

N단 평행 결합 선로를 이용한 90° 광대역 3dB 결합기 설계

조정훈^o, 윤상원^{*}

^{*}서강대학교 전자공학과 초고주파 연구실

TEL : 02-713-8512 / FAX : 02-713-8512

A Wideband 3dB Quadrature Coupler Design Using N-Section Parallel-Coupled Lines

Jeong-Hoon Cho^{*}, Sang-Won Yun^{*}

^{*}Dept. of Electronics Eng., Sogang Univ.

E-mail : jhcho@sogang.ac.kr

요약

본 논문에서는 N개의 평행 결합선로를 이용한 3dB 결합기를 해석하였으며, 유도된 식에 의하여 최소의 단수와 크기로 3dB 결합기를 설계하였다. 기존의 Spectral Domain상에서 N단 평행 결합선로의 복잡한 관계식 유도물 S 파라미터 관계식으로 간단히 유도 하였으며, 유도된 식의 타당성을 위해 실제 제작 검증하였다. 제작된 결합기는 Loose coupling의 평행 결합 선로의 광대역 특성을 그대로 이용하기 때문에 Lange Coupler와 같은 높은 임피던스와 Tight coupling을 구현 할 필요가 없으며, wire bonding도 용이하게 된다. 최소의 단수로 구현하기 위해 RT/Duroid의 RO6006과 같은 높은 유전율과 두꺼운 기판을 사용하여 2단으로 3dB 구현이 가능하게 하였다. 제작결과 3.6GHz에서 5.5GHz로 대략 42%(0.5dB imbalance) 정도의 광대역특성을 가지고 위상오차도 1° 내외의 결합기를 구현할 수 있었고 격리도 특성 또한 대역 내에서 15dB 내외의 특성을 보였다.

I. 서론

반도체 소자를 이용한 RF 시스템들의 성능한계로 인하여 평형 형태의 회로를 구현하여 문제점을 해결하려는 노력이 꾸준히 이어져 왔다. 평형 형태의 회로는 결합기의 광대역성을 요구하게 되었고, 이에 Branch-line 결합기, Ring Hybrid 결합기, 방향성 결합기등 다양한 형태가 연구되어 왔다. 특히 방향성 결합기의 경우 Branch-line 결합기나 링 형태보다 광대역의 특성을 갖고 있음에도 실제 구현의 한계가 있다. 즉, 높은 결합량을 얻기 위해서는 Z_{0e}, Z_{0o} 임피던스 차가 커야 하며 이를 구현하려면 결합 간격 크기가 수십 μm 까지 에칭이 되어야 한다. 그러나 실제 수십 μm 결합간격을 구현하는 것은 쉽지 않다. 결합량을 키우기 위해 마이크로 스트립라인 길이를 길게 할 수 있는데, 이것 또한 전체 회로의 크기를 키지게 하는 주요 원인이 된다. 게다가 이런 형태의 경우 결합 대역이 좁게 나타남으로써 광대역용 결합기로는 부적합하다. 이를 해결하기 위한 방법으로는 kemp-type[2]이나 Tandem 형태[3], Reentrant 형태[4] 결합기를 사용하는 것이나 이 또한 회로가 커지거나 다층기판을 사용해야 하는 단점이 있다.[12]

본 논문에서는 방향성 결합기의 특성을 그대로 이용하기

위해서 실제 구현가능한 형태의 결합기를 제작하였으며, 설계의 용이성을 위해 N단 방향성 결합기의 4 포트 S-parameter를 추출하여 일반화 시켰다.

II. N단으로 구성된 결합기 해석

일반적으로, 90° 방향성 결합기를 해석하기 위한 방법으로 기모드와 우모드의 중첩 정리를 사용하게 된다. 그러나, 본 논문에서는 한 단 4단자 S 파라미터를 이용하여 제작한 3dB 결합기를 해석하였다. 즉, 각각의 4단자 S 파라미터와 입출력과의 관계식을 이용하여 N단 방향성 결합기의 S 파라미터를 추출하여 일반화 하였다.

그림 1은 1단 방향성 결합기이며, 이의 4단자 S 파라미터

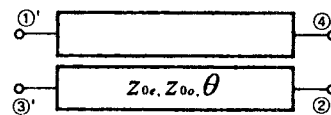


그림 1. 1단 방향성 결합기

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & 0 & 0 \\ S_{14} & S_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{14} = \alpha = \frac{\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2 \cos \theta + j \sin \theta}} \quad (1)$$

$$S_{13} = \beta = \frac{jk \sin \theta}{\sqrt{1-k^2 \cos \theta + j \sin \theta}} \quad (2)$$

와 수식은 이와 같다. 이러한 방향성 결합기의 Coupling 단자와 Through 단자를 연결하게 되면 각단의 적은 결합량으로 전체적으로 큰 결합량을 가지는 결합기가 된다.

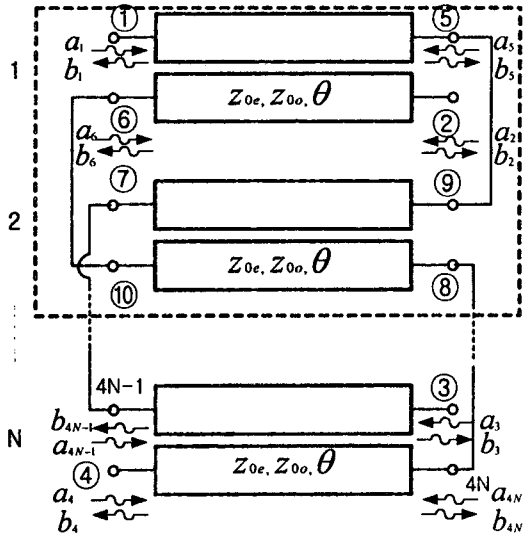


그림 2. N단 평행 결합선로를 이용한 3dB 결합기 (단, N>1인 정수)

이를 수식적으로 확인해보면, 50Ω port에 대해서 입력 VSWR=1이므로, 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$s_{m,m} = 0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, 4N \quad (3)$$

또한, Isolator port에 대해서도 마찬가지로 다음이 성립한다.

$$s_{m,m+1} = s_{m+1,m} = 0, \quad m = 1, 3, 5, \dots, 4N-1 \quad (4)$$

각각의 평행 결합 선로 사이는 서로 격리 되어있으므로 S 파라미터는 모두 0이된다. 그리고, Through Port를 α, Coupling Port를 β라고 하면, 다음과 같은 행렬로 요약된다.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & \alpha & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \beta & \alpha \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \alpha & \beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4N \times 4N} \quad (5)$$

4N×4N 행렬을 4단자 S 파라미터로 표현하기 위해서 각각의 평행 결합선로의 연결 관계를 S_L 로 정의하면, 그림 2에서 4(N-1)×4(N-1) 행렬을 구할 수 있다.

$$S_L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4(N-1) \times 4(N-1)} \quad (6)$$

위에서 구한 행렬식 (5),(6)을 바탕으로 전체 4 단자 S 파라미터를 정리하기 위해서 입사파와 반사파 사이의 관계식 $a_2 = S_L b_2$ 과 $b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2$ 을 이용하면 식 (7)과 같이 요약된다. 여기서 임의의 N단 평행 결합선로를 선정할 경우 $S_{22} \neq 0$ 이 되므로 계산이 복잡해진다.

$$b_1 = S_{12}(S_L^{-1} - S_{22})^{-1} S_{21} a_1 \quad (S_{11} = 0, S_{22} \neq 0) \quad (7)$$

계산의 편의를 위해서 2개의 평행 결합선로를 또 다른 하나의 4 단자 S 파라미터로 추출한 뒤 다시 한 단 평행 결합선로와 결합을 시키는 방법을 사용하면 $S_{22} = 0$ 이 되는 조건을 만족한다. N개의 평행 결합선로를 결합한 형태는 N-1개의 평행 결합선로와 또 하나의 평행 결합선로로 구성된다. N-1개의 평행 결합선로는 4 단자 S 파라미터로 표현할 수 있고, 결국 2개의 평행 결합선로를 결합하는 것과 동일하다. N-1개의 방향성 결합기로 구성된 4단자 S 파라미터와 N번째 방향성 결합기의 4단자 S 파라미터를 다음과 같이 8×8 행렬로 표시할 수 있다.

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{N-1} & \beta_{N-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{N-1} & \alpha_{N-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & \alpha \\ \alpha_{N-1} & \beta_{N-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{N-1} & \alpha_{N-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$S_{22} = 0$ 이 되기 때문에 (7)식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$b_1 = S_{12} S_L S_{21} a_1 \quad (9)$$

이를 이용하면 전체 4단자 S 파라미터가 구해진다. 따라서 N번째 평행 결합선로를 결합한 전체 3dB 결합기의 4 단자 S 파라미터를 식(10)으로 두면 α_N 과 β_N 은 N-1단 방향성 결합기의 α_{N-1} 과 β_{N-1} 에 대해서 다음의 관계가 성립한다.

$$S_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_N & \beta_N \\ 0 & 0 & \beta_N & \alpha_N \\ \alpha_N & \beta_N & 0 & 0 \\ \beta_N & \alpha_N & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\alpha_N = \alpha_{N-1} \alpha + \beta_{N-1} \beta \quad (11)$$

$$\beta_N = \beta_{N-1} \alpha + \alpha_{N-1} \beta \quad (12)$$

여기서 N>1인 정수이며, $\alpha_1 = \alpha$, $\beta_1 = \beta$ 이다.

전압결합 계수 k를 $\sin \phi$ 로 치환 하고 (1),(2)식에 $\theta = 90^\circ$ 을 대입하면, $\alpha = \sin \phi$, $\beta = -j \cos \phi$ 이며, 이를 식 (11), (12)식에 대입하면 N단의 전체 4단자 S 파라미터

S_N 은 다음과 같이 정리할 수 있다.

첫째, 단 수가 홀수 개인 경우, (13)과 같이 정리된다.

($N=1,3,5,\dots$)

$$S_{N_{odd}} = (-j)^{N-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin N\phi & -j\cos N\phi \\ 0 & 0 & -j\cos N\phi & \sin N\phi \\ \sin N\phi & -j\cos N\phi & 0 & 0 \\ -j\cos N\phi & \sin N\phi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

둘째, 단 수가 짝수 개인 경우, (14)와 같다. ($N=2,4,6,\dots$)

$$S_{N_{even}} = (-j)^{N-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -j\cos N\phi & \sin N\phi \\ 0 & 0 & \sin N\phi & -j\cos N\phi \\ -j\cos N\phi & \sin N\phi & 0 & 0 \\ \sin N\phi & -j\cos N\phi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 N 은 1이상의 정수가 된다. (13),(14)식에서 3dB

결합기의 조건을 만족하기 위해서는 $\cos N\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이 되

어야 하기 때문에 $\phi = \frac{\pi}{4N}$ 가 된다. 따라서,

$k = \sin \frac{\pi}{4N}$ 이 되며, N 값이 크지면 k 값이 작아지는 반

비례 관계가 된다. 즉 3dB 결합기 구현을 위해서 한 단 평행 결합선로의 결합량이 작아도 된다. 바꿔말하면, 이것은 실제 에칭 가능한 결합 간격으로 3dB 결합기를 구현할 수 있다. 위에서 유도된 식으로 N 단 방향성 결합기의 일반화된 우 기모드 임피던스를 구하면 다음과 같다.

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} = Z_0 \sqrt{\frac{1 + \sin \frac{\pi}{4N}}{1 - \sin \frac{\pi}{4N}}} = Z_0 \frac{1 + \sin \frac{\pi}{4N}}{\cos \frac{\pi}{4N}} \quad (14)$$

$$Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} = Z_0 \sqrt{\frac{1 - \sin \frac{\pi}{4N}}{1 + \sin \frac{\pi}{4N}}} = Z_0 \frac{1 - \sin \frac{\pi}{4N}}{\cos \frac{\pi}{4N}} \quad (15)$$

$n=1,2,3,\dots$

단수(N)	1	2	3	4	5
우모드 (Z_{0e})	120.9 Ω	74.83 Ω	65.16 Ω	60.9 Ω	58.54 Ω
기모드 (Z_{0o})	20.6 Ω	33.4 Ω	38.37 Ω	41.03 Ω	42.7 Ω
결합량(dB)	-3dB	-8.34dB	-11.74dB	-14.2dB	-16.11dB

표1. 단수에 따른 기, 우모드 임피던스와 결합량

표1에서 보듯이 단수가 증가하면 한 단 결합기의 결합량은 감소하게 된다. 1단일 경우 -3dB 결합기를 만들기 위한 우,기모드 임피던스는 실제 구현하기 힘들며, 3단 정도의 결합기를 사용하면 어느정도 3dB 결합기 구현이 가능하다. 물론 단수를 크게 하면 loose coupling으로 3dB 결합기를 만들 수 있지만 크기가 커지며, 결합기 간의 wire bonding의 개수가 증가하게 되어 전체적으로 성능이 저하되는 요인이 된다.

III. 설계 및 제작의 예

최소의 회로 크기로 최대의 결합량을 얻기 위해서는 기판의 유전율이 크면 되지만 단수가 증가하게 된다면 회로가 크지게 된다. $\lambda/4$ 평행 결합선로로 한 단으로 3dB 결합기를 설계하기는 거의 불가능하므로, 최소 2단으로 하여 소형의 3dB 결합기를 설계하였다. 최소의 단수로 3dB 결합기를 구현하기 위해서는 낮은 기모드 임피던스를 만들어야 하며, 이를 위해서는 유전율이 높고 기판의 유전체 높이가 높은 기판을 사용해야 한다. 이에 기판은 유전율 6.15, 두께는 50mil, Loss Tangent는 0.0019이며, 동판 두께는 0.50Z인 Rogers사의 RT/Duroid RO6006을 사용하였다. 실제 에칭 가능한 간격을 0.1mm라 할때, RO6006로 실제 구현할 수 있는 기모드 임피던스는 약 30 Ω 이상이며,

$$Z_0 \frac{1 - \sin \frac{\pi}{4N}}{\cos \frac{\pi}{4N}} \geq 30\Omega \text{를 구하면 } N \geq 2 \text{이어야 한다. 이때 한}$$

단 방향성 결합기는 -8.34dB 결합기로 2단을 연결시 3dB

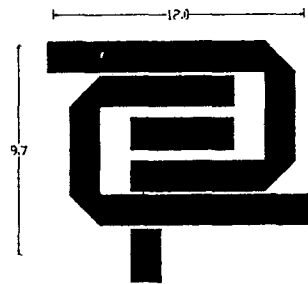


그림 3. 2단 평행선로를 결합한 3dB 결합기 layout (D12mm x 10mm)

90° 결합기가 된다. $w=1.37\text{mm}$, $s=0.2\text{mm}$, $l=7.3\text{mm}$ ($\lambda/4$ @5GHz)이 되므로, 2단회로의 그림 3과 같다. 기타 Pcb 기판으로 3dB 결합기를 구현할 수 있는 최소 단수를 정리하면 표 2와 같다.

기판	Chukoh	RO4350	RO4350
유전율 (ϵ_r)	2.6	3.48	3.48
기판 두께(H)	0.508mm	0.762mm	0.254mm
최대,최소 임피던스	기모드	36.2 Ω	34 Ω
	우모드	67 Ω	72 Ω
최소 단수	3	3	4

표2. 기판에 따른 3dB 결합기의 최소단수

위 설계과정에 따라 설계된 3dB 결합기를 측정된 결과 대략 3GHz~5GHz까지 광대역 특성을 보여주며, 0.5dB Unbalance에 대해서 대략 42% 대역폭을 가지는 결합기의 성능을 보였다. Return Loss는 -15dB이하였으며, Isolation 특성 또한 대역 내에서 15dB 내외이고 위상차는 $90^\circ \pm 1^\circ$ 의 양호한 특성을 보여준다.

위 결과에서 Lange coupler의 대역폭인 40%와 거의 비슷한 성능을 보이지만 제작이 까직인 모양의 높은 임피던스

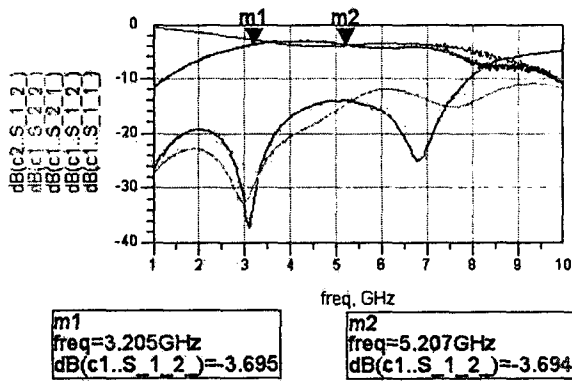


그림 4. Coupling Port에서의 결합 특성 측정결과

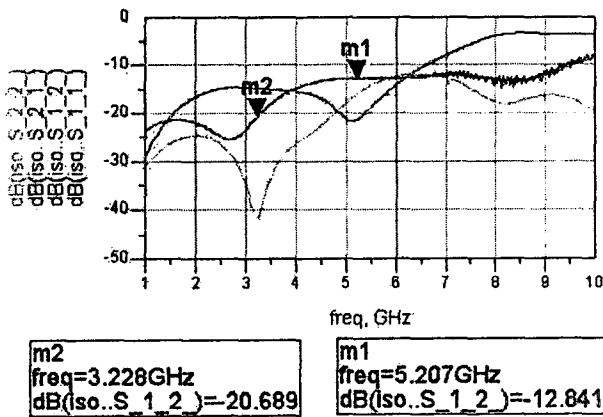


그림 5. 결합기의 격리도 측정결과

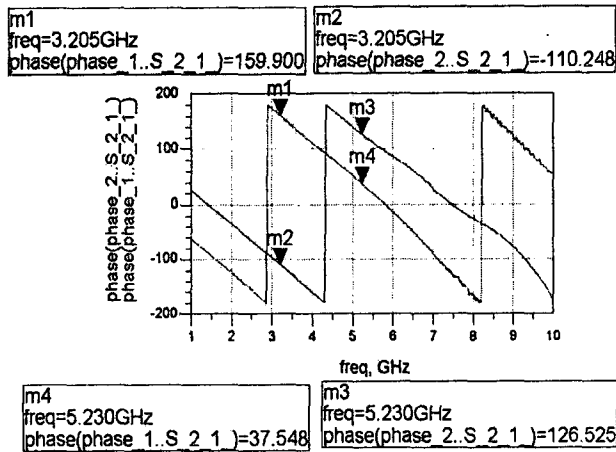


그림 6. 결합기의 위상차 측정결과

로 구현되는 것에 비해 낮은 임피던스로 구현이 가능하다는 장점이 있다.[1],[7],[8]. 또한 단 수를 최소화 함으로서 Lange coupler의 제작의 어려운 점인 wire bonding의 수를 줄일 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 N단 평행 결합선로를 해석하여 실제 소형

화된 3dB 90° 결합기를 구현할 수 있음을 보였다. 또한 N개의 평행 결합선로를 S 파라미터 행렬식으로 해석하여 일반화된 수식으로 전개함으로써 결합기 설계에서 중요한 기관 선정문제에 유용하게 사용될 수 있다. 실제 제작된 2단 결합기는 기존의 높은 결합량을 구현하기 위하여 제작된 결합기들의 제작의 문제점과 소형화 문제를 해결하였으며, 성능 또한 평행 결합선로의 장점을 가지고 있다.

참고 문헌

- [1] J. Lange, "Interdigitated stripline quadrature hybrid," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-17, pp. 1150-1151, Dec. 1969.
- [2] J. L. B. Walker, "Analysis and design of Kemp-type 3dB quadrature couplers," in IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., Jan. 1990, pp.88-90.
- [3] Shelton, J. P., J. Wolfe, and R. Von Wagoner, "Tandem Couplers and Phase Shifters for Multi-Octave Bandwidth," Microwaves, Vol.4, Apr. 1965, pp.14-19.
- [4] S. B. Cohn, "The Re-Entrant Cross Section and Wide-Band 3-dB Hybrid Coupler", IRE Trans. on Microwave Theory Tech., vol. MTT-3, pp.29-38, Oct. 1955.
- [5] R. K. Gupta, S. E. Anderson and W. Gestinger, "Impedance transforming 3-dB 90° hybrid," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 35, pp.1303, 1987.
- [6] W. P. Ou, "Design equations for an interdigitated directional coupler," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23, pp. 253-255, Feb. 1975.
- [7] D. Kajfez, Z. Paunovic, S. Pavlin, "Simplified Design of Lange Coupler," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-26, pp. 806-808, Oct. 1978.
- [8] R. M. Osmani, "Synthesis of Lange Couplers," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-29, pp. 168-170, Feb. 1981.
- [9] R. G. Brown, R. A. Sharpe, W.L. Hughes and R.E. Post, LINES, WAVES and ANTENNAS, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., USA, 1973.
- [10] 문영찬 "A Design of Planar Millimeter-wave Isolator Using Nonreciprocal Coupling Characteristic," 서강대 전자과 박사논문, 1995.
- [11] R. Mongia, I. Bahl, P. bhartia, "RF And Microwave Coupled-Line Circuits", Artech House, 1999.
- [12] S. Banda and H. Ogawa, "Multilayer MMIC directional couplers using thin dielectric layers," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 43, pp. 1270-1275, June 1995.