

비선형 슬라이딩 면을 가지는 적응 퍼지 제어기 설계

Design of an Adaptive Fuzzy Controller with the Nonlinear Sliding Mode

이 훈 이대식

대구대학교 정보통신공학부, 경북 경산시 진량면 내리리 15

Email: dslee@taegu.ac.kr

Hun Lee Dae-Sik Lee

Taegu University, School of Computer and Communication

Kyungpook Kyungsan Jinryang Naeriri 15

ABSTRACT

일반적으로 가변구조제어는 외란과 변수 변화에 대해 강인한 특성을 가지지만 제어기 설계자는 이러한 값들에 대한 상한 값과 하한 값을 알아야한다. 그러나 때로는 이러한 상한 값과 하한 값을 얻는다는 것은 쉽지가 않다. 이에 반해 퍼지제어기는 외란과 변수 변화에 대한 제어기 설계를 위해서 효과적인 방법을 제공한다. 따라서 퍼지제어기와 가변구조제어기가 가지는 장점들을 결합하는 연구가 진행되어져 왔다. 본 논문에서는 기존의 선형 슬라이딩 면을 가지는 퍼지제어기를 이용하는 방법 대신 비선형 슬라이딩 면을 가지는 퍼지제어기를 이용한 적응 퍼지가변구조제어기를 이용하였다. 따라서 시스템의 결과는 선형 슬라이딩 면을 가지는 제어기 설계에서 나타나는 동적 특성과 정적 특성의 대립을 해결할 수 있다. 또한, 가변구조제어의 동적 특성을 결정하는 제어입력을 도입하여 적응 퍼지 가변구조제어기의 안정도를 판명하였다. 제안된 제어 알고리즘의 유용성을 입증하기 위해 비선형성이 큰 가변 길이를 갖는 진자 시스템을 이용하였다.

Key Words: Fuzzy, Adaptive, VSC, 가변 길이 진자 시스템

I. 서 론

가변구조 시스템들의 자동제어는 비선형 제어의 특별한 분야이다. 이러한 시스템들은 제어 동작 수행동안에 그 구조가 고정된 것이 아니라 변화하는 구조를 가진다. 제어 시스템의 구조는 유연이든 고의적이든 정의된 규칙에 따라 변화할 것이다. 이러한 문제점을 해결할 수 있는 제어방식중의 하나가 외란에 강인한 특성을 나타내는 가변구조제어(variable structure control : VSC)방식이다. 가변구조제어는 시스템의 궤적이 스위칭 면에 도달하도록 시스템 구조를 변화시킴으로써 나타나는 불연속적 제어에 의해 특성화되는 비선형 시스템의 특수한 한 부류이다. 가변구조 시스템의 주된 장점은 파라메타 변화와 외란에 둔감하다는 것이다. 그러나 슬라이딩 면의 대부분이 상태 공간에 고정되고 주어진 초기상태에 독립인 선형으로 설계된다. 그러므로 슬라이딩 면으로부터 먼 초기조건에 대해 리칭 포인팅(reaching phase) 문제가 존재한다. 또한, 가변구조제어는 원하는 과도상태 응답을 얻을 수 있지만 불연속적인 제어입력에 의해 채터링(chattering)이 발생하는 단점이 있다. 이와 같은 채터링 입력은 실제 시스템에 새로운 동특성을 유발하며 이는 원하지 않는 응답을 발생시킨다.

퍼지이론은 Zadeh에 의해 1965년 논문이 소개되고 난 이후로 지금까지 많이 발전되어 왔다[1]. 일반적으로 시스템이 잘못 정의되었거나 복잡한 수학적 모델에 대하여 퍼지제어가 효과적인 방법을 제공한다. 퍼지 제어에 기초를 둔 제어기는 정량적인 제어 방법에서 언어적인 제어방법으로 변환한다. 또한, 퍼지제어기의 설계는 수학적 모델의 종합이나 해석에 의존하지 않는다. 모든 제어 규칙은 전문 지식이나 전문가의 경험에 의해 구성된다.

이와 같은 슬라이딩모드 제어와 퍼지제어의 장점들을 적절히 결합하는 연구는 제어이론에 있어서 매우 중요하며 많은 연구가 진행되어 왔다. Kawaji와 Matsunaga[2]는 가변구조제어를 바탕으로 서보 모터에 대한 퍼지규칙들의 생성 방법을 제안하였다. Yager와 Filev[3]는 슬라이딩 면의 상태에 따른 퍼지규칙들을 결정하였다. Glower와 Munighan[4]은 퍼지가변구조제어기를 제안하였고 이 퍼지제어기에 대한 안정성을 각각 증명하였다. Lu와 Chen[5]은 비선형 시스템의 한 분야인 빠르고 정밀한 추적제어를 위해서 가변구조제어와 자기구조(self-organizing) 퍼지제어의 가장 좋은 특성들을 결합하였다. 자기구조인 동안 제어가 평형점에 접근하도록 하기 위해 퍼지 룰 베이스가 이용되었고 근사 오차를 보상하고 가변 슬라이딩 면에 지수 함수적 수렴하도록 하기 위해 가변구조 제어기의 결과가 이용되었다. Lin과 Chiu[6]는 가변구조 제어와 퍼지 추론

기법과 적응 알고리즘의 장점들을 결합하였다.

본 논문에서는 이와 같은 가변구조제어기와 퍼지제어기의 장점을 적응 알고리즘을 이용하여 결합하며, 가변구조제어의 동특성을 결정하는 제어입력을 도입하여 제안한 제어기의 안정도를 판별하였다. 더불어 본 논문에서는 비선형 슬라이딩 면을 가지는 가변구조를 사용하여 일반적으로 주어지는 선형 슬라이딩 면을 가지는 가변구조제어에서의 한계점을 극복하였다.

II. 비선형슬라이딩면을 갖는 가변구조제어

다음과 같은 단일 입력 n 차 비선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}^{(n)} = f(X, t) + g(X, t)u(t) \quad (2.1)$$

여기서, $u(t)$ 는 제어입력이고, $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 는 상태 벡터이며, 함수 $f(X, t)$ 는 알 수 없는 함수이나 연속함수 $F(X, t)$ 에 의해 주어지는 상한 값을 알고 있다. 그리고 제어이득 $g(X, t)$ 도 알 수 없는 함수이지만 다음과 같은 제한된 상수 범위를 가진다.

$$0 < G_{\min} \leq g(X, t) \leq G_{\max} \quad (2.2)$$

$f(X, t)$ 와 $g(X, t)$ 는 X 에서 연속이라고 가정하자. 제어 문제는 X 가 원하는 궤적 $X_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ 를 추적하도록 하는 제어입력 $u(t)$ 를 찾는 것이다. 제어입력은 다음과 같은 형태를 가진다.

$$u(t) = \begin{cases} u^+ & \text{for } s(\bar{X}, t) > 0 \\ u^- & \text{for } s(\bar{X}, t) < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

여기서, $s(\bar{X}, t) = 0$ 은 스위칭 면이고 $\bar{X} = X - X_d$ 이다. 스위칭 면상에서 슬라이딩 모드의 존재 조건은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = ss' \leq -\eta s^2 \quad (2.4)$$

여기서, η 는 양의 상수이다. 상태 공간 R^n 에서 비선형 슬라이딩 면 $s(\bar{X}, t)$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$s(\bar{X}, t) = s_L(\bar{X}, t) + s_{NL}(\bar{X}, t) \quad (2.5)$$

$$s_L(\bar{X}, t) = \sum_{i=1}^n c_i \bar{x}^{(i-1)} = C\bar{X}$$

는 선형시변 함수이며, Hurwitz 안정도를 만족한다.

$s_{NL}(\bar{X}, t)$ 는 $s(\bar{X}, t)$ 의 비선형 부분이며 과도응답의 성능을 개선하는데 이용되며, [7]로부터 다음을 얻는다.

$$s_{NL}(z) = \sum_{i=1}^a d_i \prod_{j=1}^i z_j^{p_j} \quad (2.6)$$

여기서, $\sum_{j=1}^i p_j = 3, \quad i = 1, 2, \dots, a,$

$a = (p(p+1)(p+2))/6$ 이고 d_i 는 원하는 상수 값이다. 따라서, 비선형 스위칭 면은 다음과 같다.

$$s(\bar{X}, t) = C\bar{X} + \sum_{i=1}^a d_i \prod_{j=1}^i z_j^{p_j} \quad (2.7)$$

시간 영역에서 $s(\bar{X}, t)$ 를 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(X, t) + g(X, t)u(t) - \dot{x}_d^{(n)} \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{\bar{x}}^{(i)} + \sum_{i=1}^n D_i \prod_{j=1}^i (\dot{\bar{x}}^{(j-1)})^{q_{ij}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

이다. 여기서, r 은 식(2.7)의 도함수에 의해 주어지는 비선형 항의 수이며 $\sum_{i=1}^n q_{ij} = 3, \quad j = 1, 2, \dots, r$ 이다.

슬라이딩 모드에서 등가 제어입력 u_{eq} 는 식(2.8)와 $\dot{s}(\bar{X}, t) = 0$ 으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} u_{eq} &= g^{-1} \left(-f + \dot{x}_d^{(n)} - \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{\bar{x}}^{(i)} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^r D_i \prod_{j=1}^i (\dot{\bar{x}}^{(j-1)})^{q_{ij}} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

그러나, $f(X, t)$ 와 $g(X, t)$ 의 값을 알 수 없으므로, 아래의 식을 이용한다.

$$\hat{u}_{eq} = \hat{g}^{-1}(-\hat{f} + u_{known}) \quad (2.10)$$

여기서, \hat{f} 와 \hat{g} 는 f 와 g 의 추정된 값이며, $\hat{f} = f - \Delta f, \hat{g} = g - \Delta g$ 이다. 그리고, u_{known} 값은 시스템의 변수와 외란으로부터 독립적인 항이다. 즉,

$$u_{known} = \dot{x}_d^{(n)} - \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{\bar{x}}^{(i)} - \sum_{i=1}^n D_i \prod_{j=1}^i (\dot{\bar{x}}^{(j-1)})^{q_{ij}} \quad (2.11)$$

이제 다음과 같은 제어 입력을 고려하자.

$$u = \hat{u}_{eq} + u_N + u_S \quad (2.12)$$

여기서, u_N 은 시스템의 불확실성을 보상하며, 다음과 같다.

$$u_N = -K_N \cdot \text{sgn}(s) \quad (2.13)$$

그리고, u_S 는 슬라이딩 면 $s(\bar{X}, t)$ 의 동적 응답을 결정하며, 다음과 같이 둔다.

$$u_S = -K_S \cdot s \quad (2.14)$$

식(2.8)와 식(2.12)로부터 제어이득이 다음을 만족하면 슬라이딩모드 존재조건인 식(2.4)를 만족한다.

$$K_N > \frac{F(X, t)}{G_{\min}} - \frac{\hat{f}}{\hat{g}} + \left(\frac{1}{G_{\min}} - \frac{1}{\hat{g}} \right) u_{known}$$

$$K_S > \frac{\eta}{G_{\min}}, \quad \eta > 0 \quad (2.15)$$

III. 적응 퍼지 가변구조제어기

일반적으로 슬라이딩 모드 제어에서는 불확실성의 경계 값이 있고, 설계자는 그 경계 값을 알고 있다고 가정한다. 그러나, 때로는 불확실성에 대한 상하한들은 불확실성을 가지는 구조의 복잡성 때문에 쉽게 얻을 수는 없다. 더욱이 외란의 크기는 쉽게 추정할 수 없다. 그러므로 큰 불확실성의 경계 값을 가지는 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어에 드는 실행 비용은 증가하게 된다. 한편 퍼지 추론기법은 시스템 불확실성의 상위 값을 추정하도록 구성할 수 있다. 퍼지 슬라이딩 모드 제어는 퍼지 추론기법이 시스템 불확실성의 상위 값을 추정하기 위해 사용되도록 발전되어왔다.

식(2.13)에서 K_N 을 K_f 로 바꾸면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$u(t) = \hat{u}_{eq} + u_s - K_f \text{sgn}(s)$ (3.1)
 여기서, K_f 는 퍼지 추론기법에 의해 설계된다. 식(2.4)를 만족하는 K_f 의 최적의 값은 아래와 같다.

$$K_f^* = g^{-1}f - \hat{g}^{-1}\hat{f} + (\hat{g}^{-1} - g^{-1})u_{known} \quad (3.2)$$

그러나, K_f^* 의 최적 값은 변수 변화와 외란들로 인해 정확하게 얻을 수 없다. 여기서, 최소 제어 효과를 가져오는 아래와 같은 \hat{K}_f 가 존재한다고 가정하자. 이것은 슬라이딩 존재 조건인 식(2.4)를 만족하는 \hat{K}_f 이다.

$$\hat{K}_f - K_f^* = \varepsilon \cdot s, \quad \varepsilon > 0 \quad (3.3)$$

일반적으로, 퍼지 제어 법칙들은 언어 형태로 수행되는 퍼지 집합이다. 2개의 입력, s 와 \dot{s} 과 그것의 룰 베이스에 의한 m 개의 규칙들, 각각 R_1, R_2, \dots, R_m 으로 표현되어지는 단일 출력 퍼지 제어를 생각하자. j 번째 법칙의 일반적인 형태는 다음과 같다

$$R_j: \text{If}(s \text{ is } A_s^j) \wedge (\dot{s} \text{ is } A_{\dot{s}}^j), \text{ then } K_f^j = a_j$$

여기서, \wedge 는 AND 교집합 연산, s, \dot{s} 는 입력 변수, A_{vp}^j 는 j 번째 규칙에 있어서, 전건부의 변수 vp 를 특성화하는 퍼지집합, K_f^j 는 j 번째 함의로부터의 출력이고 a_j 는 파라메타 결과이다.

퍼지 제어기의 룰 베이스를 정의하기 위한 m 개의 규칙들이 있고 각 규칙은 다른 출력값들을 줄 수 있다. 개별 출력인 K_f^j , $j=1, 2, \dots, m$, 의 무게중심법은 출력 K_f 를 얻기 위해 사용되어진다. K_f^j 에 할당된 각각의 무게는 w_j 로 설계된 j 번째 규칙의 적합도이다. j 번째 규칙의 적합도는 아래로부터 결정된다.

$$w_j = \min(\mu_s^j(s), \mu_{\dot{s}}^j(\dot{s})) \quad (3.4)$$

여기서, $\mu_{vp}^j(vp)$ 는 퍼지 집합 A_{vp}^j 내의 vp 에서 멤버십 함수의 값이다. 퍼지 출력 K_f 는 아래와 같이 무게중심 비퍼지화 방법에 의해 계산할 수 있다.

$$K_f = \frac{\sum_{i=1}^m w_i a_i}{\sum_{i=1}^m w_i} = \frac{[a_1, a_2, \dots, a_m][w_1, w_2, \dots, w_m]^T}{\sum_{i=1}^m w_i} = aW^T \quad (3.5)$$

여기서, $a = [a_1, a_2, \dots, a_m]$ 은 조절 가능한 변수 벡터이다. a_j 는 K_f^j 의 멤버십 함수의 중앙이다. $W = [w_1, w_2, \dots, w_m] / \sum_{i=1}^m w_i$ 는 적합도 벡터이다.

\hat{a} 를 슬라이딩 모드 제어의 최소 효과를 나타내는 최적 벡터로서 정의하면 최소제어효과를 가져오는 \hat{K}_f 은 아래와 같다.

$$\hat{K}_f = \hat{a} W^T \quad (3.6)$$

Lyapunov함수후보를 아래와 같이 선택한다.

$$V = \frac{1}{2} \left(s^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{a} \tilde{a}^T \right), \quad \gamma > 0 \quad (3.7)$$

여기서, 조절 가능한 파라메타 오차 벡터는 $\tilde{a} = \hat{a} - a$ 이다. 시간에 대하여 V 를 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = s\dot{s} + \frac{1}{\gamma} \tilde{a} \dot{\tilde{a}}^T \quad (3.8)$$

식(2.8), 식(2.11)~식(2.14) 그리고 식(3.2)~식(3.3)을 식(3.8)로 바꾸면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(f + g(\hat{u}_{eq} - K_f \text{sgn}(s) - K_s s) - u_{known}) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma} \tilde{a} \dot{\tilde{a}}^T \\ &= s(f + g\hat{u}_{eq} - gK_s s - u_{known}) - gK_f^* |s| \\ &\quad + g(K_f^* - K_f) |s| + \frac{1}{\gamma} \tilde{a} \dot{\tilde{a}}^T \\ &\leq s(f + g\hat{u}_{eq} - gK_s s - u_{known}) - gK_f^* |s| \\ &\quad + (G_{\max} W |s| - \frac{1}{\gamma} \tilde{a}) \tilde{a}^T - G_{\min} \varepsilon |s|^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

만약 적응 법칙을 아래와 같이 두고

$$\dot{\tilde{a}}^T = \gamma G_{\max} |s| W^T \quad (3.10)$$

K_s 가 다음의 식을 만족하면

$$K_s \geq \frac{\eta}{G_{\min}} + \frac{G_{\max}}{G_{\min}} \varepsilon \quad (3.11)$$

식(3.9)는 아래와 같이 된다.

$$\dot{V} \leq -G_{\min} \varepsilon |s|^2 - gK_s |s|^2 \leq -\eta |s|^2 < 0 \quad (3.12)$$

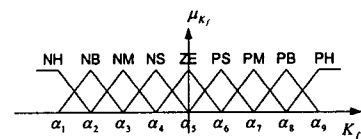
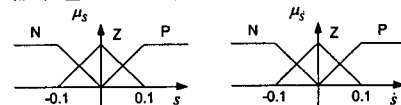
즉, 시스템 식(2.1)은 식(3.10)의 적응법칙을 가지며, 식(2.12)의 제어입력에 대하여 Lyapunov안정함을 알 수 있다.

IV. 시뮬레이션 결과

제안한 제어기의 유효성을 보이기 위하여 가변 길이 진자를 사용한다. 이 모델은 철봉대를 올라갈 때 운동선수의 무게중심 추정하기 위해 사용된다. 시스템의 동특성 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= 0.5 \sin \theta (1 + 0.5 \cos \theta) \dot{\theta}^2 / \Delta(\theta) + u / \Delta(\theta) \\ &\quad - 10 \sin \theta (1 + \cos \theta) / \Delta(\theta) + v(t) \cos \theta \end{aligned} \quad (4.1)$$

여기서, $\Delta(\theta) = 0.25(2 + \cos \theta)^2$ 이고 외란은 $v(t) = 2 \cos(3t)$ 이다. 스위칭 면 s 와 \dot{s} 그리고 K_f 의 상위 값과 관련된 퍼지 집합들을 위한 멤버십 함수들은 <그림 4.1>에서 정의한다.



<그림 4.1> 퍼지집합의 멤버십 함수들

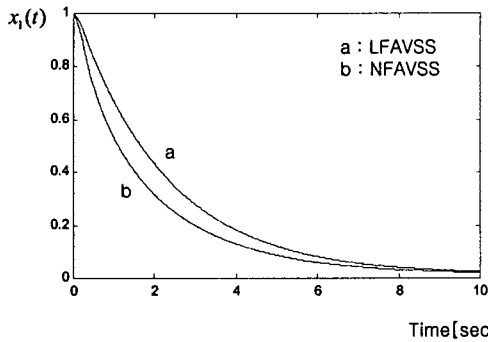
슬라이딩 모드 존재 조건 식(2.4)를 위한 K_s 는 <표 4.1>과 같이 추론한다.

<표 4.1> 퍼지 규칙 테이블

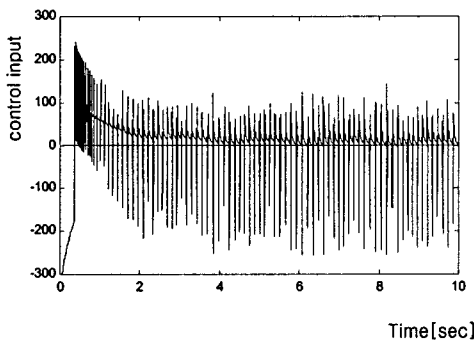
	s	N	Z	P
\dot{s}				
P	PM	NS	NH	
Z	PB	ZE	NB	
N	PH	PS	NH	

$x^T = [x_1, x_2] = [\theta, \dot{\theta}]$ 로 두자. 식(2.7)로부터 비선형 슬라이딩 면은 $s(x) = x_2 + 4x_1 + 5x_1^3$ 으로 얻어진다. 식(2.10)의 추정된 등가 제어 입력은 $\hat{u}_{eq} = -4x_2 - 15x_1^2x_2$ 로 결정된다. 식(2.14)의 이득 상수의 값은 $K_S = 10$ 으로 선택된다. 그리고 적응 파라미터 a^T 은 초기값 $a(0) = [5, 10, 20, 40]$ 과 $\gamma = 20$ 을 가지고 갱신된다. 제어 이득 $g(X, t)$ 의 경계 값들은 $G_{min} = \frac{4}{9}$ 와 $G_{max} = 4$ 이다. 그리고 상태들의 초기 값은 $x(0)^T = [1, 0]$ 이다.

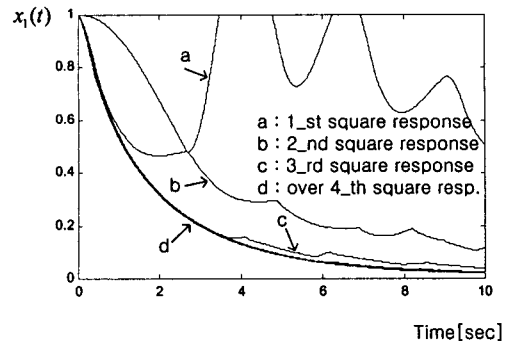
시스템의 응답들은 <그림 4.2>에서 보여진다. 그림에서 (a)는 선형슬라이딩모드를 가지는 적응퍼지가변구조 제어(LAFVSS)이며, (b)는 비선형슬라이딩모드를 가지는 적응퍼지가변구조 제어(NAFVSS)이다. 그림에서 보듯이 과도응답은 상당히 향상된다. <그림 4.3>에 제어입력이 주어져 있다. <그림 4.4>는 $x(0) = [1, 0]$ 를 가지는 0.1Hz 구형파 입력에 대한 응답들을 나타낸다. 4번째 구형파 입력에 대한 응답들은 (d)이다. <그림 4.4>는 적응법칙이 시스템의 성능을 향상시킴을 보여준다.



<그림 4.2> LAFVSS와 NAFVSS의 $x_1(t)$ 비교



<그림 4.3> NAFVSS의 제어입력



<그림 4.4> 0.1Hz 구형파 응답

V. 결론

본 논문에서는 슬라이딩 모드를 가지는 적응 퍼지제어기는 슬라이딩 모드 제어와 퍼지 추론 기법과 적응 알고리즘의 장점들을 결합하였다. 가변구조제어기는 불안정한 과도응답과 이론적으로 외란과 파라메타 변화에 대한 강인함을 규정할 수 있다. 또한 비선형 슬라이딩 모드를 가지는 가변구조 제어기는 선형 슬라이딩 모드를 가지는 제어기로 설계되었을 때와 대립되는 동특성과 반대되는 정적 요구 사이의 대립 관계를 해결할 수 있다. 퍼지 추론 기법은 외란과 파라메타 변화에 의한 경계 값을 추정하는데 이용되었다. 추가적으로 적응 퍼지 추론 기법은 외란과 파라메타 변화에 대한 최적의 값을 추정한다. 가변 길이를 가지는 진자 시스템은 제안된 연구의 성능을 증명하기 위해 사용되었다. 시뮬레이션 결과 제안된 제어기는 과도응답 특성을 상당히 개선시킴을 보여주었다.

IV. 참고 문헌

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets", Inform. Control, Vol. 8, pp.338~353, 1965.
- [2] S. Kawaji and N. Matsunaga, "Generation of Fuzzy Rules for Servomotor", in Proc. IEEE Inter. Wkshp. Intelligent Motion Contr., Istanbul, Turkey, pp.77~82, 1990.
- [3] R. R. Yager and D. P. Filev, "Essentials of Fuzzy Modelling and Control", Wiley, New York, 1994.
- [4] J. S. Glower and J. Munighan, "Designing Fuzzy Controllers from a Variable Structures Stand Point", IEEE Trans. On Fuzzy Systems, Vol.5, No.1, Feb. 1997.
- [5] Y. S. Lu and J. S. Chen, "A Self-organizing Fuzzy Sliding Mode Controller Design for a Class of Nonlinear Servo Systems", IEEE Trans. I.E., Vol.41, pp.492-502, 1994.
- [6] F. J. Lin and S. L. Chiu, "Adaptive Fuzzy Sliding mode Control for PM Synchronous Servo Motor Drives", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.145, No.1, Jan. 1998.
- [7] D. S. Lee, M. G. Kim, H. K. Kim and M. J. Youn, "Controller Design of Multivariable Variable Structure Systems with Nonlinear Switching Surfaces", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.138, No.5, Sep. 1991.