

# 산술 부호화에 의한 라플라시안 피라미드 영상의 압축에 관한 연구

박유경\*, 박지환\*\*

\*부경대학교 교육대학원 전산교육전공

\*\*부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부

## A Study On Compression Of Laplacian Pyramid Image Using Arithmetic Coding

Yu-Kyong Park\*, Ji-Hwan Park\*\*

\*Education of Computer Science, PuKyong Nat'l University

\*\*Div. of Computer&Multimedia Eng, PuKyong Nat'l University

### 요 약

라플라시안 피라미드 영상을 효율적으로 구성하기 위하여 3×3 가중치 행렬을 이용한 가우시안 지역과기를 이용한다. 각 단계의 영상 전송 시 해당 부호화 방법은 엔트로피 부호화 방법 중 무기억 정보원을 이용하는 허프만 부호화와 산술 부호화 기법을 사용한다. 또한, 기억 정보원을 이용하는 1중 마르코프 산술 부호화를 사용한다. 1중 마르코프 산술 부호화를 사용하면 하위 단계 영상 일 수록 압축이 더 효율적임을 시뮬레이션을 통하여 보인다.

### 1. 서론

정보의 홍수화 시대에서는 다양한 정보들이 교환, 가공, 처리되어 진다. 이 때 사용되는 정보들은 단순한 문자뿐만 아니라 다양한 음성, 영상도 전달 되어 진다. 그리고 시대가 흐를수록 문자 전송량보다 영상 전송량이 늘어나고 있는 현실이다. 하지만 영상의 전송 속도는 문자의 전송 속도보다 현저히 느리다. 이렇기에 영상 전송에 관한 많은 연구들이 많이 이루어지고 있다.

영상 전송 기법 중 점진적 영상 전송기법은 처음에는 적은 양의 데이터로 저해상도의 영상을 복원하며 수신자의 추가 정보 전송 요청에 의해 점차적으로 향상된 영상을 복원하여 최종에는 원영상과 유사하게 또는 동일하게 복원하는 대화식 영상 전송 기법이다.

이런 점진적 영상 전송 방법에는 계층적 부호화인 라플라시안 피라미드 영상 부호화가 널리 쓰이고 있다.

3×3 가중치 행렬로 가우시안 지역 여파기를 구성

한 후 라플라시안 피라미드 영상을 형성하는 것을 제안했다[9]. 본 논문에서는 3×3 가중치 행렬의 가우시안 지역 여파기를 기반으로 하되 라플라시안 피라미드 영상의 부호화 방법에 대한 고찰을 하고자 한다.

영상의 부호화 방법중 본 논문에서 구현하고자 하는 방법은 엔트로피 부호화 방법이다. 엔트로피 부호화 방법은 무손실 압축 부호화 방법이며 일의적 부호화 부호화이다.

엔트로피 부호화 방법중 허프만 부호화와 산술 부호화는 무기억 정보원을 이용한 부호화 방법들이다. 무기억 정보 부호화는 간단하지만 실제 응용에 있어서는 많은 제한이 따르므로, 기억 상태를 같은 마르코프 부호화 방법도 구현하고자 한다[3].

### 2. 3×3 블록 라플라시안 피라미드 형성

#### (1) 축소(Reduce) 과정

라플라시안 피라미드는 가우시안 지역 여파기에 의하여 축소 과정이 수행된다.

가우시안 저역 여파기를 3×3 블록로 구성하기 위  
한 가중치 방정식은 식(1)과 같다.

$$\hat{w}(m,n) = w(m)w(n) \quad (1)$$

이때  $w(i)$ 은 한 화소를 기준으로 양옆의 화소들에  
게 일정한 가중치 값을 부여한다.

$$w(0) = a$$

$$w(-1) = w(1) = b \quad (2)$$

이 가중치 값들의 합은 '1'에 수렴하여야 한다.

$$\sum_{m=-1}^1 w(m) = 1 \quad (3)$$

식(2),(3)에 의하여 가중치 값은 다음과 같다.

$$w(0) = a \quad \text{단, } (0 < a < 1)$$

$$w(-1) = w(1) = (1-a)/2 \quad (4)$$

식(5)에 의하여  $\hat{w}(m,n)$ 을 형성할 수 있다.

$$\hat{w}(m,n) = \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 w(m)w(n) \quad (5)$$

가중치 행렬을 이용하여,  $g(i,j)$ 를 가우시안 영상의  
한 화소이라면 식(6)에 의하여 가우시안 피라미드를  
형성하게 된다.

$$g_{l+1}(i,j) = \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 \hat{w}(m,n) g_l(2i+m, 2j+n) \quad (6)$$

( $l=1, 2, 3, \dots$ )

위 식을  $g_{l+1} = R(g_l)$ 으로 간략화 시킬 수 있다.

축소 과정을 거치면 상위 단계 영상은 하위 단계의  
영상보다 크기가 1/4로 줄어들게 된다.

(2) 확장(Expand) 과정

상위 단계 영상의 인접한 화소들의 산술 평균값에  
의하여 하위 단계의 확장 영상을 형성하게 된다.

$$g_l(i,j) = \frac{1}{4} \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 g_{l+1}(\frac{i-m}{2}, \frac{j-n}{2}) \quad (7)$$

위 식을  $g_l = E(g_{l+1})$ 으로 간략화 시킬 수 있다.

확장 과정을 거치면 영상은 하위 단계의 영상 크기  
와 같은 크기로 확장된다.

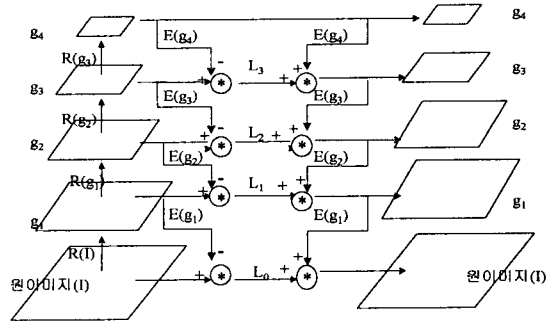
(3) 라플라시안 영상 추출

하위 단계의 가우시안 영상에서 상위 단계의 가우  
시안 영상의 확장하여 차분을 수행하여 라플라시안  
영상을 추출한다.

$$L_1 = g_1 - E(g_{1+1}) \quad (8)$$

(4) 라플라시안 피라미드 형성

다음 하위 단계에서 축소된 가우시안 영상을 다시  
축소와 확대 과정을 거쳐서 새로운 라플라시안 영상



[그림1] 5단계 라플라시안 피라미드 형성 과정

[그림1]과 같이 5단계 라플라시안 피라미드 형성 단  
계를 거치면, 라플라시안 영상은  $L_0, L_1, L_2, L_3$ 와 가  
우시안 영상인  $g_4$ 를 얻게 된다. 여기서  $L_0$ 은 최하위  
단계의 영상이면  $g_4$ 는 최상위의 영상이 된다.  $g_4$   
크기는 원 영상 크기의 1/64이다.

3. 라플라시안 피라미드 부호화 및 복호화

(1) 부호화

라플라시안 피라미드 5단계를 거쳐서 얻어진  $L_0,$   
 $L_1, L_2, L_3, g_4$  영상들을 효율적으로 전송하기 위하  
여 부호화를 한다. 이때, 엔트로피를 이용한 부호화  
기법을 사용한다.

엔트로피 부호화는 양의 데이터에서 가능한 부호화  
임으로 부호화를 하기 전, 라플라시안 영상의 음의 데  
이터에 대하여 고려를 해야 한다[8].

A가 영상의 레벨 크기일 경우, 라플라시안 영상의  
차분 데이터 레벨의 크기는  $-2^k < A < 2^k$ 는 원 데이  
터의 레벨 수  $0 \leq A < 2^k$  보다 약 2배로 증가되므로 원  
데이터의 레벨수로 조정이 필요하게 된다. 조정식은  
식은 식(9)과 같이 표현된다.

$$L_{l(i,j)}' = \begin{cases} L_{l(i,j)}, & L_{l(i,j)} \geq 0 \\ L_{l(i,j)} + K, & L_{l(i,j)} < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$L_{l(i,j)}$ 이 음수인 경우  $K(= 2^k)$ 를 더하여 주며  
 $L_{l(i,j)}$ 이 양수인 경우 그 값을 그대로 반영한다.

따라서  $L_{l(i,j)}' \in A = \{0, \dots, 2^k - 1\}$ 로 변환이 됨  
으로 음의 데이터가 양의 데이터로 치환하게 됨으로  
부호화가 가능하다. 또한, 치환된 데이터의 분포는 0  
과  $2^k - 1$ 의 양끝으로 집중되게 된다.

(1) 산술 부호화

허프만 부호화는 트리 형성을 통하여 부호화를 하지만 산술 부호화는 간단한 사칙 연산을 통하여 부호화를 하는 이점이 있다. 즉, 산술 부호는 기호열을 0과 1사이의 실수 구간을 사용하여 나타낸다. 우선, 기본이 되는 구간으로서 [0,1)을 취한다. 여기서, 기호 [x,y)는 x이상 y미만인 실수의 집합을 나타내고 y와 x의 차를 구간 폭이라 한다[3].

산술 부호화는 각 기호의 발생 확률을 이용하여 [0,1)각각의 대응하는 구간을 만든다.

그리고 새로운 구간을 만들기 위하여 현재 구간의 하단을  $B_n$ 이라 하고 해당 기호에 대응하는 구간의 하단을  $B_s$ 이라 하고 현재 구간 폭을  $R_n$ 이라 하면 시작되는 폭  $R_s$ 는 식(10)과 같이 표현된다.

$$R_s = (B_n) + (B_s) \times (R_n) \quad (10)$$

현재 구간 폭을  $R_n$ 이라 하고 해당 기호의 발생 확률을  $P(s)$ 라 하면 새로운 구간  $R$ 은 식(11)과 같이 표현된다.

$$R = (R_n) \times (P(s)) \quad (11)$$

같은 방법으로 각각의 해당 기호 확률에 따른 새로운 구간을 구하여 부호화를 한다.

산술 부호화를 이용한 엔트로피는 식(12)와 같다.

$$H = - \sum_i P(s_i) \log_2 P(s_i) \quad (12)$$

평균 부호 길이를  $L$ 이라 하면, 일의 복호 가능한 부호의 평균 부호 길이  $L$ 은 무기억 정보원의 엔트로피  $H$ 보다 작게 할 수 없다.

$$H \leq L \quad (13)$$

이 성립한다. 또, 역으로 평균 부호 길이  $L$ 이

$$H \leq L < H + 1 \quad (14)$$

을 만족함을 알 수 있다.

(2) 1중 마르코프(Markov) 산술 부호화

마르코프 부호화는 기호간의 상관관계를 조건 확률에 의하여 취급한다.

시스템은 기지의 기호 1개를 저장할 수 있는 기억장치를 소유하므로, 임의의 기호가 발생되기 전에 그 이전의 기호를  $s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}$  와 같이 알고 있을 때  $s_i$ 가 발생할 확률은 식(15)와 같이 조건 확률로 표시된다.

$$P(s_i | s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}) \quad (15)$$

정보량은 식(16)와 같이 표시된다.

$$I(s_i | s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}) = \log_2 \frac{1}{P(s_i | s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k})} \quad (16)$$

이러한 기호 집합인 소스알파벳  $S$ 에 대한 조건 엔트로피는 식(17)과 같다.

$$H_2(s_i | s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}) = \sum_i P(s_i | s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}) \log_2 \frac{1}{P(s_i | s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k})} \quad (17)$$

평균 부호 길이를  $L$ 이라 하면,

$$H \leq L \quad (18)$$

이 성립한다. 또, 역으로 평균 부호 길이  $L$ 이

$$H \leq L < H + 1 \quad (19)$$

을 만족함으로 무기억 정보 부호화도 정보원 부호화 정리를 만족한다.

(2) 복호화

원 영상로의 복호화는 각 단계의 라플라시안 영상  $L_0, L_1, L_2, L_3$ 와 최상위의 영상인  $g_4$ 를 전송 받아서 각각의 단계 영상들을 복호화하여 원 영상을 추출하게 된다.

일반적으로 라플라시안 피라미드의 복호화는 상위 단계의 가우시안 영상을 확장하여 하위 단계의 라플라시안 영상을 더하면 하위 단계의 영상이 복원이 되어진다.

$$g_i = E(g_{i+1}) + L_i, \quad 0 < i < f \quad (20)$$

하지만 본 논문에서는 음의 데이터를 양의 데이터로 치환을 하였으므로  $g_i'$ 을 조정해야 한다.

$$g_i(i,j)'' = \begin{cases} g_i(i,j)', & g_i(i,j)' < K \\ g_i(i,j)' - K, & g_i(i,j)' \geq K \end{cases} \quad (21)$$

상위 단계 영상에서 확장된 후 하위 단계의 라플라시안 영상과 더하여진  $g_i(i,j)'$ 가  $K (= 2^k)$ 보다 작으면 그대로 대입하고  $K (= 2^k)$ 보다 클 경우  $g_i(i,j)'$ 에서  $K (= 2^k)$ 을 차분하게 된다.

치환된  $g_i(i,j)''$ 을 이용하여 상위 단계 영상부터 하위 단계의 영상 복원이 이루어짐으로서 점진적인 영상의 복원이 된다.

4. 시뮬레이션 및 결과고찰

Lenna(256×256) 영상, Girl(256×256) 영상, Cronkite(256×256) 영상, Couple(256×256) 영상 등을 이용하여 라플라시안 피라미드 영상을 형성 후 부호화 및 복호화를 하였다.

각 단계별 영상의 부호화시에는 허프만 부호화, 산

술 부호화, 1중 마르코프 산술 부호화를 하였다. 복호화시에도 각각의 복호화 방법에 의하여 무손실 복호화를 하였다.

[표1]에서 [표4]까지는  $w(0)=0.9$ 일 때 각각의 영상을 허프만 부호화, 산술 부호화, 1중 마르코프 산술 부호화한 후 평균 부호 길이를 나타낸 것이다. [표1]에서 [표4]까지를 보면 하위 단계일수록 라플라시안 영상의 부호화시 평균 부호화 길이는 엔트로피값에 근사하지만, 상위 단계의 영상에서는 부호화시 효율성이 떨어진다.

각 부호화 방법을 비교해 보면, 무기억 정보원 부호화 방법 중 산술 부호화 방법이 각 단계의 영상을 압축 후 허프만 부호화 방법보다 평균 부호 길이가 더 적으므로 압축 효율이 좋았다. 유한한 기억 정보원 방법인 1중 마르코프 산술 부호화 방법은 Girl, Cronkite, Couple 영상의  $L_0$ 단계의 엔트로피가 낮은 경우에 평균 부호 길이가 적으므로 다른 부호화 방법보다 효율적이다.

### 5. 결론

점진적 전송 기법인 라플라시안 피라미드 영상 부호화 기법에서 각 단계의 전송된 영상들은 '0'에 값에 밀집이 되어 있다. 또한, 음의 데이터들을 양의 데이터로의 치환시 각 '0'과  $2^k-1$ 에 밀집됨을 알 수 있었다.

엔트로피 부호화시, 무기억 정보원을 이용한 부호화 방법 중 산술 부호화가 허프만 부호화보다 더 효율적 전송이 됨을 알 수 있었다. 또한, 유한한 기억 정보원을 이용하는 1중 마르코프 부호화를 방법도  $L_0, L_1$  단계에서는 무기억 정보원 부호화 보다 더 효율적으로 총 전송량이 적어진다. 그러므로, 유한한 기억 정보원 부호화를 이용한 마르코프 부호화 방법으로도 무기억 정보원 부호화 방법을 이용한 압축 효율만큼 달성할 수 있었다. 효율성이 크게 좋지는 않지만 송신측에서 영상의 정보를 보다 빨리 파악할 수 있는 장점이 있었다.

앞으로의 과제는 예측 정보원을 생성할 수 있는 예측 부호화 방법을 연구하고자 한다.

### [참고문헌]

- [1] 이문호 엽재훈, "영상 신호처리", 대영사, 1994.
- [2] Mark Nelson, "The data compression book",

M&T Books, 1991

- [3] 박지환, "문서 데이터 압축 알고리즘 입문", 성안당, 1995
- [4] Peter J. Burt and Edward H. Adelson, "The laplacian pyramid as a compact Image code", IEEE transactions on communications, VOL. COM-31, NO. 4, 1983. 4.
- [5] Jeff Perry, "Image compression using laplacian pyramid encoding", C/C++ user journal, 1997. 12.
- [6] 김정규, "벡터양자화 방법을 이용한 저층 라플라시안 피라미드 영상의 부호화에 관한 연구", 아주대학교 석사학위논문, 1992. 2.
- [7] 이정훈, "라플라시안 모델을 이용한 대역분할 DCT영상 부호화", 강원대학교 석사학위논문, 1996. 2.
- [8] 박지환, "단계적 전송기능을 갖는 영상 데이터의 가역 부호화", 한국통신학회논문지, Vol.19 No.1, 1994. 1.
- [9] 박유경, "라플라시안 피라미드 부호화를 이용한 영상 압축에 관한 연구", 제3권 2호, pp.175-178, 멀티미디어학회지, 2000.11.

[표1] Lenna(256×256)영상 부호화 결과[bit/pixel]

	엔트로피	허프만	산술	1중마르코프
$L_0$	4.5350	4.6326	4.6129	4.7000
$L_1$	4.9873	5.1480	5.1294	5.4323
$L_2$	5.5650	6.0000	5.9746	6.4101
$L_3$	6.1022	7.5703	7.5546	7.4609

[표2] Girl(256×256)영상의 부호화 결과[bit/pixel]

	엔트로피	허프만	산술	1중마르코프
$L_0$	4.1804	4.3176	4.2474	4.2032
$L_1$	4.6630	5.1480	4.7947	4.9346
$L_2$	5.2696	5.6621	5.6425	5.9648
$L_3$	5.7639	7.1406	7.1250	7.0703

[표3] Cronkite(256×256)영상의 부호화 결과[bit/pixel]

	엔트로피	허프만	산술	1중마르코프
$L_0$	3.1066	3.2545	3.2543	2.9927
$L_1$	3.9410	4.1296	4.0822	4.0621
$L_2$	4.7391	5.1816	5.1230	5.3066
$L_3$	5.4209	6.8750	6.8750	6.6406

[표4] Couple(256×256)영상의 부호화 결과[bit/pixel]

	엔트로피	허프만	산술	1중마르코프
$L_0$	3.1066	4.1483	4.1033	4.0362
$L_1$	3.9410	4.8005	4.7350	4.8495
$L_2$	4.7391	5.4179	5.3945	5.6660
$L_3$	5.4209	6.5468	6.5234	6.6250