색한 것이 그림 4에 있다. 이 최적화된 전제부 소속함수에 **단계 3**에서 언어적 hedge를 이용하여 다시 유전알고리즘을 이용하여 최적을 탐색한 것이 그림 5에 있다.

그림 3에서 그림 5에서 소속함수의 파라미터 및 형태가 각 단계가 증가할수록 변한 것을 알 수 있다.

표 1. 오차 비교

	훈련데이터오차	검증데이터오차
Grid 분할법	0.00141	0.01291
Herrera[7]	0.0081	0.0192
단계 1	0.00079	0.03023
단계 2	0.00075	0.00735
단계 3	0.00069	0.00395

이를 그리드분할에 의한 퍼지모델 및 Herrera[7]의 결과와 같이 정리하면 표 1과 같다. 그림

6에서 보듯이 실제 출력과 모델의 출력이 근사하게 일치함을 볼 수 있다.

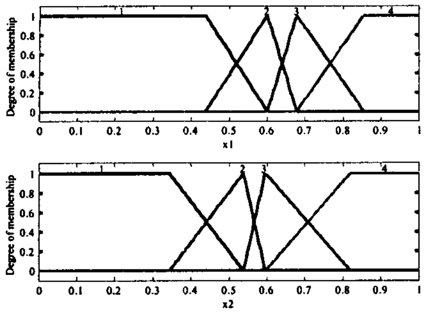

그림 3 퍼지균등화에 의한 소속함수

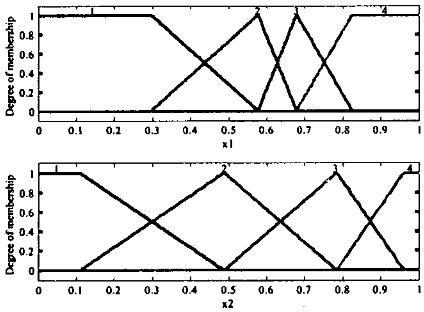

그림 4 전제부 파리미터 최적화

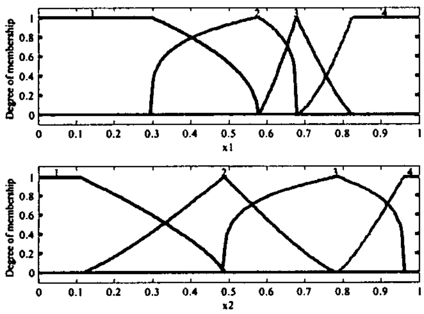

그림 5 언어적 헤지

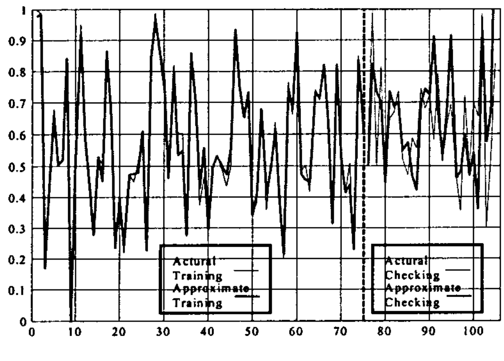

그림 6 출력 비교

또한 언어적 hedge를 보면 입력 x_1 에서 more or less, slightly, plus, much more이며, 입력 x_2 에서 minus, plus, slightly, plus로 추정되는 것을 그림 5에서 볼 수 있다.

V. 결 론

제안된 모델은 유전알고리즘을 통하여 계층적 최적화를 시도하였다. 퍼지 균등화후 유전알고리즘에 의해 전제부 소속함수의 파라미터 및 소속함수형태를 언어적 hedge로 계층적으로 최적화하였다. 결과에서도 볼 수 있듯이 각 단계를 거치면서 모델의 오차가 점차 감소하는 것을 볼 수 있다.

이후의 연구는 퍼지 균등화에 의한 모델에서 볼 수 있는 것으로 소속함수가 훈련데이터에 너무 편중되는 문제와 언어적 hedge를 다양한 방법으로 최적화하는 것이다.

감사의 글: 본 연구는 정보통신부 대학기초연구지원사업에 의해 수행되었습니다.

VI. 참고문헌

[1] J. S. R. Jang, C. T. Sun, *E. Mizutani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing : A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*, Prentice Hall, 1997.

[2] Witold Pedrycz, "Fuzzy equalization in the construction of fuzzy sets", *Fuzzy sets and system*, Vol. 119, pp. 329-335, 1999.

[3] Bin-Da Liu,Chuen-Yau Chen,Ju-Ying Tsao, "Design of Adaptive Fuzzy Logic Controller Based on Linguistic-Hedge Concepts and Genetic Algorithms", *IEEE Tr. On System, Man, And Cybernetics - Part B*, VOL. 31, NO. 1, 2001.

[4] Zbigniew Michalewicz, *Genetic Algorithms+Data Structures = Evolution Programs*, Springer, 1999.

[5] 진강규, *유전알고리즘과 그 응용*, 교우사, 2000.

[6] Ken. Nozaki, Hisao Ishibuchi, Hideo Tanaka, "A simple but powerful heuristic method for generating fuzzy rules from numerical data," Fuzzy sets and Systems, Vol. 86, pp. 251-270, 1997.

[7] J. Casillas, O. Cordon, J. D. Jesus, F. Herrera, " Genetic tuning of fuzzy rule deep structures for linguistic modeling", *submitted to IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2001.