

# 영상분할의 최적 임계치를 구하는 빠른 방법

## A Fast Method for Finding the Optimal Threshold for Image Segmentation

신용식, 이정훈  
한양대학교 전자컴퓨터공학부

Shin Yong Shik, Frank Chung-Hoon Rhee  
Computational Vision and Fuzzy Systems Laboratory  
Department of Electronic Engineering  
Hanyang University  
Ansan, KOREA  
(ysshin, frhee)@fuzzy.hanyang.ac.kr

### ABSTRACT

영상분할에 있어서 최적의 임계치를 구하는 것은 영상을 구성하고 있는 픽셀들을 의미있는 집단으로 나누는 것과 같으며 이를 위하여 퍼지화 정도를 측정하여 최소의 퍼지화 정도를 갖는 임계치를 최적의 임계치로 설정한다. 일반적으로 소속도는 하나의 픽셀과 그 픽셀이 속한 영역의 관계로 표현될 수 있는데 소속도 계산을 위한 엔트로피로 샤논(Shannon)함수를 사용한다[1]. Liang-Kai Huang에 의하여 제안된 알고리즘은 그 수렴속도 면에 있어서 많은 문제점을 갖고 있다 [2]. 본 논문에서는 이런 수렴속도를 좀더 개선하기 위하여 SFOI(Simplified Fixed Point Iteration)를 제안하고 여러 가지 실험영상을 사용하여 제안된 논문의 우수성을 보이고자 한다. 실험결과 적절한 임계치를 구하면서도 기존의 논문보다 속도면에서 상당히 우수한 특성을 보이고 있다.

**Keywords** : Fixed Point Iteration, Entropy, Fuzzy membership, Shannon function.

### I. 서론

영상인식을 하기 위해서 먼저 영상분할을 위한 임계치 값을 정해야 하는데 배경과 물체가 분명하게 구분이 되는 이상적인 영상에서의 히스토그램의 분포는 일반적으로 bimodal 형태를 갖게 되며 보통 2개의 첨두치 값 사이에 존재하는 최소값에 해당하는 값을 임계치로 정한다. 그러나 대부분의 실제 이미지는 multimodal 또는 unimodal 형태의 분포를 갖고 있으며 이런 이미지들에 대해서 적절한 임계치를 찾는 것은 쉬운 문제가 아니다. 이에 지난 수 년간 최적의 임계치를 찾기 위하여 많은 연구가 수행되어 왔으며 그 일환으로 최초의 엔트로피 개념이 Pun에 의하여 도입된 이후 많은 이론적 접근이 샤논 함수에 근거하여 발전해 왔다 [3][4]. 이에 한걸음 더 나아가 Lian-kai Huang은 샤논 함수에 근거한 퍼지화 정도를 측정하고 이를 측정하기 위한 파라미터로 엔트로피 값을 사용했으며 이때 사용된 엔트로피 값의 최소가 되는 gray level이 최적의 임계치라고

주장하였다. 하지만 이 알고리즘의 단점은 하나의 최적 임계치를 구하기 위하여 모든 gray level에 대한 엔트로피 값을 계산하여야 하기에 많은 시간적 한계점을 갖고 있었다. 예를들어 256 gray scale을 갖는 이미지에 대해서는 256번의 엔트로피를 계산하여야 한다. 따라서 본 논문에서는 SFPI을 도입하여 적절한 gray level을 추출함으로써 불필요한 엔트로피 계산을 피함으로써 수렴 속도를 향상시키고자 한다.

### II. 본론

#### 2.1 퍼지 Set 및 소속함수

Gray level이  $L$ 이고 이미지 크기가  $M \times N$ 을 갖는 이미지를  $I$  라고 할때 어떤 픽셀  $(i, j)$ 에서 gray level을  $I(i, j)$ 라 하고  $\mu_r(I_{ij})$ 은 픽셀  $(i, j)$ 에서 특정한 특성을 가지는 소속도를 의미한다. 따라서 이미지  $I$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$I = \{(I_{ij}, \mu_r(I_{ij}))\} \quad (1)$$

$0 \leq \mu_r(I_{ij}) \leq 1, i=0,1,2,\dots,M-1$  이고  $j=0,1,2,\dots,N-1$

의 범위를 갖는다. 소속도는 픽셀의 값과 목표가 되는 값의 차이로 나타내 질 수 있는데 목표 값과 픽셀 값의 차이가 크면 클수록 소속도는 멀어지고 반대로 차이 값이 작으면 작을수록 소속도는 커진다. 임의의 임계값  $t$ 에 대하여 임계값보다 작은 gray level로 이루어진 영역을 물체라 하고 그보다 큰 값으로 이루어진 영역을 배경이라 하면 각 영역에 대한 소속도는 아래와 같고 상수  $C$ 값은  $g_{max}-g_{min}$ 으로, 소속도가  $1/2 \leq \mu_i \leq 1$ 을 갖게끔 하며 한편  $t \in [g_{min}, g_{max}-1]$ 의 범위를 갖는다.

$$\mu_x(x_{ij}) = \frac{1}{1 + |x_{ij} - \mu_o|/C} \quad \text{if } x_{ij} \leq t \quad (2)$$

$$\mu_x(x_{ij}) = \frac{1}{1 + |x_{ij} - \mu_1|/C} \quad \text{if } x_{ij} > t \quad (3)$$

여기서 목표값은 각 영역의 평균 gray level로 아래와 같이 정의 된다.

$$\mu_o = \frac{\sum_{g=0}^L gh(g)}{\sum_{g=0}^L h(g)} \quad (4)$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{g=t+1}^{L-1} gh(g)}{\sum_{g=t+1}^{L-1} h(g)} \quad (5)$$

## 2.2 퍼지화 측도

퍼지는 1965 A. Zadeh 교수에 의하여 최초로 도입된 이론으로 퍼지집합의 개념은 각 대상이 어떤 모임에 속한다 또는 속하지 않는다는 이진법 논리로부터, 각 대상이 그 모임에 속하는 정도를 소속함수로 나타냄으로써 수학적으로 표현할 수 있다[3]. De Luca 와 Termini[4]는 퍼지집합 A의 엔트로피를 야는 함수를 사용하여 아래와 같이 정의하였다.

$$E(A) = \frac{1}{n(\ln 2)} \sum_i S(\mu_A(x_i)) \quad i=1,2,\dots,n$$

$$S(\mu_A(x)) = -\mu_A(x) \ln[\mu_A(x)] - [1-\mu_A(x)] \ln[1-\mu_A(x)] \quad (6)$$

위 식을 2차원의 이미지 공간에 대하여 적용을 하면 다음과 같이 표현된다.

$$E(A) = \frac{1}{MN(\ln 2)} \sum_i \sum_j S(\mu_A(x_{ij})) \quad (7)$$

$$i=0,1,2,3,\dots M-1, \quad j=0,1,2,3,\dots N-1.$$

위 (6)번 식의 야는 함수를 살펴보면 구간  $[0, 0.5]$ 에서는 값이 증가하고 구간  $[0.5, 1]$ 사이에서는 값이 감소하는 특성이 있으며 0.5에서는 최대 값을 가진다. 따라서 소속함수  $\mu_A(x_{ij})$ 가 모든  $i, j$ 에 대하여 0.5의 값을 가질 때 엔트로

피  $E(A)$ 는 가장 높은 퍼지화 값을 가지며 반드시 아래와 같은 특성을 가지게 된다.

- (1)  $0 \leq E(x) \leq 1$ .
- (2) 만약 모든  $i, j$ 에 대하여  $\mu_A(x_{ij})$ 가 0 또는 1의 값을 가질 때  $E(x)$ 는 최소 값을 갖는다.
- (3) 모든  $i, j$ 에 대하여  $\mu_A(x_{ij})$ 가 0.5의 값을 가질 때  $E(x)$ 는 최대 값을 갖는다.
- (4)  $X$ 가  $X'$ 보다 더 crisp 하다면  $E(X) \leq E(X')$ 가 된다.
- (5)  $X'$ 가  $X$ 와 보상관계라면  $E(X)=E(X')$ .

## 2.3 SFPI(Simplified Fixed Point Iteration)

방정식의 근을 구할 때 문제의 다양성으로 인하여 대수적으로 해결하기 어려운 경우 방정식  $g(p)=p$ 의 근  $\alpha$ 를 구하기 위하여 초기값  $p_0$ 를 이용하여  $p_n=g(p_{n-1})$ 를 만족하면서 수렴하는 수열  $\{p_n\}$ 을 찾아 그 수렴값을 근으로 취하는 방법을 고정점반복법이라 한다 이는 일반적인 이분법(Bisection)에 비하여 그 수렴 속도가 빠르다[5]. 그림 1.은 Fixed Point Iteration의 수렴 과정을 나타낸다.

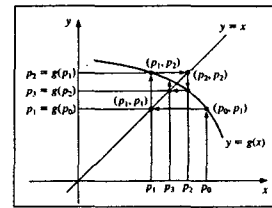


그림 1. Fixed Point Iteration 과정의 예

- Step 1 Set  $i=1$ .
- Step 2 While  $i \leq N_{max}$  do Setp 3-6.
- Step 3 Set  $p=g(p_o)$ . (Compute  $p_i$ )
- Step 4 if  $|p-p_o| < Tolerance$  then OUTPUT( $p$ ); STOP.
- Step 5 Set  $i=i+1$ .
- Step 6 Set  $p_o=p$ . (Compute  $p_o$ )
- Step 7 End while( $|p-p_o| < Tolerance$  ||  $N_o=N_{max}$ )
- Step 7 OUTPUT( $p$ ) STOP.

초기값  $p_0$ 는 임의의 값이며 이에 대한 수렴의 증명은 참조논문 [5]에 정리 되어있다. 위 알고리즘에서  $p_1$ 의 값이  $N_{max}=1$ 일때의 FPI을 SFPI라 정의하였다.

## 2.4 제안 알고리즘

영상분할의 기초가 되는 임계치를 결정하기 위한 기존의 방법들은 대부분 히스토그램 분포

상에서 최초 gray level값이 나타나는 gray level 히스토그램 분포상의 위치( $g_{min}$ )에서 마지막 gray level 값이 나타나는 gray level 히스토그램 분포상의 위치 ( $g_{max}$ )까지의 전 구간에 대한 엔트로피를 계산하여 가장 낮은 엔트로피 값에 해당하는 gray level을 최적의 임계치로 결정하였다. 그러나 이 방법은 전 구간에 대하여 엔트로피를 계산해야 하기에 많은 계산량을 요구한다. 그러나 영상에 대한 엔트로피 분포를 사전에 파악하고 이에 대한 적절한 gray level을 표본으로 추출할 때, 이 과정에서 발생한 여러 값을 기초로 영상분할을 수행한다면 이러한 계산량을 감소시킬 수 있다. 또한 실제 모든 데이터들로 구성되어져 얻은 임계값으로 분할된 영상과의 차이를 인간의 시각시스템에서 큰 차이를 느끼지 못한다면, 후자의 영상분할 방법이 더 효율적이라 판단할 수 있다. 이에 사는 함수에 바탕을 둔 2차원 이미지에 대한 엔트로피의 분포를 시뮬레이션 해 본 결과 대다수 이미지에 대하여 그림 2.와 비슷한 엔트로피 특성곡선을 가짐을 확인 할 수 있었다.

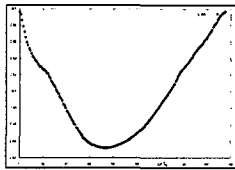


그림 2. 사는 함수에 의한 엔트로피 특성곡선의 예

제안된 알고리즘은 크게 엔트로피를 계산하는 부분과 gray level을 표본으로 추출하기 위하여 필요한, 일차원 직선을 구하는 2가지 과정이다.

$$\alpha \cdot \frac{[E(g_{max}) + E(g_{min})]/2 - E(g_{min})}{int[(g_{max} + g_{min})/2] - g_{min}} \quad (8)$$

- Step 1 Set  $i=1$ .
- Step 2 While  $i \leq N_{max}$ .
- Step 3 Eq.(2),(3),(4),(5),(7)에 의하여  $E(g_{min}), E(g_{max})$  구한다.
- Step 4 Gradient를 식(8)에 의하여 구한 후 ( $g_{min}, E(g_{min})$ )을 지나는 일차원 직선을 구한다.
- Step 5 Set  $p_0 = int[(g_{max} + g_{min})/2]$ .
- Step 6 SFPI를 실행하여  $p_1$ 을 구한다.
- Step 7  $g_{min} = p_1$ . Stack [ $g_{min}, E(g_{min})$ ].
- Step 8 IF  $E(g_{min(new)}) \leq E(g_{min(old)})$  do Setp 2-6.
- Step 9 STOP.

한편 위 방법에서 추출한 gray level 값은 모두  $g_{max}$ 부분을 고정시키고  $g_{min}$ 을 변화시키면서 추

출한 표본들이다. 위 과정을 보면 현재 구한 엔트로피의 값이 예전에 구한 엔트로피 값보다 작다는 것은 계속 엔트로피의 최소값에 근접하고 있음을 의미하고 반대로 예전에 구한 엔트로피보다 크게 나왔다면 이 사이에 최소값이 존재 하고 있음을 의심할 수 있다. 그러나 multimodal의 형태를 갖는 실제 영상에서는 최소값이 한 개 이상 즉 지역 최소값이 존재하기에 이전  $g_{min}$ 을 고정시키고  $g_{max}$ 을 변화 시켜가면서 표본을 한번 더 추출하게 된다. 이에 대한 알고리즘은 위에서 열거한 알고리즘과 똑같은 데 단지  $g_{max}$ 를 변화 시키고 또한 영상 엔트로피 그래프와 교차하는 일차원 직선의 기울기 값만 다르게 표현된다.

$$\alpha \cdot \frac{[E(g_{max}) + E(g_{min})]/2 - E(g_{max})}{int[(g_{max} + g_{min})/2] - g_{max}} \quad (9)$$

- Step 1 Set  $i=1$ .
- Step 2 While  $i \leq N_{max}$ .
- Step 3 Eq.(2),(3),(4),(5),(7)에 의하여  $E(g_{min}), E(g_{max})$  구하기.
- Step 4 Gradient 식(9)에 의하여 구한 후 ( $g_{max}, E(g_{max})$ )을 지나는 일차원 직선을 구한다.
- Step 5 Set  $p_0 = int[(g_{max} + g_{min})/2]$ .
- Step 6 SFPI를 실행하여  $p_1$ 을 구한다.
- Step 7  $g_{max} = p_1$ . Stack [ $g_{max}, E(g_{max})$ ].
- Step 8 IF  $E(g_{min(new)}) \leq E(g_{min(old)})$  do Setp 2-6.
- Step 9 STOP.

추출된 데이터 중에서 가장 낮은 엔트로피값을 가지는 2개의 gray level 값과 이에 해당하는 구간을 찾아 이 구간에서 전역탐색을 하여 가장 낮은 엔트로피를 가지는 gray level을 선택하게 된다. 모멘텀(Momentum)  $\alpha$ 에 의하여 수렴속도를 변화시킬 수 있다. 그림 3.은 제안된 알고리즘이 임계치를 찾아 가는 순서로 3번 구간과 7번 구간에서 전역 탐색을 함으로써 최적의 임계치를 찾을 수 있다.

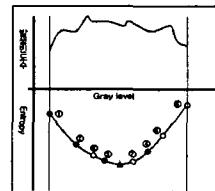


그림 3. 제안된 알고리즘 순서의 예

### III. 실험 및 결론

본 논문은 퍼지 엔트로피를 이용하여 최적의 임계치를 구할 때 불 필요한 엔트로피 연산을

하지 않음으로써 좀더 빠른 수렴 속도를 갖는데 그 목적이 있다. 실험 영상은 다양한 히스토그램 분포를 가지는 서로 다른 크기를 가진 21개의 영상을 사용하였다.

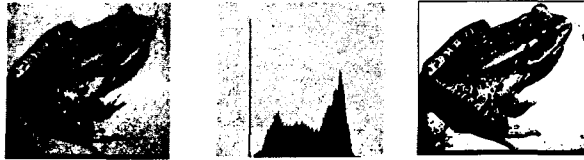


그림 4. (a) (b) (c)

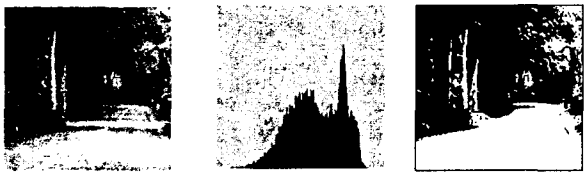


그림 5. (a) (b) (c)

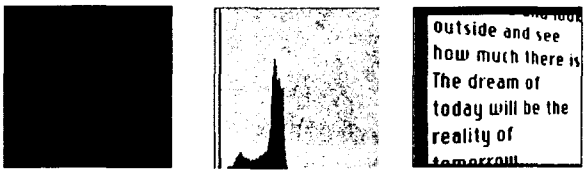
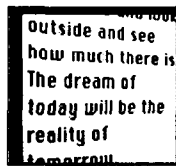


그림 6. (a) (b) (c)



(b')

그림 4. a, b, c는 각각  $256 \times 256$  크기를 가지는 원래 영상과 이에 대한 히스토그램 분포 및 최적의 임계치에 의한 영상분할을 나타낸다. 기존의 엔트로피 방법에 의한 임계치는 206번의 엔트로피 계산이 필요 하였지만 제안된 논문에서는 같은 임계치를 찾는데 불과 41번의 엔트로피 계산이 필요했다. 그림 5. a, b, c는  $200 \times 200$  크기를 가지는 영상과 이에 대한 히스토그램 분포 및 최적의 임계치에 의한 영상분할을 보여 준다. 위 영상에서는 기존의 방법에서는 214번의 엔트로피 계산이 필요하였으나 제안된 논문에서는 같은 임계치를 찾기 위하여 53번의 엔트로피 계산을 필요로 하였다. 그림 6의 a, b, c, d는  $256 \times 256$  크기를 가지는 이미지와 영상에 대한 히스토그램 분포와 제안된 논문에 의한 임계치에 의한 영상분할 및 제안된 논문에 의한 영상분할을 나타내

는데 기존의 엔트로피 방법에서는 256번의 엔트로피를 계산하여 임계치 57를 찾았으나 본 논문에서는 40번의 엔트로피 계산에 의하여 임계치 60를 찾았다. 그러나 인간의 시각특성을 고려했을 때 위 두 영상 결과물의 영상분할에는 큰 차이가 없음을 볼 수 있고 엔트로피 계산에서는 제안된 논문이 약 6배 가량 뛰어난 성능을 보였다. 전체적으로 제안된 알고리즘은 기존의 알고리즘에 비하여 약 4~5배 정도 빠른 결과를 보였으며 앞으로의 개선 사항은 실제 영상의 지역 최소값 원인과 수렴 속도를 결정하는  $\alpha$  및 이미지와 엔트로피 상관관계를 조사하여 좀더 빠른 수렴 속도를 갖게 하며 한편 지역 최소값은 엔트로피 목적 함수와 gray level과의 관계에 의하여 결정되기에 현재 접근중에 있고  $\alpha$  역시 적절한 log 함수를 이용하여 결정 할 수 있을 것으로 예상된다. 한편 소속도를 결정하는 함수에 대하여 요즘 부각되고 있는 Type-2 퍼지이론[6]을 적용하면 좀더 적절한 임계치를 구할 수 있을 것으로 예상된다. 여러개의 임계치 값을 갖는 그런 영상에 대해서도 이와 같은 방법을 적용하면 좀더 빠른 임계치를 찾을 수 있다. 표 1.은 제안된 논문의 결과와 기존 엔트로피 방법에 의하여 구한 결과물의 차이를 보여 준다.

표 1. 실험 영상과 그에 대한 결과

특성 이미지	임계치	개선되기 전 반복 회수	$\alpha=1$ (제안된 알고리즘)		$\alpha=2$ (제안된 알고리즘)	
			임계치	반복횟수	임계치	반복횟수
vegas	163	255	158	22	163	43
baby	96	244	99	26	96	40
face	197	234	202	45	202	43
pepper	142	226	143	35	149	36
house	151	222	164	26	154	46

#### IV. 참고문헌

- [1] Nikhil R. Pal, James C. Bezdec, "Measuring Fuzzy Uncertainty," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 2, no. 2, pp. 107-118, May 1994.
- [2] Ling-Kai Huang, "Image thresholding by minimizing the measures of fuzziness," *Pattern Recognition*, vol. 28, no. 2, pp. 41-51, 1995.
- [3] L.A.Zadeh, "Fuzzy Set," *Inform. Control.*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [4] A Deluca, S. Termini, "A definition of a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory," *Int. Control.*, vol. 20, pp. 301-312, 1972.
- [5] Richard L. Burden, *Numerical Analysis Sixth Edition*. ITP., 1997.
- [6] F. C. H. Rhee and C. Hwang, "A Type-2 Fuzzy C-means Clustering Algorithm," *Pro. of IFSA.*, 2001, pp. 1926-1929.