

국내 외환 시장에서의 환율 변동성에 관한 연구

송 영효
홍익대학교 상경대학 경영정보학과

A Study on Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market in Korea

Younghyo Song
Department of Management Information Systems, Hongik University
songyh@wow.hongik.ac.kr

요 약

본 연구에서는 GARCH 모델과 이동평균법을 이용한 국내 외환 시장에 있어서의 변동성 척도가 비교 분석 되었다. 즉 두가지 알고리듬을 통하여 정보의 내용과 외환시장 변동성의 변동성 예측력을 비교하였다. 그 결과 GARCH 모형에 의한 변동성 추정치는 예측력에 있어서는 이동평균 추정치 보다 낮은 수준이지만 정보내용의 측면에서 성과가 더 좋은 것으로 나타났다. 그리고 GARCH 모형에 의한 추정치는 이동평균 추정치 보다 편의성(Bias)이 낮은 것으로 나타났다. 또한 변동성의 가치에 대해서 논의하고, 이러한 변동성 추정치를 통해서 실제 환율변동을 헛지하기 위한 옵션매매에 어떻게 적용할 수 있는지를 언급하였다.

1. 서론

본고의 목적은 외환시장에서 GARCH모형을 이용한 변동성 측정치의 정보내용과 예측력을 조사하는 것이다. 만약 이렇게 측정된 변동성이 시장에서 사후적으로 관찰된 실제변동성에 대한 가장 훌륭한(best) 측정치라면, 이를 통해 적정가격을 벗어나는 옵션을 발견하여 수익을 획득할 수 있는 매매전략을 수립할 수 있을 것이다. 또한 본고의 후반에서는 외환시장에서 변동성이 지니는 가치에 대해서 논의하고 이를 통해 실제 외환시장 거래에 적용되는 시사점을 언급하고자 한다.

최근들어 외환 옵션시장의 가격에 의해서 측정되는 내재변동성을 통해서 시장의 실제변동성을 예측하려는 연구가 활발히 진행중이나, 국내 원/달러시장에서는 옵션시장의 발전이 극히 미흡하여 이러한 옵션가격을 이용한 내재변동성 측정은 현실적으로 무리가 있다. 따라서 이러한 분석은 향후 과제로 남기고, 본고는 시계열 분석에 입각하여 GARCH모형을 통한 변동성 측정이 기존의 다른 측정치 보다 상대적으로 정확한 측정치임을 알아보고자 한다.

본고에서 사용하는 외환은 원/달러로 한정하였으며, 엔/달러 등 기타 통화에 대한 분석은 기존의 연구를 참조하였다. 본고는 GARCH 모형에 의해 측정된 변동성의 정보내용과 예측력을 검증한다. 정보내용은 1일 변동성 예측에 대한 변수의 설명력

관점에서 측정된다. 반대로 예측력 검증은 잔존기간에 대한 변동성에 초점을 둔다. 여기서 잔존기간은 실제 매매 혹은 헛지 전략을 위해 필요한 기간으로서 향후 다시 논의될 여지가 있으나, 본고에서는 1개월로 설정하였다. 또한 제한된 표본기간 동안 최대한의 효율성을 얻기 위해서 일별 자료를 사용하였다.

본고의 구성은 다음과 같다. 제II장에서는 기본적인 회귀분석모형의 설정을 다룬다. 제III장에서는 실증분석자료와 기초통계량을 살펴본다. 제IV장에서는 회귀분석 결과와 해석을 설명한다. 그리고 제V장에서는 변동성이 지니는 가치에 대해 언급하고, 마지막으로 결론을 맺는다.

2. 예측력 분석 모델

먼저 $\sigma_{t,T}$ 를 t일부터 T일까지 잔존기간동안 실현된 변동성이라고 정의하자. 미래 일별 분산은 매래 거래기간 동안 평균에 대한 조정없이 수익률의 제곱의 평균, 즉, $\sigma_{t,T}^2 = (1/(T-t)) \sum_{i=1}^{T-t} R_{t+i,2}$,로부터 구할 수 있다.

변동성 측정치의 예측력은 실현된 변동성에 대한 변동성 측정치의 회귀분석을 통해서 평가된다.

$$\sigma_{t,T} = a + b \sigma_t + \varepsilon_{t,T} \quad (I)$$

여기서 σ_t 는 t시점에서 GARCH 모형을 통해 측정된 변동성을 말한다. 정형적인 시장효율성 검증에서처럼, 만약 GARCH 모형을 통한 변동성 측정치가 미래 시장변동성에 대한 가장 훌륭한 예측치라면, 위의 회귀분석에서 상수항은 0이며, 회귀계수는 1일 것이다.

이러한 분석체계는 GARCH 모형에 의한 변동성 측정치와 단순 시계열 분석을 통한 예측치, σ_t^{TS} 와 비교할 수 있도록 확장된다. 단순 시계열 분석을 통한 예측치는 단순 이동평균에 희한 측정치로서,

$$\sigma_d = (1/20) \sum_{i=1}^{20} R_{t-i+12}$$

로 측정된다.

본고에서는 변동성 측정을 위한 GARCH 모형을 GARCH(1,1) 모형을 적용하였으며, Engle(1982)에 의해 개발되어 Bollerslev(1986)에 의해서 발전된 이러한 GARCH 모형은 수익률의 분산은 예측가능한 과정을 따르며, 이는 최근의 제곱항과 이전의 조건부 분산에 의해서 구해진다.

$$\begin{aligned} R_t &= \mu + r_t \\ r_t &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-12} + \beta h_{t-1} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 R_t 는 명목수익률, r_t 는 평균을 조정한 수익률, 그리고 h_t 는 t시점에서 측정된 조건부 분산을 의미한다. GARCH모형이 약한 의미의 안정성을 갖기 위한 필요충분조건은 변동성이 얼마나 지속적인가 또는 현재의 변동성이 미래에 어떻게 소멸되어 가는 가를 측정하는 값이 $\lambda = (\alpha_1 + \beta)$ 의 값이 1보다 작아야 한다. 이때 비조건부 장기 분산은 $\alpha_0 / (1 - \alpha_1 + \beta)$ 의 값으로 측정된다.

시계열 모델을 이용해서 다음의 회귀방정식을 설정하고,

$$\sigma_{t,T} = a + b_1 \sigma_t + b_2 \sigma_t^{TS} + \varepsilon_{t,D} \quad (3)$$

σ_t^{TS} 변수에 대해서 예측력이 추가적으로 증가되지 않는다고 기대한다. 다시 말하면, 회귀계수 b_2 는 0에 가깝다는 것이다.

위에서 언급한 잔존기간 동안의 변동성에 대한 회

귀분석은 GARCH 모형에 의한 변동성 측정치의 예측력에 대한 검증이다. 또 다른 이유인 일일 변동성 측정치의 다음날 변동성에 대한 정보내용의 문제는 다음의 회귀분석모형을 통해서 검증된다.

$$\sqrt{R_{t+12}} = a + b \sigma_t + \varepsilon_{t+1} \quad (4)$$

이러한 모형은 σ_t 의 미래 변동성에 대한 예측력보다는 σ_t 에 내포되어 있는 유용한 정보내용에 대해 초점을 둔 것이다. 여기서 예측기간이 실제수익률과 일치하지 않기 때문에, 우리는 회귀계수 b 가 양수인 것만을 요구하며 1일 필요는 없다.

3. 실증분석 자료 및 기초통계량

본고에서 사용된 자료는 원/달러 환율의 종가이며, 기간은 1995년 1월부터 1999년 4월까지의 일별자료이며, 변동성은 252의 제곱근을 곱한 연율값으로 측정하였다.

[표 1]은 환율 자료에 대한 기초 통계량을 나타내며, 원/달러 환율의 경우 IMF 충격에 의한 1997년 10월부터 1998년 3월까지의 기간을 구분하였다. 아래의 표에서는 환율 변동율과 변동성의 평균, 표준편차 및 자기상관치를 나타낸다. IMF 충격기간 및 그 이전의 기간동안에는 제도적인 제한으로 환율변동에 대한 분석에서 커다란 의미를 발견할 수는 없다. 따라서 본고의 분석은 IMF 충격 이후 1998년 4월부터의 기간을 중점적으로 분석하고자 한다.

기대한 바와 같이 환율의 일별수익률은 자기상관이 낮은 것으로 나타났으며, 일별수익률(1-Day Return)의 표준편자는 1.556%로서 연율로는 24.695%인데, 1998년 4월 이후의 값을 보면 표준편자는 0.877%이고 연율로는 13.922%이다. 반대로 일별 변동성(1-Day Volatility)은 자기상관이 정의 값으로 통계적으로도 유의있는 높은 수준을 보이고 있으며, 이는 변동성의 지속성이 상당한 수준임을 의미한다.

[표 2]는 GARCH(1,1) 모형에 의해서 추정된 변동성을 나타낸다. IMF 충격에 의한 환율변동의 이상적인 현상을 제외하고 1998년 4월 이후를 중심으로 추정하였으며, 변동성의 지속성을 나타내는 ($\alpha_1 + \beta$)의 값은 0.892으로서 GARCH모형이 약한 의미에서의 안정성을 갖는다는 점을 말한다. 이때 ($\alpha_1 + \beta$)의 값이 1에 가까울수록 현재의 높은 (혹은 낮은) 변동성이 장래에도 지속될 가능성성이 높다는 것을 의미한다.

또한 장기변동성은 연율로 14.16% 위에서 일별수익률의 표준편차로 추정한 단순 변동성 13.922%보다 조금 높은 수준으로 나타났다.

[표 1] 환율 변동율과 변동성의 기초 통계치

기간	구분	평균	표준 편차	자기상관(Autocorrelation)						
				1	2	3	4	5	10	20
전체	1-Day Return	0.026	1.558	0.406	-0.005	-0.011	-0.028	-0.038	-0.021	0.021
95.1	1-Day Volatility	0.547	1.412	0.006	0.003	0.014	0.018	0.022	0.019	0.015
-	MA(20) Volatility	0.770	1.353	0.016	0.000	0.002	0.011	0.010	0.021	0.027
99.1	GARCH Volatility	0.616	1.421	0.781	0.730	0.719	0.711	0.658	0.573	0.509
95.1	1-Day Return	0.021	0.712	-0.044	0.043	0.075	-0.060	0.008	0.004	0.009
-	1-Day Volatility	0.100	0.314	0.400	0.175	0.122	0.004	0.136	0.160	0.003
97.9	MA(20) Volatility	0.275	0.130	0.082	0.055	0.036	0.095	0.165	0.702	0.320
GARCH Volatility	0.119	0.171	0.051*	0.018	0.150	0.124	0.168	0.135	0.026	
97.10	1-Day Return	0.327	1.317	0.215	-0.257	-0.177	-0.183	-0.158	-0.101	0.012
-	1-Day Volatility	2.671	3.131	0.191	0.461	0.178	0.122	0.125	0.977	-0.010
98.3	MA(20) Volatility	3.356	2.718	0.105	0.369	0.117	0.920	0.632	0.706	0.51
GARCH Volatility	3.070	1.304	0.077	0.007	0.078	0.104	0.497	0.343	-0.006	
98.1	1-Day Return	-0.059	0.577	0.109	-0.016	-0.005	-0.013	-0.073	-0.010	-0.006
-	1-Day Volatility	0.617	0.621	0.351	0.166	0.211	0.122	0.007	0.022	0.001
99.1	MA(20) Volatility	0.455	0.311	0.063	0.023	0.063	0.387	0.757	0.323	0.261
GARCH Volatility	0.201	0.346	0.013	0.007	0.006	0.109	0.042	0.007	0.125	

[표 2] GARCH(1,1) 모형에 의한 추정치

$$R_t = \mu + r_t, r_t \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \beta h_{t-1}$$

μ	α	α	β	장기 변동성 (% p.a.)	Log Likelihood
0.061 (1.26)	0.275 (6.38)	0.427 (3.64)	0.265 (3.15)	14.16%	76.49

4. 예측력 회귀 분석

본장에서는 먼저 위의 회귀분석 공식 (4)를 이용해서 GARCH에 의한 변동성의 정보내용을 검증한다. 검증결과는 아래 [표 3]에 나타나 있는 바와 같이 이동평균에 의한 변동성 추정치는 익일의 환율 움직임에 대해 의미있는 정보를 내포하고 있다.

직임에 대해서 의미있는 정보를 내포하고 있다.

이동평균에 의한 추정치의 기울기는 0.534이며 매우 유의적이고, GARCH 모형에 의한 변동성 추정치의 기울기는 0.613이고 보다 유의적인 것으로 나타났다. GARCH 모형에 의한 추정치는 설명력(R2)에 있어서 이동평균에 의한 추정치보다 조금 낮지만 편의성(Bias)이 덜한 것으로 나타났다.

이러한 결과는 비록 GARCH모형은 이동평균에 비해서 전체 기간에 걸친 추정치임에도 불구하고 이동평균 추정치 보다 정보내용에 있어서 성과가 더 좋은 추정치라고 할 수 있다라는 것을 의미한다

예측력 분석을 위해서 잔존기간에 대한 변동성을 가지고 회귀분석을 하였다. 본고에서 잔존기간은 1개월(21일)로 정의하고 위의 공식 (1)을 가지고 분석하였으며 실증결과는 [표 4]에 정리하였다. 우선 [표 3]과 비교해 볼 때 R²의 증가를 찾아볼 수 있으며, 이는 이동평균 추정치와 일별 추정치사이에 잡음(Noise)이 큰 차이가 없음을 의미한다.

[표 4]는 이동평균에 의한 변동성 추정치가 미래 변동성에 대해서 매우 의미있는 정보를 가지고 있다는 점을 나타낸다. 기울기는 0.309이며 매우 유의적인 수치를 나타낸다. 그러나 이동평균에 의한 추정치는 미래 변동성의 추정치로서 편의성(Bias)을 가지고 있으며 유의적으로 1보다 작은 값을 나타낸다. 1보다 작은 기울기와 정의 상수항은 이러한 이동평균 추정치가 매우 변동이 심하다는 것을 의미한다.

이동평균 추정치에 의한 회귀분석이 GARCH에 의한 분석보다 설명력이 높은 것으로 나타났으며, [표 3]의 정보내용 회귀분석과 달리 회귀계수인 기울기도 GARCH에 의한 추정치를 포함한 경우에도 감

소하지 않는 것으로 나타났다.

GARCH에 의한 추정치를 포함한 경우 GARCH의 추정치는 유의적인 값을 보이지 않고 있는데, 이는 대부분의 정보가 이동평균 추정치에 포함되어 있다는 것을 의미한다.

위의 분석에 의하면 본고에서는 GARCH모형에 의한 변동성 추정치가 유의적인 설명력을 가지지 못하는 것으로 나타났지만, 이동평균에 의한 추정치는 매우 변동이 심한 것으로 나타났다. 그리고 GARCH 모형에 의한 변동성 추정치는 편의성(Bias)이 이동평균 추정치 보다 낮으며, [표 3]에서와 같이 정보내용 측면에서 성과가 더 좋은 것으로 나타났다.

이러한 변동성 추정치의 예측력 분석은 향후 옵션 가격을 이용한 내재변동성을 통해서 추가적인 검증이 필요하며, 현재로서는 내재변동성에 의한 추정치가 포함되고 검증기간이 장기일수록 GARCH모형에 의한 변동성 추정치는 그 정보내용 뿐만아니라 예측력에 있어서도 다른 추정치에 비해 성과가 좋을 것으로 기대한다.

[표 3] 정보내용 회귀분석

$$\sqrt{R}_{t+12} = a + b \sigma_t + \varepsilon_{t+1}$$

상수(a)	회귀계수(b)		결정계수(R ²)
	MA(20)	GARCH	
0.155 (1.77)	0.531 (5.73)		0.103
0.105 (1.01)		0.613 (3.25)	0.037
-0.126 (-1.11)	0.123* (4.12)	0.152 (4.80)	0.141

* 5% 유의수준에서 0과 다름.

[표 4] 예측력 회귀분석

$$\sigma_{t,T} = a + b \sigma_t^{TS} + \varepsilon_{t,T}$$

상수(a)	회귀계수(b)		결정계수(R ²)
	MA(20)	GARCH	
0.522* (11.69)	0.309* (6.74)		0.147
0.697* (13.08)		0.122* (2.07)	0.013
0.509* (8.80)	0.304* (6.36)	0.022* (0.38)	0.11

* 5% 유의수준에서 0과 다름.

+5% 유의수준에서 1과 다름.

5. 변동성 측정치의 가치

본 장에서는 위의 분석에서 부족한 부분인 내재변동성을 포함하여 변동성 측정치의 가치에 대해 논의하고자 한다. 자료의 획득성에 의해서 본 장에서는 엔/달러 자료를 가지고 내재변동성과 실제변동성 사이의 관계 및 이러한 변동성 하에서 전략적 시사점을 논의한다.

5.1 내재 변동성과 실제 변동성

외환 옵션의 내재변동성은 미래 환율의 변동성에 대한 시장의 기대를 나타낸다. 실제변동성과 변동성에 대한 시장의 예측치를 비교해 보는 것은 매우 의미 있는 작업이다.

아래의 [그림 1]은 지난 3년 동안의 1개월 내재변동성과 실제변동성을 보여준다. 1개월 실제변동성은 익월의 환율변동성을 나타내며, 1개월 내재변동성은 익월의 환율변동성에 대한 시장의 기대를 나타낸다. [그림 1]에서 실선은 내재변동성을 점선은 실제변동성을 나타내며, 실제변동성은 내재변동성과 비교하기 위한 선형 추정치이다. 예를 들어 1999년 4월 1일의 엔/달러 환율의 1개월 내재변동성은 1999년 5월 3일까지의 엔/달러 변동성에 대한 시장의 기대를 의미한다. 그리고 4월 1일의 실제수익률은 동일한 기간 동안의 현물환율에 의해서 구해진 현물의 실제변동성이다.

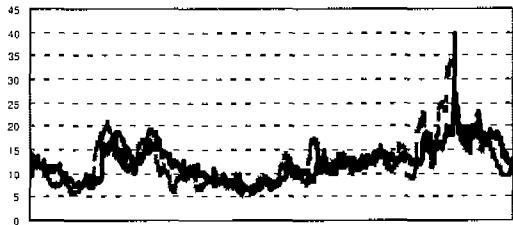
[그림 2]는 지난 3년 동안의 두 변동성의 차이를 나타낸다. [그림 2]에서 보면 시장의 기대가 언제나 올바른 것은 아니라는 점을 알 수 있다.

환율 변동성에 대한 시장의 기대는 실제 변동성과는 매우 상이하며, 이러한 차이는 호가차이(Bid-Offer Spread)를 초과하는 것으로 나타난다. 내재변동성 수준은 수요와 공급에 의해서 결정될 뿐만 아니라 이색옵션(Exotic Options) 헛지에 의해서도 영향을 받는다. 이러한 차이는 투기적인 포지션을 취하거나 헛지 비용을 절감할 수 있는 기회를 제공한다.

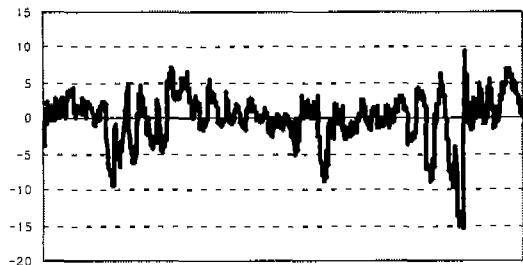
미래 기대가치를 가지는 금융자산의 경우 모두 이러한 현상을 나타내는데, 자산가치의 미래 기대값은 미래 실제 자산가치와 일치하지 않는다는 것이다. 외환시장에서도 오늘 거래되고 있는 1개월 선행 측정치가 실제로 1개월후의 현물환 측정치와 동일하다고 기대할 수는 없다. 이러한 차이는 시장 참여자들에게 수익의 기회가 있다는 점을 의미한다.

미래 환율변동을 헛지하기 위해서 투자자는 미래 현물환율의 불확실성, 즉 실현된 변동성에 대해서 헛지하게 된다. 그러나 옵션 헛지 비용은 내재변동성에 의해서 결정되게 되며, 만약 실제변동성이 내재변동성 보다 훨씬 낮은 수준으로 나타난다면 치불해야 되는 옵션 프리미엄은 책정가격보다 높은 것을 의미한다.

[그림 1] 엔/달러 내재변동성과 실제변동성



[그림 2] 변동성 스프레드



5.2 변동성에 의한 기회

실제로 내재변동성과 실제변동성의 차이를 발견하고 이를 주어진 시장상황에서 어떻게 해석할 수 있는지를 살펴보자.

현재의 내재변동성이 적정한 수준인가 아닌가를 검증하는 방법에는 몇가지가 있다.

1. Breakeven 분석
2. 과거 내재변동성 분석
3. 역사적 변동성 분석
4. 계량적 분석 (GARCH)

Breakeven 분석은 가장 단순한 분석방법으로서 옵션의 프리미엄을 가지고 스트래들 포지션을 설정한 후 Breakeven한 범위를 분석하는 것이다. [그림 3]의 분석은 옵션의 스트래들 포지션을 만기까지 보유한다는 가정하에서 구해진다. 즉, 만기 현물환율에 따른 손익을 나타낸다. [그림 3]을 살펴보면 Breakeven 분석은 0.8보다 작거나 1.2보다 커지는 경우에 옵션의 이익이 발생하고, 0.8과 1.2 사

이에는 매수 프리미엄에 의하여 손실이 발생하는 옵션 만기시의 이익 발생 구조이다. 옵션의 프리미엄은 내재변동성에 비례하며 따라서 Breakeven 범위도 이에 비례하게 된다. 이는 현물환율의 변동이 Breakeven 범위를 벗어나는 경우 이익을 얻을 수 있다는 것을 의미한다.

두번째로 과거의 내재변동성을 분석하는 것은 현재의 내재변동성의 수준이 과거의 수준과 비교해서 어느 정도인지를 분석하는 것이다. 즉 과거의 내재변동성을 통해서 우리는 내재변동성의 기간구조를 분석할 수 있다.

셋째로 역사적 변동성의 분석인데, 이는 변동성이 가지고 있는 정의 자기상관을 이용해서 미래 변동성을 예측하는 것이다. 수학적으로 일정기간의 변동성을 가지고 관련된 미래 기간 동안의 변동성과의 자기상관치를 구하는 것은 가능하다. 앞의 장에서 분석한 바와 같이 환율의 일별수익률은 자기상관이 낮은 수준이지만, 변동성의 경우 자기상관이 높은 것으로 나타났다. 이러한 자기상관성을 이용한 변동성 추정도 변동성예측의 한 방법이라 할 수 있다.

마지막으로 GARCH모형에 의한 변동성 추정치 분석방법이 있는데 이는 본고에서 분석한 바와 마찬가지로 GARCH모형에 의한 추정치는 정보내용 측면에서 이동평균 추정치보다 좋은 성과를 나타낸다.

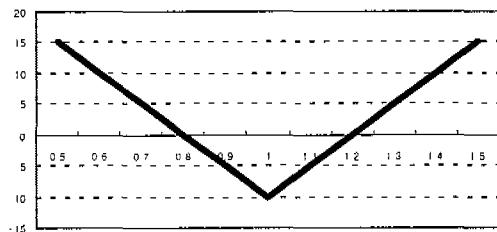
또한 옵션가격을 이용한 내재변동성 측정이 가능한 통화의 경우 GARCH에 의한 추정치가 내재변동성 보다 낮은 (혹은 높은) 경우 실제 변동성 또한 내재변동성 보다 낮은 (혹은 높은) 것으로 나타났다.

향후 과제는 이러한 변동성을 하나의 금융자산으로 생각할 수 있으며, 변동성 추정과 이를 이용한

변동성 Swap 등을 통해 실제로 차익거래의 기회를 발견할 수 있다는 것이다. 즉, 변동성 10%의 옵션을 매수하고 변동성 Swap을 통해서 변동성을 매도한다면 투자는 실제로 실현된 변동성을 기초로한 옵션을 매수한 것과 동일한 것이다.

또한 이러한 방법으로 우리는 환율변동위험을 헛지하기 위해서 옵션을 실현된 변동성으로 확보할 수 있는 것이다. 이것이 바로 실제 옵션 매매에 있어서 변동성이 지니는 가치인데, 이러한 변동성은 GARCH 등 여러 가지 모형을 통해 추정되고 있으며 지속적으로 발전시켜야 할 것이다.

[그림 3] Breakeven 분석의 예



6. 결론

본고에서는 GARCH 모형에 의한 변동성 추정치의 정보내용과 예측력을 검증하였으며, 그 결과 GARCH 모형에 의한 변동성 추정치는 예측력에 있어서는 이동평균 추정치 보다 낮은 수준이지만 정보내용의 측면에서 성과가 더 좋은 것으로 나타났다. 그리고 GARCH 모형에 의한 추정치는 이동평균 추정치 보다 편의성(Bias)이 낮은 것으로 나타났다. 또한 변동성의 가치에 대해서 논의하고, 이러한 변동성 추정치를 통해서 실제 환율변동을 헛지하기 위한 옵션매매에 어떻게 적용할 수 있는지를 언급하였다.

본고에서는 원/달러 환율에 대한 옵션시장이 크게 발전되어 있지 않기 때문에 옵션가격을 이용한 내재변동성 분석이 생략되어있으나, 이는 향후

에 반드시 포함되어야 할 지표이다. 내재변동성을 이용한 분석은 주요 환율을 통해서 간략하게 언급한 바와 같이 중요한 의미를 가지며, 내재변동성과 GARCH 를 이용한 변동성 추정치의 비교를 통해서 외환시장에서의 진실한 변동성을 예측할 수 있을 것이다.

7. 참고문헌

- 1) Baillie, R., and T. Bollerslev, "The message in daily exchange rates: A conditional-variance tale", Journal of Business and Economic Statistics 7, 1989, pp. 297-306.
- 2) Black, F., "The Pricing of Commodity Options", Journal of Financial Economics, Vol.3, 1976, pp. 167-179.
- 3) Black, F., and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, Vol. 81, 1973, pp. 637-659.
- 4) Bollerslev, T., "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", Journal of Econometrics, Vol. 31, pp. 307-327.
- 5) Engle, R., "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation", Econometrica, Vol 50, 1982, pp. 987-1007.
- 6) Giovannini, A., and P. Jorion, "The time-varyation of risk and return in the foreign exchange and stock markets", Journal of Finance, Vol. 44, 1989, pp. 307-325.
- 7) Hsieh, D., "Modeling heteroskedasticity in daily foreign exchange rates", Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 7, 1989, pp. 307-317.
- 8) Jorion, P., "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market", The Journal of Finance, Vol. 50, No. 2, 1995, pp. 507-528.
- 9) Lamoureux, D. and W. Lastrapes, "Forecasting stock-return variance: Toward an understanding of stochastic implied volatilities", Review of Financial Studies, Vol. 6, 1993, pp. 293-326.